

普通高等教育“十五”国家级规划教材

新编基础物理实验

吕斯骅　段家忯　主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育"十五"国家级规划教材

新编基础物理实验

吕斯骅　段家忯　主编

高等教育出版社

内容简介

本书是北京大学基础物理实验教学中心十年教学改革的成果之一,是普通高等教育"十五"国家级规划教材。基础物理实验的首要任务是"加强基础",本书的选题反映了作者对什么是物理实验"基础"的理解。基础实验-Ⅰ和基础实验-Ⅱ是本书的重点,既保留了原"普通物理实验"中的精华,又引进了一批有近代物理内容和实验技术的实验,如低温、真空、超导、传感器、虚拟仪器、光纤、光谱、微波、核物理、X光、核磁共振等方面的实验。

本书的编排打破了原普通物理实验中力、热、电、光的界线和普通物理实验与近代物理实验的界线,分为预科实验、基础实验-Ⅰ、基础实验-Ⅱ、设计实验和综合物理实验五部分。综合物理实验部分(基础物理阶段)的课题均来自教学、科研和生产,学生可以用一个学期的时间完成一个课题,这些题目能够激发学生的学习兴趣,增强学生的实践能力,并能培养学生的创新能力,作者精选部分题目以论文和讲稿的形式收录在光盘中,供读者参考。

本书可作为高等学校理科各专业教科书或参考书,并适合不同层次的教学需要。

图书在版编目(CIP)数据

新编基础物理实验/吕斯骅,段家忯主编.—北京:
高等教育出版社,2006.1(2010重印)
ISBN 978-7-04-017679-7

Ⅰ.新... Ⅱ.①吕...②段... Ⅲ.物理学-实验-
高等学校-教材 Ⅳ.O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第106804号

策划编辑 刘 伟 责任编辑 陈海柳 封面设计 王凌波 责任绘图 黄建英
版式设计 胡志萍 责任校对 金 辉 责任印制 毛斯璐

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京市联华印刷厂

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 http://www.hep.edu.cn
http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
http://www.landraco.com.cn
畅想教育 http://www.widedu.com

开 本 787×1092 1/16
印 张 35.25
字 数 860 000

版 次 2006年1月第1版
印 次 2010年7月第2次印刷
定 价 47.20元(含光盘)

物料号 17679-00

编者的话

十年思考，十年改革，十年实践，十年奋斗。本书是北京大学基础物理实验教学中心十年教学改革的成果之一。

十年前我们从教学和科研的实践中已深刻地认识到，当时的物理实验课程已严重地滞后于物理学科和科学技术的现状，到了非改不可的地步。培养满足21世纪需要、又有创新能力的人才是我们教育工作者义不容辞的任务，但在基础课特别是基础物理实验课中如何贯彻这一精神是我们必须思考的问题。培养学生的创新能力是我们的最终目标，在四年培养过程中各门课程都有各自的培养目标。基础物理实验是学生本科阶段接触的第一门实验课，而我们的学生在中学阶段的物理实验训练比较薄弱，因而打好基础显得尤为重要。所以我们改革的首要任务是“加强基础”，这也符合目前大家公认的“加强基础，淡化专业”的教学改革的方向。但什么是基础，这是改革中不能回避的问题，它具体地体现在实验的选题上。不同的时期对基础的要求会有很大的差异，知识和科技更新的加速，迫使我们必须重新审视“基础”的内涵。例如，数字天平和数字电表的普及，已使光电天平和电位差计退出了历史舞台，使指针式电表在人们的记忆中淡化。传感器与计算机的发展和应用打破了传统的力、热、电、光的界线，促进了它们之间的融合。低温、光谱、真空、磁共振等一些属于原近代物理实验范畴的内容和技术已广泛用于科研、生产和人们的日常生活中，它们是物理实验中最有活力和应用价值的部分，理所当然要把这些内容反映到我们的教学中来。本书的选题正反映了我们对什么是“基础”的理解。我们在力、热实验中增加了低温、真空、材料热导方面的实验；在电磁学实验中加强了示波测量，用读出示波器和数字存储示波器替代了普通的模拟示波器，引进了虚拟仪器；光学实验中用光学平台取代了光学导轨，用光栅光谱仪替代了棱镜摄谱仪，用光电传感器取代了目视观察，使定性观察提高为定量测量；将核物理、X光、核磁共振、微波等一批重要的近代物理实验内容和技术引入基础物理实验课程。

如何“因材施教”培养优秀人才也是我们重点思考的问题，一方面要创造条件使拔尖人才迅速成长，但更重要的是让全体学生都从改革中受益，前面提到的实验都是面向全体学生的。原来的物理实验课按照力、热、电、光这样的学科体系来安排实验，相互独立排课而没有联系。科学的发展已打破这些学科间的界线，同时考虑到中国学生的特点和循序渐进的认识规律，我们对课程的体系作了调整。考虑到中学实验教育的差异，我们安排了几个预科实验以缩小学生地区间的差别。基础实验－Ⅰ中包含力、热、电、光方面最基本的实验，重点强调基本知识、基本技能、基本方法的训练，培养学生做实验的好“习惯”。基础实验－Ⅱ挑选了一些综合性、应用性强的物理实验，对学生以后的学习和工作打下一个有用的基础。为激发学生学习的积极性，使优秀学生学到更多的东西，我们在基础物理实验阶段安排了三个层次的设计实验内容。第一层次是学生在完成必做的实验内容后安排一些选做的内容，供有余力的学生选择。第二层次是用几周的时间安排一定数量的设计性实验，要求学生运用学到的知识来独立完成一些小课题，具体题目已列入本书中。第三层次我们称为综合物理实验(基础物理阶段)，学生用一个学期的时间完成一个课题，这些课题均来自教学、科研和生产，每年的课题都不一样，自从1997年开设综合实验课以来，八

年共完成一百多个课题，其中也有一些学生自己提出的课题。综合物理实验这些真刀真枪的题目激发了学生的学习兴趣，增强了实践能力，使学生的创造才能得以充分发挥，培养了学生的创新能力。本书所附的光盘中就是他们发表的论文和部分课题总结，以供读者参考，遗憾的是前几年的资料已收集不到了，还有学生编写的 CAI 课件也未收入光盘。

十年在历史的长河中只是眨眼就过的瞬间，但在人生的里程中，十年是一段漫长的、值得回忆的历程。我们为基础物理实验课的改革努力工作了十年，谨以此书答谢十年来支持我们工作的学校和学院的领导以及参与工作的全体同事。

直接参与本书编写的有吕斯骅、段家忯、陈凯旋、季航、钟灿涛、吴思诚、陆果、荀坤、刘志渊、冯庆荣、王德煌、王胜、元民华、廉宗隅等老师。参加前一版编写的有张洁天，刘进，吴建华，张毓英，刘雪林，王祖铨，蒋以立等老师，本书的出版也有他们的功劳，郑纹工程师整理了综合物理实验（光盘）的资料并编写了光盘检索程序，在此一并表示感谢。同时感谢高等教育出版社胡凯飞和刘伟两位编辑为本书的出版给予的支持。

我们渴望减少书中的不妥和错误，但愿望与现实总有差距，如有不当之处，望读者不吝指正。

编　者

2005 年 4 月

目　录

绪论 …… 1

预科实验

实验一　单摆实验 …… 6
实验二　测定冰的熔化热 …… 9
实验三　电学实验基本知识 …… 15
实验四　测量非线性元件的伏安特性 …… 29
实验五　普通模拟示波器的使用 …… 34
实验六　测量薄透镜的焦距 …… 45
实验七　显微镜 …… 51

基础实验－Ⅰ

实验八　测量误差和不确定度 …… 58
　一、测量误差和测量结果的不确定度 …… 58
　二、处理数据的几种方法 …… 72
　三、关于不确定度的进一步的知识 …… 79
实验九　测定金属的杨氏模量 …… 93
　一、CCD成像系统测定杨氏模量 …… 93
　二、光杠杆装置测定杨氏模量 …… 98
　三、梁的弯曲测定杨氏模量 …… 102
实验十　刚体转动实验 …… 107
　一、转动法测定刚体转动惯量 …… 107
　二、扭摆法测定刚体转动惯量 …… 111
实验十一　气轨上弹簧振子的简谐振动 …… 113
实验十二　扭摆的受迫振动 …… 117
实验十三　复摆实验 …… 122
实验十四　测定空气的密度 …… 128
实验十五　测定媒质中的声速 …… 134
实验十六　弦上驻波实验 …… 139
实验十七　冷却法测定液体的比热容 …… 144
实验十八　直流电桥测量电阻 …… 147
实验十九　非平衡电桥测量铂电阻的温度系数 …… 153
实验二十　霍尔效应测量磁场 …… 159
实验二十一　*RC* 和 *RL* 串联电路的稳态特性 …… 165
实验二十二　*LCR* 电路的谐振现象 …… 171
[附录]　读出示波器的使用 …… 175
实验二十三　弗兰克－赫兹实验 …… 182
实验二十四　虚拟仪器基础——LabVIEW入门 …… 188
实验二十五　分光计的调节和用掠入射法测折射率 …… 203
实验二十六　光学成像系统的分辨本领 …… 211
实验二十七　光的干涉现象 …… 214
实验二十八　夫琅禾费衍射现象 …… 220
实验二十九　光衍射的定量研究 …… 225
实验三十　观察光的偏振现象 …… 232
实验三十一　迈克耳孙干涉仪 …… 239
实验三十二　光纤光学 …… 246

基础实验－Ⅱ

实验三十三　用玻尔共振仪研究受迫振动 …… 260
实验三十四　共振法测定杨氏模量及其与温度的关系 …… 263

实验三十五 高温超导材料特性测试和低温温度计 …… 269
实验三十六 闪光法测定不良导体的热导率 …… 280
实验三十七 动态法测定良导体的热导率 …… 289
实验三十八 真空镀膜 …… 296
实验三十九 交流电桥 …… 304
实验四十 交流电路 …… 310
一、单相供电电路及单相异步电动机 …… 310
二、测量交流电路功率 …… 316
实验四十一 *RLC* 串联电路的暂态过程 …… 322
[附录] 数字存储示波器 …… 329
实验四十二 虚拟仪器在物理实验中的应用——伏安法测电阻与非线性元件 …… 337
实验四十三 磁滞回线的测量 …… 342
一、静态法测量软磁材料的磁滞回线 …… 342
二、示波器观测动态磁滞回线 …… 347
实验四十四 介电常数的测量 …… 351
实验四十五 集成运算放大器的应用 …… 361
实验四十六 测定物质的色散曲线 …… 371
实验四十七 光栅特性及测定光波波长 …… 375
实验四十八 偏振光的定量研究 …… 380
实验四十九 全息照相 …… 390
实验五十 阿贝成像原理和空间滤波 …… 397
实验五十一 光源的时间相干性 …… 403
实验五十二 光栅光谱仪的校准和使用 …… 410
实验五十三 颜色的测定 …… 415
实验五十四 黑体辐射实验 …… 426
实验五十五 激光相位调制干涉型光纤温度传感器 …… 435
实验五十六 用光学多通道分析器(OMA)研究氢原子光谱 …… 442
实验五十七 用β粒子验证狭义相对论的动量-动能关系 …… 447
实验五十八 微波的布拉格衍射 …… 452
实验五十九 X射线的吸收 …… 457
实验六十 X射线衍射 …… 466
实验六十一 核磁共振 …… 471
实验六十二 核磁共振成像 …… 477
一、用自旋回波法测弛豫时间 …… 477
二、核磁共振成像 …… 485

设计实验

设计实验一 测定速度和加速度 …… 494
一、用极限法测定瞬时速度 …… 494
二、测定瞬时速度和加速度 …… 494
三、测定重力加速度 …… 495
设计实验二 测量质量和密度 …… 496
一、测量质量 …… 496
二、测定密度 …… 496
设计实验三 测定角速度和角加速度 …… 497
设计实验四 用应变片研究碰撞过程 …… 498
一、瞬时力的微机实时测量 …… 498
二、冲量的测量和直接检验动量定理 …… 498
设计实验五 用霍尔传感器研究碰撞过程 …… 500
设计实验六 用传感器测弯曲应变并测定材料的杨氏模量 …… 501
设计实验七 自组光路用伸长法测定金属丝的杨氏模量 …… 502
设计实验八 冷却规律的研究 …… 503
设计实验九 温差电偶和P-N结温度计在77～300 K温区的标定 …… 504
设计实验十 简易万用电表的设计及校准 …… 505
设计实验十一 测定光电二极管特性 …… 508
设计实验十二 研究P-N结的温度特性 …… 509

设计实验十三　热敏电阻温度开关 ········ 510
设计实验十四　制作数字温度计 ··········· 511
设计实验十五　制作数字频率计 ··········· 512
设计实验十六　用电流场模拟静电场 ······ 518
设计实验十七　测量地磁场强度的水平分量 ······························ 519
设计实验十八　测量磁场分布 ·············· 520
设计实验十九　测定互感器的互感系数 ································· 521
设计实验二十　用霍尔传感器测量电机转速 ······················ 522
设计实验二十一　*RC* 移相电路及测量相位差 ·············· 523
设计实验二十二　研究 F－H 实验中栅极电位和温度的影响 ······ 524
设计实验二十三　用 F－H 实验装置研究 Hg 的高激发态 ······ 525
设计实验二十四　测定真空二极管阴极材料的逸出功 ··········· 526
设计实验二十五　红外传感探测器 ········ 527
设计实验二十六　超声测距 ················· 528
设计实验二十七　智能检测 ················· 529
设计实验二十八　虚拟频谱分析仪 ········ 536
设计实验二十九　基于 LabVIEW 的线性刻度的热敏电阻虚拟体温计 ···················· 537
设计实验三十　虚拟相关法测量相位差 ································· 538
设计实验三十一　虚拟 *RLC* 测试仪 ······ 540
设计实验三十二　用 M－干涉仪测量物质折射率和物体厚度 ································· 541
设计实验三十三　用光栅多色仪测量蓝光发光材料的光吸收特性 ························· 542
设计实验三十四　标定棱镜单色仪波长与鼓轮读数的关系 ······ 543
设计实验三十五　用极限法测液体折射率 ························· 545
设计实验三十六　比较 CD 和 VCD 光盘的刻线密度 ········ 546
设计实验三十七　测定太阳镜防紫外线的能力 ··············· 547
设计实验三十八　制作全息光栅 ··········· 548
设计实验三十九　像面全息 ················· 549

综合物理实验(光盘)

一、学生已发表的论文 ······················· 552
二、综合物理实验报告(选编) ··············· 552

绪 论

物理学是一门重要的基础学科,是整个自然科学的基础.物理学的发展不仅推动了整个自然科学,而且对人类的物质观、时空观、宇宙观和对整个人类文化都产生了极其深刻的影响.物理学又是当代技术发展的最主要源泉.

物理学是实验的科学.人们通过观察物理现象,定量测量或测定物理量,并根据测量结果分析这些物理量之间的关系,从而实现对物理规律的认识和证实.物理实验在物理学的建立发展过程中起着重要的和直接的推动作用,它是物理学的基础.对于已经建立起来的物理定理,如果和新的实验事实发生矛盾,就必须加以修正或改造.这样,物理学不断获得新的发展.正因为物理实验这样重要,而且它又有自身的特点和一套实验知识、实验方法、实验技术等独特的内容,所以在高等学校开设物理理论课的同时,还开设了物理实验课.这两门课程虽然有密切的联系,但是也有明显的区别.它们反映了人们研究物理学的两个不同的侧面.

物理实验是用实验的方法去研究物理学的规律.物理实验课的一个显著特点是它的实践性.做实验的时候,要充分考虑到各种实际的情况,得出的结论要尽量符合实际.在上物理理论课时,大家学习过质点、刚体的概念;在分析物体的某些运动时,常常假设运动是没有摩擦的.这种经过抽象的、理想化了的模型,对于理论研究无疑是重要的,但是在做实验的时候,情况就不同了.你到哪里去找真正的质点、刚体和没有摩擦的运动呢?这是找不到的.即使一个布朗微粒,它也有一定大小的体积,否则它就不会在同一时刻受到很多液体分子或气体分子在不同方向上的撞击;即使很坚硬的钢铁,它也有一定程度的弹性,否则就无法测量声波在其中传播的速率;气垫导轨是一种低摩擦实验装置,滑块在上面运动的摩擦阻力是很小的,可是气垫导轨上的不少物理实验,正是研究摩擦阻力对实验结果的影响;在实际生活中,甚至连一个真正的圆球也难以找到,因为对一个实际的"圆球"从不同的方向测量它的直径,数值往往是不相同的.所以实际情况与理想化了的模型是不同的.做实验的时候,就要考虑到这些差别.

实践性的另外一层意思是动手能力的培养和锻炼,这在实验课中占有重要的地位.必须进行实际的操作,光说不练是不行的.有的同学认为只要把实验原理、仪器装置、实验方法都看明白了,不必动手测量和计算,或者只粗略地测量和估算一下,就算完成了实验.他们对实际的操作和计算缺乏兴趣,认为这并不重要,这种看法是不对的.要知道如果不去仔细地调整实验装置,不去仔细地进行测量和计算,就不能了解实验的微妙之处,就不能学到实验的真谛.这些同学往往眼高手低,"一看就懂,一做就错".这也反映了他们对实验课的特点还缺乏认识.

大家可能很欣赏物理理论课程的系统性、逻辑性.在这方面,实验课的情况又不太相同.两个不同的实验题目之间可能很少有直接的内在联系,所以有时先做哪一个实验无关紧要.这也是实验课和理论课不同的地方.然而,一个物理实验涉及到的知识领域往往是很宽广的,即使一个简单的力学实验,也常常涉及到电学、光学、热学、机械学、电子学和计算机等方面的知识.所以物理实验课的另一个特点是综合性.它要求我们在做实验的时候,要根据具体情况灵活应用我们曾经学过的一切知识.一个优秀的实验工作者,他的知识面必须很宽广,不仅有丰富的理论知识,还要

有丰富的实践经验;不仅在某一学科有较深的造诣,而且在其他学科领域也有一定的修养.有的人重理论,轻实验,认为搞理论高深复杂,搞实验低级简单.这实在是一种误解.目前我国的学生与发达国家的学生相比较,在理论知识方面并不比他们差,然而在实验方面,在动手能力方面,还存在一定的差距.这种情况应该引起我们的注意.

在谈了物理实验的重要作用和物理实验课的特点之后,再来谈谈开设物理实验课的目的以及怎样才能学好这门课程.

开设物理实验课的目的简单说来有以下三点:

首先,使学生学到物理实验的基本知识、基本方法和基本技能.包括学会使用各种测量仪器,了解各种物理量的测量方法,学会观察分析各种实验现象,还要了解测量误差的理论知识,学会正确地记录和处理数据,正确地表达实验结果,对实验结果进行正确的分析评价,并在扎实的基本训练基础上,进一步进行设计实验,让学生通过自己设计实验,独立进行实验观测的过程,去发现新现象,研究新问题,并总结出规律性的实验结果,提高实验能力,为以后的科学研究工作或其他科学技术工作打下良好的实验基础.

第二,逐步培养起严肃认真、实事求是的科学态度和工作作风,养成良好的实验习惯.科学是老老实实的学问,来不得半点虚假和马虎.良好的实验习惯是做好实验的重要条件,一旦形成不好的习惯,以后就很难改正.要在每次实验中有意识地锻炼自己.

第三,通过实际的观察和测量,加深对物理理论知识的理解和掌握.同时激发大家对学习物理科学的兴趣.

为了上好每一次物理实验课,同学们要做好以下三个环节的工作:

(1) 做好预习:实验课前要把讲义上的实验内容仔细阅读一遍,弄明白这次实验的目的要求,依据什么原理和公式,有什么近似条件和要求;使用什么实验方法,特别是基本的测量方法;使用什么实验仪器以及要注意什么问题等.要准备一个实验记录的本子,预先写好测量公式、测量步骤,画好电路图、光路图、数据表格,以备上课时使用.

(2) 做好实验:到实验室后要遵守有关的规章制度,爱护仪器设备,注意安全.动手之前要先了解仪器的性能、规格、使用方法和操作规则,不要乱动仪器.调整仪器装置时要仔细认真,一丝不苟.还要注意满足测量公式所要求的实验条件.在整个实验过程中,要脑手并用.一方面,要多动脑筋,头脑里要有清晰的物理图像,对实验原理有比较透彻的理解,对实验中出现的各种现象要仔细观测.要有意识地去学着分析实验,对实验得到的结果要想一想是否合乎物理规律,有没有道理.在进行某些操作之前,先想想可能会出现什么结果,然后再看看是否和预期的相符合.如果不相符合,要仔细分析原因,找出改进措施,绝不能拼凑数据.实验中不要只是机械地按讲义上或教师要求的实验步骤一步一步做完就算完事.实验过程中思想状态是积极主动的,还是消极被动的,对收获大小的影响极大.另一方面,要注意培养和锻炼自己的动手能力.实验操作要做到准确、熟练、快速.如在力学实验中如何调水平、调铅垂;在电学实验中如何连接电路;在光学实验中如何调节元件共轴等,都是一些很基本的操作,都应该熟练掌握.动手能力还表现在能否及时发现并排除实验中可能遇到的某些故障.仪器装置的小毛病,可以在教师指导下自己动手解决.要注意学习教师是如何判断仪器故障,如何修复仪器的(指可能当场修复的情况).实验中还要养成记录好原始数据(就是在测量时直接从仪器上读出来的数据)的习惯,要一边测量,一边及时记录,要记得准确、清楚、有次序.做完实验,要将实验数据交给教师检查,得到认可后,再将仪器归

整复原好，方可离开实验室.

(3) 写好实验报告：实验报告是对实验的全面总结.内容除实验名称和姓名外，一般包括：实验目的、仪器用具、原理公式、数据及结果等.要用指定的实验报告用纸并按规定的格式书写实验报告，要字迹清楚、文理通顺、图表正确.准确、完整而简明地表述实验报告中各部分内容，以上是实验课训练的重要方面之一.要按时交实验报告.

上述三个环节中，第二个环节虽然是主要的，但是对第一、第三个环节也绝不应忽视.只有这三个环节都做好了，才算是上好了物理实验课.

预科实验

实验一

单 摆 实 验

【目的要求】

(1) 用单摆测定重力加速度；
(2) 学习使用计时仪器(停表、光电计时器)；
(3) 学习在直角坐标纸上正确作图及处理数据；
(4) 学习用最小二乘法进行直线拟合.

【仪器用具】

单摆装置,带卡口的米尺,游标卡尺,电子停表,光电计时器.

【实验原理】

把一个金属小球拴在一根细长的线上(见图 1－1).如果细线的质量比小球质量小很多.而球的直径又比细线的长度小很多,则可将此装置看作是一个不计质量的细线系住一个质点,这就是单摆.略去空气的阻力和浮力,在摆角很小时,小球的运动方程是

$$\ddot{x}+\frac{g}{l}x=0 \tag{1.1}$$

式中：x 是从平衡点开始计算的位移；g 是重力加速度；l 是单摆的摆长.

式(1.1)的解为

$$x=A\cos(\omega t+\alpha) \tag{1.2}$$

式中：A 和 α 由初始条件决定；ω 是角频率,

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}$$

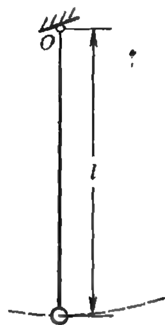


图 1－1　单摆示意图

单摆周期为

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1.3}$$

式中：单摆的摆长 l 是从悬点到小球球心的距离.

可见单摆周期只与摆长和重力加速度有关.如果测量出单摆的摆长和周期,就可以计算出重力加速度 g.这是粗略测定重力加速度的一个简便方法.

【实验内容】

1. 固定摆长,测定重力加速度 g

(1) 取摆长 l 为 100 cm 左右，用带刀口的米尺测量从悬点 O 到小球最低点 A 的距离 l_1，用游标卡尺测小球沿摆长方向的直径 d，则摆长（如图 1－2 所示）为

$$l = l_1 - \frac{d}{2}$$

悬点 O 的位置 x_1/cm	小球最低点 A 的位置 x_2/cm	$l_1(=\lvert x_1 - x_2\rvert)$/cm	游标卡尺零点	小球直径 d/cm



图 1－2 测量摆长的示意图

估计 l_1 的极限误差 e_{l_1}，d 的极限误差 e_d，计算出标准差

$$\sigma_{l_1} = \frac{e_{l_1}}{\sqrt{3}}, \quad \sigma_d = \frac{e_d}{\sqrt{3}}$$

则

$$\sigma_l = \left[\sigma_{l_1}^2 + \left(\frac{\sigma_d}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

故摆长 $l =$ ________ ± ________ cm

(2) 使单摆作小角度摆动，待摆动稳定后，用停表测量摆动 30 次所需的时间 $30T$，重复测量多次，求平均值.

测量次数	1	2	3	4	5	平　均
$30T$/s						

$30T =$ ________ ± ________ s

在测量周期时，应选择摆球通过最低位置时计时. 为了避免视差，在标尺中央放一个有竖直刻线的平面反射镜，每当摆线、刻线和摆线在镜中的像三者重合时计时.

(3) 由式(1.4)计算 g，并算出标准差 σ_g（计算时可把 $30T$ 作为一个量，且不必求出 T）.

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4\pi^2 l}{\left(\frac{30T}{30}\right)^2} = \frac{\pi^2 l \times 3\,600}{(30T)^2} \tag{1.4}$$

$g =$ ________ ± ________ [　　]

2. 改变摆长，测定重力加速度 g

使 l 分别为 60，70，80，90，100，110，120 cm 左右，测出不同摆长下的 $30T$.

(1) 用直角坐标纸作 $l-(30T)^2$ 图，如果图是直线，说明什么？

(2) 对 l 及相应的 $(30T)^2$ 的数据用最小二乘法作直线拟合，求斜率，并由此求出 g（参看实验八中"处理数据的几种方法"一节内容）.

3. 固定摆长，改变摆角，测周期 T

使摆角分别为 10°，20°，30°，用光电计时器测摆动周期. 用周期 T 随摆角 θ 变化的近似公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{\theta}{2}\right) \tag{1.5}$$

计算出上述相应角度的周期数值. 将实验值与计算值进行比较，并给出合理的解释.

【思考题】

选择题

(1) 测 $30T$ 而不直接测 T 是因为(　　).

① 多次测量能减小偶然误差.

② 能减小电子停表的误差.

③ 能减小按停表不及时的误差.

(2) 在小球最低点开始计算周期是因为(　　).

① 最低点便于观察.

② 在最低点安装反射镜比较方便.

③ 因为在同样位置误差下,最低点的计时误差最小.

【附录】

光电计时器

本实验室所用光电计时器为 BD100 型智能频率计.它由两个部分组成,主体称为频率计,以 MCS－51 系列单片微型计算机为核心,附件称为光电门,由红色发光二极管(一般生产厂家都使用红外发光二极管,考虑到发光管出故障时,在可见光波段易于被发现,便于实验维修,故本实验室使用了红色发光二极管)和光电三极管(作为光信号的接收元件)组成,并被装在特制支架上.上述两部分就构成了智能化测时仪器.其输入部分由两路光电门及 4 个命令键组成,输出部分为 6 位发光数码管.仪器通电后,开始执行芯片内部固化的专用程序.该程序首先初始化仪器各项内部参数,启动系统时钟,然后进入等待状态.此后若光电门被挡光,相应的光信号被光电接收电路转换成电信号,触发单片机进入中断服务子程序.该子程序按照系统时钟读取并存储挡光时刻的时间,本仪器最多可存储挡光 52 次的时间.当用 4 个按键输入命令时,仪器根据命令种类对存储数据进行一系列运算,显示出相应结果(时间间隔、周期、频率等).

本仪器是针对力学实验需要而设计的,适用于一般物体运动或低频机械振动的测量.测时范围(相邻两次挡光时间间隔)为 100～4 000 μs,测时精度为 10 μs.

实验二

测定冰的熔化热

【目的要求】

(1) 了解热学实验中的基本问题——量热和计温;
(2) 了解粗略修正散热的方法;
(3) 学习进行合理的实验安排和参量选择.

【仪器用具】

量热器,电子天平,数字温度计(−10.0～100.0 ℃),玻璃皿,冰,停表,干拭布.

【实验原理】

1. 一般概念

一定压强下晶体物质熔化时的温度,也就是该物质的固态和液态可以平衡共存的温度,称为该晶体物质在此压强下的熔点.单位质量的晶体物质在熔点时从固态全部变成液态所需要的热量,叫做该晶体物质的熔化热.

本实验用混合量热法来测定冰的熔化热.它的基本作法是:把待测的系统 A 和一个已知其热容的系统 B 混合起来,并设法使它们形成一个与外界没有热量交换的孤立系统 C(C = A + B).这样 A(或 B)所放出的热量,全部为 B(或 A)所吸收.因为已知热容的系统在实验过程中所传递的热量 Q 可以由其温度的改变 δT 和热容 C 计算出来,即 $Q = C\delta T$,因此,待测系统在实验过程中所传递的热量也就知道了.

由此可见,保持系统为孤立系统是混合量热法所要求的基本实验条件.这要从仪器装置、测量方法以及实验操作等各方面去保证.如果实验过程中系统与外界的热交换不能忽略,就要作散热(或吸热)修正.

温度是热学中的一个基本物理量.量热实验中必须测量温度.一个系统的温度,只有在平衡态时才有意义,因此测温时必须使系统各处温度达到均匀.用温度计的指示值代表系统温度,还必须使系统与温度计之间达到热平衡.

2. 装置简介

为了使实验系统(包括待测系统与已知其热容的系统)成为一个孤立系统,我们采用量热器.因为传递热量的方式有三种——传导、对流和辐射,所以必须使实验系统与环境之间的传导、对流和辐射都尽量减少,量热器可以满足这样的要求.

量热器的种类很多,因测量的目的、要求和测量精度的不同而异.最简单的一种如图 2 − 1 所示,由良导体做成的内筒置于一个较大的外筒中组成.通常在内筒中放水、温度计及搅拌器,这些东西(内筒、温度计、搅拌器及水)连同放进的待测物体就构成了我们所考虑的(进行实验的)系

统.内筒、水、温度计和搅拌器的热容是可以计算出来或实测得到的,因此根据前述的混合量热法就可以进行量热实验了.

量热器内筒置于一绝热架上,外筒用绝热盖盖住,因此,空气与外界对流很小.又因空气是不良导体,所以内、外筒间由传导方式传递的热量便可以减至很小.同时,由于内筒的外壁及外筒的内外壁都电镀得十分光亮,使得它们发射或吸收辐射热的本领变得很小,于是我们进行实验的系统和环境之间因辐射而发生的热量传递也可以减小.这样的量热器已经可以使实验系统粗略地接近于一个孤立系统了.

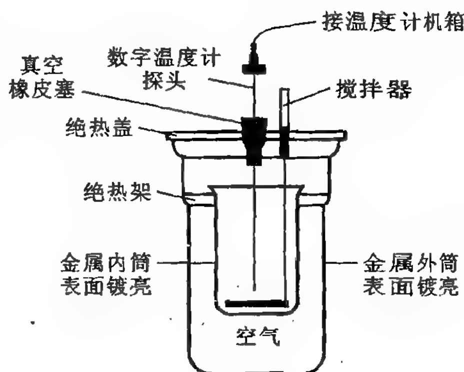


图 2-1　量热器示意图

3. 实验原理

若有质量为 m、温度为 T_1 的冰(设在实验室环境下其熔点为 T_0),与质量为 m、温度为 T_2 的水混合,冰全部熔化为水后的平衡温度为 T_3.设量热器的内筒和搅拌器的质量分别为 m_1 和 m_2,比热容分别为 c_1 和 c_2.水和冰的比热容分别为 c_0 和 c_3.温度计的热容为 δ_C.如果实验系统为孤立系统,将冰投入盛有温度为 T_2 的水的量热器中,则有热平衡方程式为

$$mc_3(T_0-T_1)+mL+mc_0(T_3-T_0)$$
$$=(mc_0+m_1c_1+m_2c_2+\delta_C)(T_2-T_3) \tag{2.1}$$

式中:L 为冰的熔化热.

因此,冰的熔化热 L 为

$$L=\frac{1}{m}(mc_0+m_1c_1+m_2c_2+\delta_C)(T_2-T_3)-c_0(T_3-T_0)-c_3(T_0-T_1) \tag{2.2}$$

我们实验室所用内筒和搅拌器材料为铜,其比热容 $c_1=c_2=0.389\times10^3\,\mathrm{J/(kg\cdot K)}$.冰的比热容(在 $-40\sim0$ ℃时)$c_3=1.80\times10^3\,\mathrm{J/(kg\cdot K)}$.水的比热容取 $c_0=4.18\times10^3\,\mathrm{J/(kg\cdot K)}$.在我们实验室条件下,冰的熔点可以近似认为是 0 ℃,即 $T_0=0$ ℃.

为了尽可能使系统与外界交换的热量达到最小,除了使用量热器以外,在实验的操作过程中还必须注意:不应当直接用手去把握量热器的任何部分;不应当在阳光的直接照射下或空气流动太快的地方(如通风过道、风扇旁等)进行实验;冬天要避免在火炉或暖气旁做实验等.此外,由于系统与外界温度差越大时,在它们之间传递热量越快;时间越长,传递的热量越多,因此在进行量热实验时,要尽可能使系统与外界温度差小,并且尽量使实验过程进行得迅速.

尽管注意到了上述的各个方面,但除非系统与环境的温度时时刻刻完全相同,否则就不可能完全达到绝热的要求.因此,在作精密测量时,就需要采用一些办法来求出实验过程中实验系统究竟散失或吸收了多少热量,进而对实验结果进行修正.

在本实验中,我们介绍一种根据牛顿冷却定律粗略修正散热的方法.

一个系统的温度如果高于环境温度,它就要散失热量.实验证明,当温度差相当小时(例如在 10～15 ℃范围里),散热速率与温度差成正比,此即牛顿冷却定律.用数学形式表示为

$$\frac{\delta q}{\delta t}=K(T-\theta) \tag{2.3}$$

式中：δq 是系统散失的热量，δt 是相应的时间间隔，K 是一个常数(称为散热常数)，它与系统表面积成正比并随表面的吸收或发射辐射热的本领而变，T 和 θ 分别是我们所考虑的系统及环境的温度，$\delta q/\delta t$ 称为散热速率，表示单位时间内系统散失的热量.

已知当 $T>\theta$ 时，$\frac{\delta q}{\delta t}>0$，系统向外散热；当 $T<\theta$ 时，$\frac{\delta q}{\delta t}<0$，系统从环境吸热.我们可以取系统的初温 $T_2>\theta$，终温 $T_3<\theta$，以设法使整个实验过程中系统与环境间的热量传递前后彼此抵消.

实验中的具体情况是：在刚投入冰时，水温高，冰的有效面积大，融化快，因此系统表面温度 T(即量热器中水的温度)降低较快；随着冰的不断融化，冰块逐渐变小，水温逐渐降低，冰融化就慢了，水温的降低也就变慢起来.量热器中水温随时间的变化曲线如图 2-2 所示.

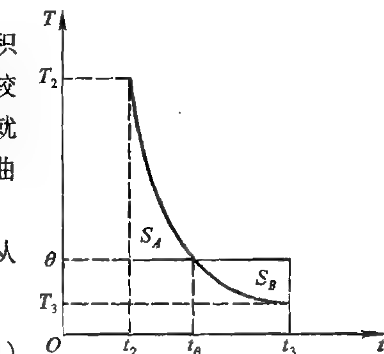


图 2-2　用补偿法粗略修正散热示意图

根据(2.3)式，$\delta q=K(T-\theta)\delta t$，实验过程中，即系统温度从 T_2 变为 T_3 这段时间($t_2\rightarrow t_3$)内系统与环境间交换的热量为

$$q=\int_{t_2}^{t_3}K(T-\theta)\mathrm{d}t \tag{2.4}$$

(2.4)式可写成

$$q=K\int_{t_2}^{t_\theta}(T-\theta)\mathrm{d}t+K\int_{t_\theta}^{t_3}(T-\theta)\mathrm{d}t \tag{2.5}$$

前一项 $T-\theta>0$，系统散热，后一项 $T-\theta<0$，系统吸热，对应于图 2-2 中面积

$$S_A=\int_{t_2}^{t_\theta}(T-\theta)\,\mathrm{d}t,\quad S_B=\int_{t_\theta}^{t_3}(T-\theta)\mathrm{d}t$$

由此可见，S_A 与系统向外界散失的热量成正比，即 $q_{散}=KS_A$；S_B 与系统从外界吸收的热量成正比，即 $q_{吸}=KS_B$.因此，只要使 $S_A\approx S_B$，系统对外界的散热和吸热就可以相互抵消.

要使 $S_A\approx S_B$，就必须使$(T_2-\theta)>(\theta-T_3)$，究竟 T_2 和 T_3 应取多少，或$(T_2-\theta):(\theta-T_3)$应取多少，要在实验中根据具体情况选定.

上述这种使散热与吸热相互抵消的做法，不仅要求水的初温比环境温度高，末温比环境温度低，而且对初温、末温与环境温度相差的幅度要求比较严格.往往经过若干次的试验，效果可能仍然不够理想.

下面介绍另外一种方法，这种方法对量热器中水的初温和末温没有什么限制.

如图 2-3，在 $t=t_2$ 时投入冰块，在 $t=t_3$ 时冰块熔化完毕.在投入冰块前，系统的温度沿 $T_2''T_2$ 变化，在冰块熔化完毕后，系统温度沿 T_3T_3'' 变化.$T_2''T_2$ 和 T_3T_3'' 实际上都很接近直线.作 $T_2''T_2$ 的延长线到 T_2'，作 $T_3''T_3$ 的延长线到 T_3'，连接 $T_2'T_3'$，使 $T_2'T_3'$ 与 T 轴平行，且使面积 $S_1+S_2=S_3$，用 T_2' 代替 T_2，用 T_3' 代替 T_3，代入(2.2)式求 L，就得到系统与环境

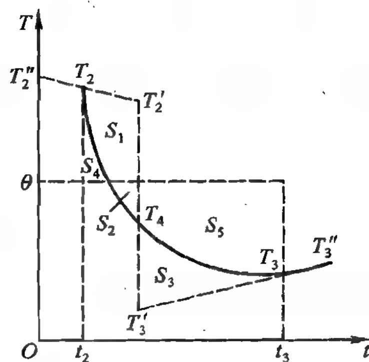


图 2-3　作新温度曲线修正散热示意图

没有发生热量交换的实验结果.

采用上述做法的理由是:实际的温度变化本来是$T_2''T_2T_4T_3T_3''$.在从冰块投入到冰块熔化完毕的过程中,系统散失的热量相当于面积S_4,从环境吸收的热量相当于面积S_2+S_5.综合两者,系统共吸收的热量相当于面积$S=S_2+S_5-S_4$.

在用T_2'代替T_2、用T_3'代替T_3后,我们得到另一条新的温度曲线$T_2''T_2T_2'T_3'T_3T_3''$.在从冰块投入到冰块融化完毕的过程中,系统散失的热量相当于面积S_1+S_4,从环境吸收的热量相当于面积S_3+S_5.综合两者,系统共吸收的热量相当于面积$S'=S_3+S_5-S_1-S_4$.

因为作图时已使$S_1+S_2=S_3$,所以有$S'=S$.这说明,新的温度曲线与实际温度曲线是等价的.

新的温度曲线的物理意义是:它把系统与环境之间交换热量的过程与冰融化的过程分割开来,从T_2到T_2'和从T_3'到T_3是系统与环境交换热量的过程,从T_2'到T_3'是冰融化的过程.由于将冰融化的过程变为无限短,自然没有机会进行热量交换.因而从T_2'到T_3',便仅仅是由于冰的融化而引起的水温的变化.这一方法把对散热的修正转换为对初温和末温的修正.它对量热器中水的初温和末温原则上没有任何限制,即使T_2,T_3都大于θ或两者都小于θ也是可以的.但考虑到牛顿冷却定律成立的条件以及其他因素,还是在θ附近为好,即最好还是使$T_2>\theta$,$T_3<\theta$,但它们与θ的差值可以不受限制.

【实验装置】

1. 电子天平

本实验室用的电子天平外型如图2-4所示.由称量传感器、电子线路及数字显示等几个主要部分组成.最大称量为500 g(或1 000 g),最小分度值0.01 g,允差为±0.02 g,稳定时间为3 s.

电子天平操作规则:

(1) 天平的负载量不得超过其最大称量;

(2) 天平开机后应有30 min预热时间;

(3) 为确保天平称量正确,使用前应进行校准(校准方法及步骤见实验室使用说明牌)并隔一定时间(如2 h左右)校准一次;

(4) 称量时将待测物置于秤盘中央;

(5) 天平工作台应使用水平工作台或其他防震工作台.

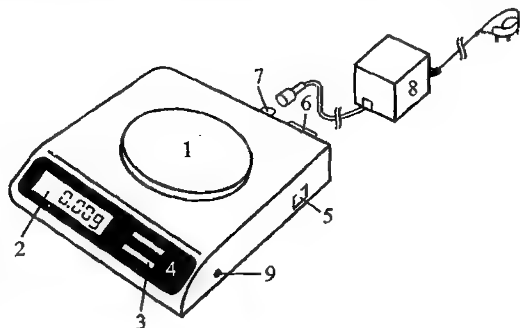


图2-4　DJ500(1000)精密电子天平

1. 秤盘　4. 校正键(CAL)　7. 电源插座
2. 称量显示窗　5. 开关　8. 稳压电源
3. 去皮键(T)　6. 数据输出接口　9. 程序调用开关

2. 数字温度计

数字温度计主要由温度(热电)传感器、放大电路和数字显示几部分组成.本实验室用的温度传感器有两种:半导体P-N结温度传感器和铂电阻温度传感器.它们之所以能测温,P-N结温度传感器利用了P-N结电压特性与温度有关,且具有负的温度系数;铂电阻温度传感器利用了电阻阻值随温度变化有正的电阻温度系数的原理.为便于使用,它们通常被封装在铜管或不锈钢管中.在本实验中,传感器浸入待测系统部分的热

容 δ_C 相对实验系统来说很小，可以忽略不计，也可以通过热学实验的一般方法粗测，以便了解其数量级范围.

半导体 P－N 结传感器温度计：测温范围为 －25～125 ℃，允差为 ±0.5 ℃(0～100 ℃范围内)，三位半数字显示.

铂电阻传感器温度计：测温范围为 －25～125 ℃，允差为 ±0.1 ℃，四位半数字显示.

【实验内容】

1．测定冰的熔化热

实验步骤由学生自行安排，应注意以下各点：

(1) 水的初温 T_2 可取比室温 θ 高 10～15 ℃，水的质量约取量热器内筒容量的 2/3 左右.

(2) 要选取透明、清洁的冰. 冰不能直接放在天平盘上称衡. 冰的质量可由冰融化后，冰加水的质量减去水的质量求得.

(3) 要考虑如何去确定系统的初温 T_2 和终温 T_3，怎样才能使温度计读数确实代表所要测量的系统的温度(整个实验过程中要不断轻轻地进行搅拌).

(4) 注意保护温度计的传感器部分.

(5) 先做一次实验，在分析实验现象和结果的基础上，确定 T_2，T_3 及冰的质量 m_0 等数值大体应以多少为宜，然后仔细地重复实验.

2．测定实验过程中系统温度随时间的变化

每隔一定时间(如 20 s)测系统温度，作 $T-t$ 图.

(1) 用粗略修正散热的方法：适当选择 T_2 和 T_3，使系统散热与吸热大体抵消.

为了从容地测准 T_2，试用如下办法测 T_2：搅拌内筒中的水，每隔一定时间(如 15 s)读 T，取 5～6 个点. 再记下投入冰的时间，用外推法求出投冰时刻的水温 T_2.

(2) 用修正初温和末温的方法：除用(1)中的外推法求出 T_2 外，试从 $T-t$ 图中找出 T_2' 和 T_3'.

*3．试考虑用混合量热法粗测温度计浸入水中部分的热容 δ_C.

【思考题】

(1) 用混合量热法必须保证什么实验条件？在本实验中是如何从仪器、实验安排和操作等各个方面来力求保证的？

(2) 试说明下列各种情况将使测出的冰的熔解热偏大还是偏小(请定性说明)：

① 测 T_2 前没有搅拌；

② 测 T_2 后到投入冰相隔了一段时间；

③ 搅拌过程中把水溅到量热器的盖子上；

④ 冰中含水或冰没有擦干就投入；

⑤ 水蒸发，在量热器绝缘盖上结成露滴.

(3) 实测系统的散热常数 K，并根据实测的 $T-t$ 曲线估计，由于系统从环境吸热以及向环境散热不能抵消，造成对 L 的影响.

(4) 如果冰块中含有少量的水，且水的质量与整个冰块的质量之比为 x，试证明

$$\frac{\Delta^* L}{L} = -x$$

式中：$\Delta^* L$ 为测量值 L 的可以修正的系统误差；负号表示冰中含水使 L 值减小.

实验三

电学实验基本知识

【目的要求】

(1) 学习电学实验基本仪器的性能和使用方法;

(2) 学习连接电路以及测量直流、交流电压和电流;

(3) 学习电学实验操作基本规程和安全知识.

【仪器用具】

电流表,电压表,数字万用表,滑线变阻器,电阻箱,自耦调压变压器,示波器,信号源,开关,导线.

【常用电学仪表仪器简介】

(一) 电表

实验电表按其用途可分为直流电表和交流电表;按其结构可分为数字式电表和指针式电表,为讨论方便,我们按结构分类讨论.

1. 数字电压表(数字万用电表)

数字电压表是一种功能齐全、精度高、性能稳定、灵敏度高、结构紧凑的仪表.它显示直观,能做到小型化、智能化,并且可以与计算机接口组成自动化测试系统.由于数字电压表配以其他各种适当的转换电路(如交直流转换器、电流电压转换器、欧姆电压转换器、相位电压转换器等)可以进行除测量电压以外的其他电学量的测量,如电流、电阻、电容、频率、温度、二极管正向压降、晶体三极管 h_{EF} 参数及电路通断测试,等等,所以这种功能齐全的数字表,又称为数字万用表.它可供实验室测试、工程设计、野外作业和工业生产维修等使用.数字电压表按显示位数分,可以分为三位半、四位半、五位、六位、八位等;按测量速度分,可以分为高速和低速;按质量、体积分,可分为袖珍式、便携式和台式;按 A/D 变换方式可分为直接转换型和间接转换型.

(1) 数字电压表的工作特性

① 测量范围:用量程和显示位数反映测量范围.

量程:数字电压表有一个基本量程,是1∶1衰减量程.以它为基础可以扩展量程,并使量程步进分挡可调.下限可至 0.1 μV,上限可达 1 kV.

分辨率:数字电压表的最小量程所能够显示的最小可测量值.如一个最小量程为 200 mV 的挡,满量程显示值为 200.00,其分辨率是 10 μV.

② 位数:指数字电压表能完整地显示数字的最大位数.能显示出 0~9 这 10 个数字称为一个整位,不足的称为半位.例如能显示“999999”时,称为六位;最大能显示“4999”或“1999”的称为三位半.半位都是出现在最高位.

③ 输入阻抗：以电阻 R_i 和电容 C_i 并联形式表示．测量直流时，C_i 不予考虑．R_i 的值通常大于 10 MΩ(兆欧)，因此数字电压表的内阻远远大于指针式电压表的内阻．测量交流电压时 C_i 会造成一些影响．但是由于现在数字电压表的工作频率一般不超过 10^5 Hz，所以 C_i 一般小于 100 pF．

④ 仪器误差(或称为准确度)：数字电压表的允差可以用极限误差表示为

$$e = (\alpha\% \cdot U_x + \beta\% \cdot U_m)$$

式中：U_x 是测量值(即读数)，U_m 是满度值；$\alpha\% \cdot U_x$ 是读数 U_x 的误差，$\beta\% \cdot U_m$ 是仪器模－数转换时的固定误差，α 和 β 的大小由仪器说明书上给出．

例如，表 3－1 中 $\alpha = 0.03$，$\beta\% \cdot U_m = 2$ 个字．

⑤ 抗干扰能力：通常使用的数字电压表的抗干扰能力大于 60 dB 以上．

实验室用 PF66B 型四位半通用型数字万用电表．它可以用来测量交直流电压、交直流电流和电阻．它的直流电压挡各量程的性能如表 3－1 所示．其他各挡的有关性能指标在本实验后附录中列出．

表 3－1 直流电压

量程	测量范围	准确度	分辨率
200 mV	0～199.99 mV	±(读数×0.03%＋2)	10 μV
2 V	0～1.999 9 V		100 μV
20 V	0～19.999 V		1 mV
200 V	0～199.99 V		10 mV
1 000 V	0～1 000.0 V		100 mV

输入阻抗：200 mV 和 2 V 量程为 100 MΩ，其他量程为 10 MΩ．

过载保护：当测量值超过测量范围时，仪表显示闪烁．

(2) 数字万用表使用注意事项

① 不同类型的数字万用表有着不同的基本精度，而不同精度的数字表价格相差很大．因此选择数字表时应根据测量精度的要求，选择合适的数字表，不可一味追求高精度的数字表．

② 数字表的读数显示率约为 2～4 次/s，读出准确的测量结果需有一定的延时时间，通常为 1～2 s．因此用数字表读数时，一定要待读数稳定后读取测量结果，不可以当显示屏上一出现数据立即读数．

③ 对于整数位数字表，例如三位表，其最大显值为 999；对于四位半的数字表，其最大显示值为 19 999，即半位总是出现在最高位．超量程时最高位显示“1”，其他消稳．

④ 使用数字表之前必须看说明书，看一下工作环境是否满足其要求，诸如保证准确度的温湿度、工作温度、储存温度等使用条件．

⑤ 使用前首先检查电源，当把电源按键按下时，如果电池电压不足，则显示“+ −”．必须注意测试插口旁的符号 ⚠，这是警告你要留意测试电压或电流不要超过指示数字．此外使用前要先将量程放置在你想测量的挡位上．COM 插口为输入接地端．

⑥ 当使用电流输入插口时，要注意区分小量程的电流插口和“20 A”插入插口．“A”输入插口，内装有保险丝，超量程将会烧坏保险丝．应按原装规格更换后再继续使用．

“20 A”输入插口内无保险丝保护．

⑦ 一般数字万用表具有自动关机功能，开机后约 15 min 会自动切断电源，以防仪表使用完毕忘记关电源．想再使用，重复电源开关操作即可继续开机．使用完毕按电源键到 OFF 则为手动关机．

⑧ 数字万用表是一部精密电子仪器，不要随意更动内部电路以免损坏．并要注意以下几点：不要接到高于 1 000 V 直流或有效值 750 V 交流以上的电压上去；切勿误接量程，以免内外电路受损；仪表后盖未完全盖好时切勿使用；不要在潮湿、水蒸气多及多尘的地方使用数字表；使用前应检查表笔，绝缘层应完好，无破损和断线；红、黑表笔应插在符合测量要求的插孔内，保证接触良好；量程开关应置于正确的测量位置；严禁量程开关在电压或电流测量过程中改变挡位，以防损坏仪表；定期用湿布或温和的清洁剂清洗仪表外壳，不要使用溶剂和研磨剂；更换电池及保险丝时，须拔去表笔并关断电源后再进行．

⑨ 数字万用表的电压测量部分内阻很高，可高达 10 MΩ 以上，然而其电流量程各挡的内阻并非很小，这是在使用时务必注意的．

2．指针式电表

(1) 指针式直流电表

大部分指针式直流电表是磁电式电表．它的内部构造可简单地表示如图 3－1．永久磁铁的两个极上连着带圆筒孔腔的极掌．极掌之间装有圆柱形软铁心，其作用是使极掌和铁心间的空隙中磁场较强，且使磁力线是以圆柱的轴为中心呈均匀辐射状．在圆柱形铁心上支撑有一个可在铁心和极掌间的空隙处运动的矩形线圈．线圈上固定一根指针或光指针，当有电流通过时，线圈受电磁力矩作用而偏转，直到跟游丝的反扭力矩平衡而静止不动．线圈偏转角的大小与所通过的电流成正比．电流方向不同，偏转方向也不同，这是磁电式电表的基本特征．

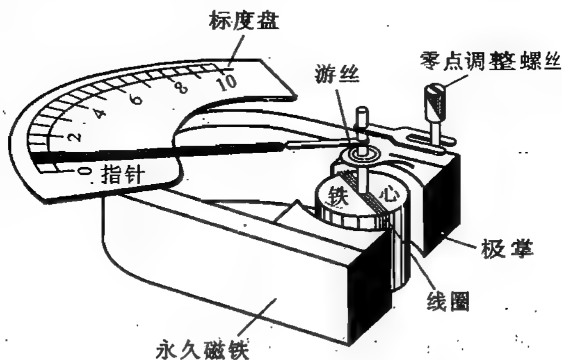


图 3－1　指针式直流电表的结构示意图

常用的指针式直流电表有以下几种：

① 指针式检流计：它的特征是指针零点处在刻度的中央，便于检测出不同方向的直流电．其主要规格如下：

电流计常数：即偏转一小格代表的电流值．一般约为 10^{-6} A/小格．

内阻：约数十欧姆．

指针式检流计主要用于检测小电流或小电位差．使用时，常串联一个阻值较大的可变电阻，控制通过它的电流，以免过大的电流损坏电表，该电阻称为保护电阻，如图 3－2 的 R_h．指针式检流计将在直流电桥实验中得到应用并将

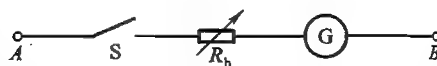


图 3－2　指针式检流计电路接线示意图

对其指针的运动状态加以讨论.

② 直流电压表:它的用途是测量电路中两点间直流电压的大小.其主要规格如下:

量程:即指针偏转满刻度时的电压值.

例如,有一电压表量程为 0 - 2.5 V - 10 V - 25 V,表示该表有 3 个量程.如第一个量程在加上 2.5 V 电压时偏转满刻度.

内阻:即电表两端的电阻.同一电压表不同量程其内阻不同,电压表内阻可以用单位电压的电阻大小来计算(俗称每伏欧姆数).例如一个 0 - 2.5 V - 10 V - 25 V 电压表,每伏欧姆数是 10 kΩ/V,可用下式计算某量程的内阻:

$$内阻 = 量程 \times 每伏欧姆数$$

③ 直流电流表(毫安表、微安表):它的用途是测量电路中直流电流的大小.其主要规格如下:

量程:指针偏转满刻度时的电流值.常用电流表是多量程的.

内阻:一般电流表内阻都是 1 Ω 以下,毫安表、微安表内阻可达一两百欧到一两千欧.

指针式直流电表按准确度分为七级:0.1;0.2;0.5;1.0;1.5;2.5;5.0.电表的准确度等级是用电表的基本误差的百分数表示的.例如,一个 0.5 级的电表,其基本误差为 ±0.5%.用电表的准确度等级 α 及电表的量程 X_m 可以求出电表的最大允许误差,用极限误差 e 表示为

$$e = \alpha \% \cdot X_m$$

电表的标度尺上所有分度线的基本误差都不超过 e.

上述七种级别的电表的基本误差在标度尺工作部分的所有分度线上不应超过表 3-2 中的规定值.电表的准确度等级及其基本误差如表 3-2 所示.

表 3-2 电表的准确度等级及其基本误差

电表的准确度等级	0.1	0.2	0.5	1.0	1.5	2.0	5.0
基本误差/%	±0.1	±0.2	±0.5	±1.0	±1.5	±2.0	±5.0

(2) 指针式交流电表

随着数字电压表的普及,指针式交流电表已不多见,目前常见的是指针式万用表中的整流式交流表.它的主体是一个磁电式电表(直流电表),附加半导体二极管或整流电路作为整流元件.整流元件把交流电整流成单向的脉动电流(图 3-3).由于磁电式电表的偏转角与通过它的电流 I 成正比,故平均偏转角

$$\bar{\theta} = k\bar{i}$$

式中:$\bar{i}$ 为一个周期的平均电流;k 为电表的灵敏度.

交流电表是按正弦波的有效值刻度的,而整流式电表的偏转取决于电流的平均值,因而两者之间有一个换算关系:

半波整流时:有效值(面板刻度的值)= 平均值/0.45,

全波整流时:有效值(面板刻度的值)= 平均值/0.90.

所以,对简谐交流电,电表直接读的是它的有效值.对其他波形(如方波、三角波等)不能直读其数值,需要经过波形换算才能得到正确的数值.

整流式电表可以做成不同量程的电流表和电压表(加分流电阻或扩程电阻),单位电压的电阻即每伏欧姆可达1 000 Ω/V,适用频率范围为 50～2 000 Hz. 如果采取适当措施,频率范围可稍扩大. 整流式电表的误差来源多,因此准确度稍低,通常这种电表的准确度最高只能达到 1.5 级,一般指针式万用表的交流电压挡准确度是 5 级.

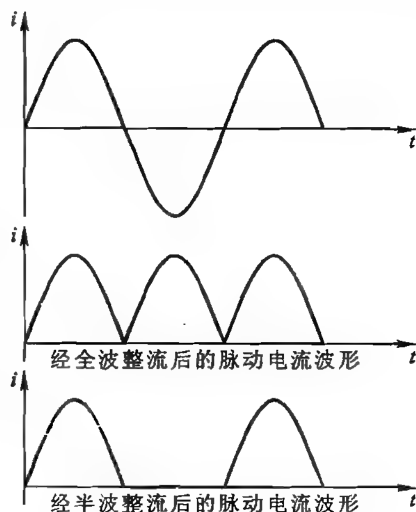


图 3－3　正弦波形图及其经全波和半波整流后的波形图

(3) 指针式电表使用注意事项

① 量程的选择:根据待测电流或电压的大小,选择合适的量程. 量程太小,过大的电压、电流,都会使指针式电表损坏;量程太大,指针式电表指针偏转太小,致使读数不确定度过大. 使用时应事先估计待测量的大小,选择稍大的量程,试测一下,如不合适,再选用合适的量程. 如果不知道待测量的大小,则必须从最大量程开始试测.

在使用电表时可根据电表的准确度等级求出测量值 X 的可能最大相对误差为

$$\frac{e}{X}=\alpha\%\cdot\frac{X_m}{X}$$

由上式看出,测量值愈接近电表的量程 X_m,测量误差就愈接近电表准确度等级的百分数. 当被测量值比选用的电表量程小得多时,测量误差将会很大. 这点在使用指针式电表时要特别注意.

例如,一个 0.5 级、3 V 量程的电压表其基本误差为 0.5%. 每个读数的最大误差不超过

$$e=3\ \text{V}\times 0.5\%=0.015\ \text{V}$$

用其测量电压,当电表的读数为 3 V 时,测量的相对误差为

$$0.015\ \text{V}/3\ \text{V}=0.5\%$$

而当电压表读数为 2 V 时,测量的相对误差为

$$0.015\ \text{V}/2\ \text{V}=0.75\%$$

在选用电表时不应片面追求准确度愈高愈好,而应根据被测量的大小及对误差的要求,对电表准确度的等级及量程进行合理选择. 为了充分利用电表的准确度,被测的量应大于量程的三分之二. 这时电表可能出现的最大相对误差为

$$\alpha\%\cdot\frac{X_m}{\frac{2X_m}{3}}=1.5\alpha\%$$

即测量误差不会超过准确度等级百分数的 1.5 倍.

② 电流方向:对于直流电表,指针偏转方向与所通过的电流方向有关. 接线时必须注意电表上接线柱的"＋"、"－"标记."＋"表示电流流入端,"－"表示电流流出端,切不可把极性接错,以免撞坏指针. 对于各种交流电表和仪器(如示波器、各种信号源等)的两个接线端中有一端标有接地符号"⊥",称为"接地端". 实际上它表示这一端与仪器、仪表的金属外壳相连. 在测试工作中,须正确设计电路,使得它们的"接地端"能在屏蔽外来干扰信号后恰当地(如直接或仅通过无感电阻)接在一起. 否则由于外界交流信号的干扰,影响测量结果,甚至使测量无法进行.

③ 电表的连法：电流表是用来测量电流的．使用时必须串接在电路中．对于直流电流表，在将其接入电路中时，须分清电路断开处电流流入和流出的方向，分别接在直流电流表的标有“+”、“-”的接线柱上．电压表是用来测量电压的，用时应当与被测量电压两端并联．

④ 视差问题：对于指针式电表，读数时应正确判断指针位置．为了减少视差，必须使视线垂直于刻度表面计数．精密的电表刻度尺下方附有镜面，当指针在镜中的像与指针重合时，所对准的刻度，才是电表的准确读数．

⑤ 指针式电表在其外壳上有零点调节螺丝，通电前应检查并调节指针指零．

⑥ 指针式电表的表盘左、右下方通常有一些表明电表基本结构、级别、安放方式（如水平、垂直或成角度放置）、使用要求等多种符号（如用于交流或直流测量），在使用前一定要了解清楚．实验室常用电表符号可参见本实验后的附录“常用电测量指示仪表和附件的符号”．

（二）常用电学仪器

1. 电阻箱

外形如图 3-4(a)所示，它的内部有一套由锰铜线绕成的标准电阻，是按图 3-4(b)连接的．旋转电阻箱上的旋钮，可以得到不同的电阻值．

例如，在图 3-4(b)中，当×10 000 挡指示 2，代表电阻为 20 000 Ω；×1 000 挡指示 3，代表电阻为 3 000 Ω；×100 挡指示 6，代表电阻为 600 Ω；×10 挡指示 0，代表电阻为 0 Ω；×1 挡指示 2，代表电阻为 2 Ω；×0.1 挡指示 6，代表电阻为 0.6 Ω，这时 AD 间总电阻为

$$(2\times10\ 000+3\times1\ 000+6\times100+0\times10+2\times1+6\times0.1)\ \Omega=23\ 602.6\ \Omega$$

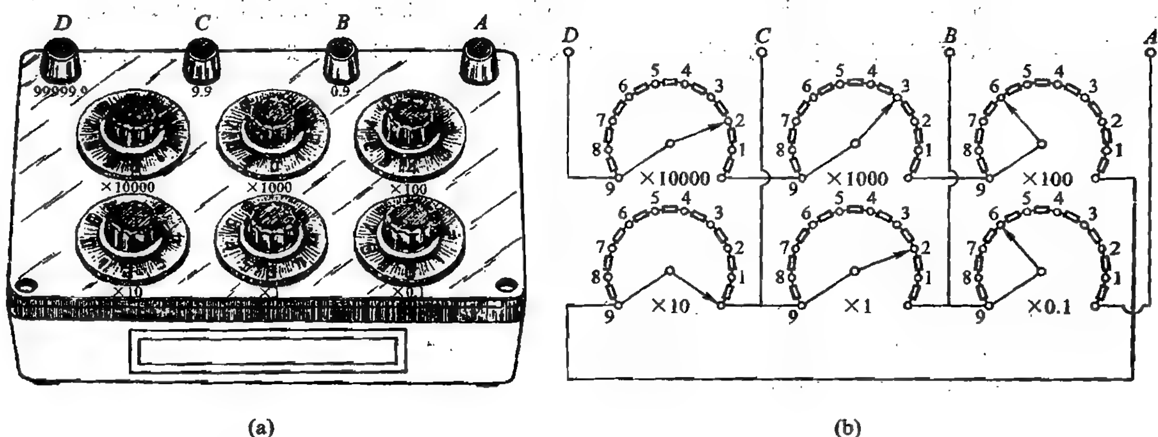


图 3-4 ZX-21 型六钮四接线柱电阻箱
(a) 外观示意图； (b) 内部接线示意图

（1）电阻箱的规格

总电阻：即最大电阻值，如图 3-4 所示的电阻箱总电阻为 99 999.9 Ω．

额定功率：指电阻箱上每个电阻挡的功率额定值．一般电阻箱的额定功率为 0.25 W，可以由它计算各电阻挡的额定电流．例如，用×1 000 挡的电阻时，允许的电流为

$$I=\left(\frac{P}{R}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{0.25}{1\ 000}\right)^{\frac{1}{2}}\ \text{A}=0.016\ \text{A}=16\ \text{mA}$$

当使用×1 挡时,允许电流为

$$I=\left(\frac{0.25}{1}\right)^{\frac{1}{2}}\ \text{A}=0.5\ \text{A}$$

可见,电阻值愈大的挡,容许电流愈小.过大的电流会使电阻发热,致使电阻值不准确,甚至灼毁.

(2) 电阻箱的误差

自从 1989 年我国制定了新的直流电阻箱检测规程后,不再给出电阻箱的整体准确度等级,而是给出各个十进盘电阻的等级和残余电阻(亦称零电阻)$R_0=(20\pm5)$ mΩ,参见表 3-3.

表 3-3　电阻箱各挡的相对误差

十进电阻盘	×10 000 Ω	×1 000 Ω	×100 Ω	×10 Ω	×1 Ω	×0.1 Ω
相对误差	$1\ 000\times10^{-6}$	$1\ 000\times10^{-6}$	$1\ 000\times10^{-6}$	$2\ 000\times10^{-6}$	$5\ 000\times10^{-6}$	$50\ 000\times10^{-6}$

例如,若一个 ZX 21 型六钮电阻箱输出的电阻值是 5 234 Ω,由表 3-3 可知其基本误差为

$$e=(5\ 000\times1\ 000\times10^{-6}+200\times1\ 000\times10^{-6}+30\times2\ 000\times10^{-6}+4\times5\ 000\times10^{-6}+0.02)\ \Omega$$
$$=5.3\ \Omega$$

由上面讨论的各个十进电阻盘的误差可知不同的十进电阻盘其误差各不同.在电阻较大时,接触电阻(例如为 0.002 Ω)带来的误差微不足道,但在电阻值较小时,这部分误差却很可观.为了保证在小电阻的情况下,减小在大电阻下被视为微不足道的接触电阻的影响,电阻箱上增加了专门用于小电阻下的接线柱,如图 3-4(b)所示的电阻箱为一个六钮电阻箱,当阻值为 0.5 Ω 时,接触电阻带来的相对误差为$(6\times0.002)/0.5=2.4\%$.当电阻小于 10 Ω 时,用 A 和 C 接头可使电流只经过×1 和×0.1 这两个旋钮,即把接触电阻限制在 2×0.002 Ω 以下.当电阻小于 1 Ω 时,用 A 和 B 接头可使电流只经过×0.1 这个旋钮,接触电阻就在 0.002 Ω 左右.标称误差和接触电阻误差之和就是电阻箱的误差.但要注意电阻箱经常擦洗,否则其接触电阻往往会超过规定的允许值.

2. 变阻器

变阻器是可变电阻器的简称,它主要用途是控制电路中的电压、电流.电阻箱就是一种准确度较高的变阻器,一般情况下使用的是准确度较低的电位器和滑线变阻器.

小型变阻器通称为电位器,图 3-5(a)是一种圆形的电位器,其接法如图 3-5 (b)所示.A、B 之间的电阻值是固定的,旋转中心轴可使触点 C 在 AB 之间滑动,从而可改变 AC(BC)之间的电阻.电位器的额定功率为零点几瓦至数瓦,使用时应注意将额定功率换算成额定电流,特别是在制流电路中调节时任何时候也不要超过此额定电流值.电位器的生产已系列化,各种阻值和功率规格的产品相当齐全,容易找到合适的电位器.

滑线变阻器是大功率的变阻器,用途和使用方法与电位器一样,但额定电流和体积较大,教学实验中已很少使用.

变阻器有两种接法,称为制流电路和分压电路.

(1) 制流电路

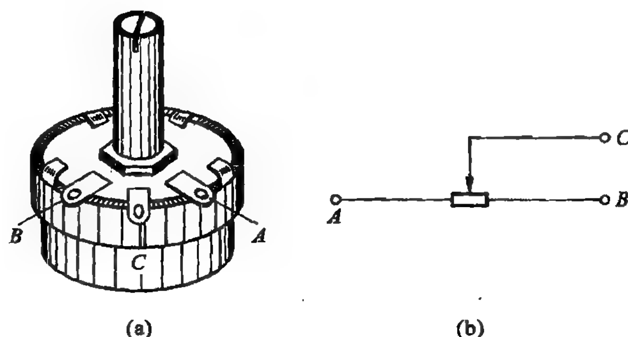


图 3-5　圆形电位器

如图 3-6 所示. A 端和 C 端连在电路中, B 端空着不用, 当触点滑动时, 整个回路电阻改变了, 因此, 电流也随之改变, 所以叫做制流电路. 当触点滑动到 B 端时, 电位器全电阻串联入回路, 电阻值 $R_{AC}=R_{AB}$, 阻值最大, 这时回路电流最小; 当触点滑动到 A 端时, 回路电阻值 $R_{AC}=0$, 回路电流最大.

为了保证安全, 在接通电源前, 一般应使触点滑动到 B 端, 使 R_{AC} 最大, 电流最小, 以后逐步减小电阻, 使电流增至所需值.

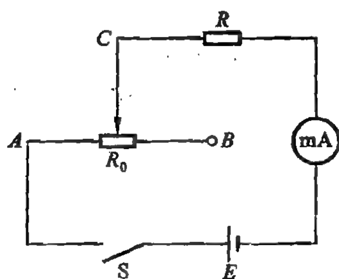


图 3-6　制流电路接线图

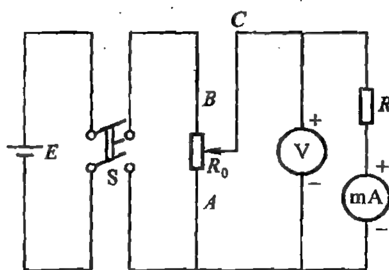


图 3-7　分压电路接线图

(2) 分压电路

如图 3-7 所示. 电位器的两个固定端 A 和 B 分别与电源的两电极相连, 滑动端 C 和一个固定端 A(或 B)连接到用电部分, 接通电源后, AB 两端的电压 U_{AB} 等于电源电压, U_{AB} 又是 AC 间电压 U_{AC} 和 CB 间电压 U_{CB} 之和, 所以输出电压 U_{AC} 可以看作 U_{AB} 的一个部分. 随着触点位置的改变, U_{AC} 也就改变. 当触点滑到 B 端, $U_{AC}=U_{AB}$, 输出电压最大; 当触点滑到 A 端, $U_{AC}=0$, 所以输出电压 U_{AC} 可以在零到电源电压之间任意调节.

为保证安全, 在接通电源前, 一般应使 $U_{AC}=0$, 以后逐步滑动 D, 使输出电压 U_{AC} 电压增至所需值.

3. 电源

实验室用电源分为直流电源和交流电源两种.

(1) 直流电源

目前实验室普遍采用晶体管稳压电源.这种电源的稳定性高、内阻小、输出连续可调、使用方便.例如实验室常用的 DHJ18 - BDC 型,最大输出电压 30 V,最大输出电流 2 A. DHJ - 15HA 型,最大输出电压 30 V,最大输出电流 0.5A.该电源可作为 ±15 V 电源用.这种直流稳压电源面板上有三个接线柱.一个标有"+"号,一个标有"-"号,还有一个标有接地符号"⊥".使用时应注意:该电源如用作单路电源时,一般应使用"+"和"⊥"接线柱,而不由"+"和"-"接线.若用"+"和"-"接线柱时,面板指示的电压值乘以 2 为实际输出的电压.

在小功率、稳定度要求又不高的场合,干电池是很方便的直流电源.干电池经使用一段时间后,电动势会不断下降,内阻不断上升.最后由于内阻很大,不再能提供电流,电池即告报废.

(2) 交流电源

交流电的电压(或电流)随时间作周期性变化.实际上,它包括各种各样的波形.例如正弦波、方波、锯齿波等.要全面了解一个交流电压必须知道它的频率、波形、初相位和电压的峰值,这只有用示波器才能做到.所以,示波器在交流电测量中具有特殊的地位.

对于最常遇到的简谐电压,测量的问题要简单得多,如果频率已知(如市电是 50 Hz),那么只要测出它的峰值(或平均值,或有效值),它的一切性能也就完全清楚了.也就是说,可以用交流电表来测量,既简单又方便,但如果交流电的波形是非简谐波,用交流电表无法测量复杂非简谐波形,只有用示波器才可以直接研究它.

① 市电:即工业用电,也是实验室主要电源,是 50 Hz 的正弦交流电.输送到实验室来的一般是五线三相制 380 V 的动力电.这 5 根输电线中,1 根与大地连接,称为"地线".地线的作用是把用电器的金属外壳与大地相连,以确保人身安全.另外 4 根中有 3 根是"相线",俗称"火线".最后一根是零线.每一根相线与零线之间电压称为相电压,大小为 220 V(有效值).我们常用的 220 V 交流电就是一根相线(火线)与零线之间的电压,实际上就是三个相电压之中的一相,因此称为"单相 220 V".平常我们接触的交流电源,要么是单相 220 V 的,要么是三相 380 V 的(注意 380 V的电压指的是任意两根相线之间的电压),完全不存在所谓的"两相电".所谓"两相电"是一个错误的概念.

交流电路的电压和电流亦可通过加接变阻器实现控制.变阻器的选择与控制电路的安排和直流电路大体相同.所不同的只是交流电路应考虑到电路的阻抗和相角,而直流电只考虑电阻.控制交流电压更方便的方法是采用变压器.变压器可以使市电变为指定的电压值(升压或降压均可).变压器的优点在于它本身几乎不消耗电能.用原副线圈独立的变压器还可以把市电和用电部分隔开,比较安全.常把变压比为 1:1 的变压器作隔离用.它的缺点是往往会使电压波形发生畸变.实验室还常用自耦调压变压器.图 3-8为自耦调压变压器原理图.市电 220 V 加到输入端时,输出端可获得 0~250 V 的连续可调电压.

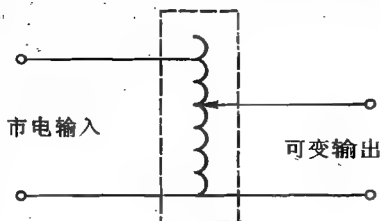


图 3-8　自耦变压器原理图

② 信号源:市电是 50 Hz 简谐电源,如果需要其他频率或其他波形时,可以用专用的信号源(信号发生器).实验室备有晶体管和集成电路构成的信号发生器,它们能够输出良好的波形,但一般都只能提供很小的功率,最大也不过数瓦.

【电学实验操作规程】

(1) 准备:到实验室前通过预习先准备好数据表.实验时,先要把本组实验仪器的规格搞清楚,然后根据电路图要求摆好元器件位置(基本按电路图排列次序,但也要考虑到读数和操作方便).

(2) 连线:要在理解电路的基础上连线.例如图 3-7 的电路,应当这样理解:分压器先把电源电压分为两部分:U_{AC}和U_{BC}.用电压表测出U_{AC}部分电压,再把这部分电压送到用电的电阻R上,并由毫安计测出通过R的电流.连线时的次序及思路(以图 3-7 电路为例):可以从电源开始(但绝对不可先接通电源),用两根导线连到开关的两个接线柱上,然后从开关引出两根线连到电位器的两个固定端A和B,再从A、C两端引线到电压表上测量分压U_{AC},最后从电压表两端引线到电阻R与毫安计串联的电路上.

在连接时还应注意利用不同颜色的导线,这样可以表现出电路电位高低,也便于检查.一般,用红色或浅色导线接正极,或高电位;用黑色或深色导线接负极,或低电位.最后,应特别指出,在连线过程中,电源要在所有开关打开的情况下最后连入电路.

(3) 检查:接好电路后,先复查电路连接正确与否,再检查其他的要求是否都做妥.例如开关是否全部打开,电表和电源正负极是否连接正确,量程是否正确,电阻箱数值是否正确设置,电位器C的电阻箱各挡旋钮位置是否正确等等.直到一切都做好,再请教员检查,经同意后,方可接通电源.

(4) 通电:在通电合闸时,要事先想好通电瞬间各仪表的正常反应是怎样的(例如电表指针是指零不动还是应偏转到什么位置).合闸时要密切注意仪表反应是否正常,并随时准备在出现不正常情况时断开电闸,即采用跃接法接通电源,以防因电路接错,造成仪器损坏.实验过程中需要暂停时,应断开相应的开关.若需要更换电路或元器件时,应将电路中各个仪器的有关旋钮拨到安全位置,然后断开开关,再改接电路,经教员重新检查后才可接通电源继续做实验.

(5) 安全:不管电路中有无高压,要养成避免用手或身体直接接触电路中裸露导体的习惯.

(6) 归整:实验完毕,应将电路中仪器旋钮拨到安全位置,打开开关,经教员检查实验数据后再拆线.拆线时应先断开电源.最后将所有仪器放回原处,再离开实验室.

注意:做电学实验时绝对不能先把电源插头插入电源插座再连接实验电路.做完实验后,一定要先把电源断开,如把电源插头拔下,再拆实验线路.这是在做电学实验时必须养成的习惯,以确保实验过程中的人身安全.

【实验内容】

(1) 详细地考察电表、电阻箱、电位器、开关的结构,以利于掌握它们的使用方法和读数方法.

(2) 记录本组仪器的主要规格.

(3) 严格按照电学实验操作规程,连接图 3-6 所示的电路.接通电源,改变C的位置,观察C的位置和输出电流的关系,并做相应的记录.

(4) 按图 3-7 所示连接电路.接通电源,改变C的位置,观察C的位置和输出电压的关系,并做相应的记录.

(5) 考虑不同的波形对交流电表的反应.

① 按图 3－9(a)连接交流电路，调节自耦变压器，使其输出电压为 5 V，10 V，30 V，选择合适的交流电压表量程进行测量.

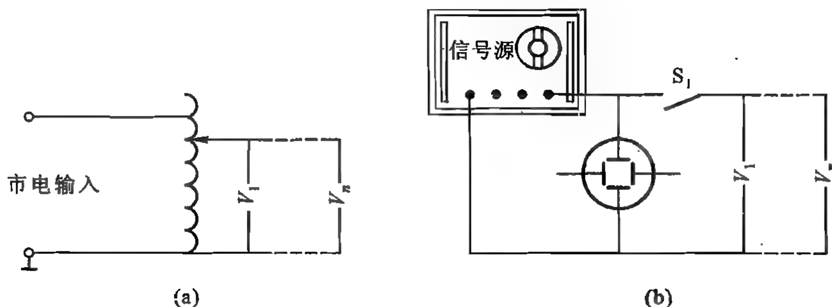


图 3－9　交流电压测量线路图

(a) 市电为电源；(b) 信号源为电源

② 按图 3－9(b)，撤去市电电源和调压变压器，改用实验室的信号源并加接示波器以观察电压波形.

③ 在电压表上先加上正弦波、正弦半波、正弦全波、方波、三角波等信号，读出各电表的读数，并加以比较.

(6) 测量电压表的内阻.

(7) 观察交流电表的频率响应，并作电压表的 $V-f$ 图.

【思考题】

(1) 回想一下自己在操作过程中哪些步骤严格遵守了操作规程？哪些步骤还有疏忽？

(2) 计算本实验所用的电压表各个量程的内阻值.

(3) 本实验所用的电阻箱，当电阻值为 500 Ω 时，绝对误差多大？这时能通过的最大电流是多少？

(4) 把本实验所用电位器作分压使用，那么接在电位器上的电源最大不能超过多少才保证电位器的安全？

(5) 接图 3－7 的分压电路时，如果输出电压不从 AC 两端引出，而是从 BC 两端引出，这样做可以吗？这时输出电压的 C 端是"＋"端还是"－"端？又当 C 移至 B 端时，输出电压多大？

(6) 做实验内容(5)①时，如果发现调压变压器调节不够精细，能否用加接滑线变阻器来改善细调？加接的线路是怎样的？变阻器的阻值怎样选择？

(7) 在实验内容(5)②的各项测量中，如果把电表的两接头互相调换一下，哪些测量值不受影响？哪些将会改变？

【附录】

(一) PF66B 型数字多用表性能

1. 直流电压

量程	测量范围	分辨力	基本误差
200 mV*	0~199.99 mV	10 μV	±(0.03%读数+2字)
2 V*	0~1.999 9 V	100 μV	
20 V	0~19.999 V	1 mV	
200 V	0~199.99 V	10 mV	
1 000 V	0~1 000.0 V	100 mV	

* 输入电阻>100 MΩ,其余量程≥10 MΩ.

2. 直流电流

量程	测量范围	分辨力	基本误差
200 μA	0~199.99 μA	0.01 μA	±(0.1%读数+3字)
2 mA	0~1.999 9 mA	0.1 μA	
20 mA	0~19.999 mA	1 μA	
200 mA	0~199.99 mA	10 μA	
2 A	0~1.999 9 A	100 μA	±(0.5%读数+5字)
20 A*	0~19.999 A	1 mA	

* 最大测量电流为 20 A(最长测量时间为 20 s).

3. 电阻

量程	测量范围	分辨力	基本误差
200 Ω	0~199.99 Ω	0.01 Ω	±(0.1%读数+4字)*
2 kΩ	0~1.999 9 kΩ	0.1 Ω	
20 kΩ	0~19.999 kΩ	1 Ω	
200 kΩ	0~199.99 kΩ	10 Ω	
2 MΩ**	0~1.999 9 MΩ	100 Ω	±(0.25%读数+5字)
20 MΩ**	0~19.999 MΩ	1 kΩ	±(0.3%读数+5字)

* 线电阻除外;

* * 相对湿度不大于 75%.

4. 交流电压

量程	测量范围*	分辨力	基本误差	
			50 Hz～1 kHz	1 kHz～20 kHz
200 mV	0～199.99 mV	10 μV	±(0.3%读数+20字)	±(0.6%读数+20字)
2 V	0～1.999 9 V	100 μV		
20 V	0～19.999 V	1 mV		
200 V**	0～199.99 V	10 mV		—
1 000 V**	0～750.0 V	100 mV		

* 交流测量的起始值应大于该量程的 10%；

* * 200 V、1 000 V 量程频率范围 50 Hz～1 kHz.

输入阻抗：1 MΩ，<200 pF

5. 交流电流

量程	测量范围**	分辨力	基本误差	
			50 Hz～1 kHz	1 kHz～5 kHz
200 μA	0～199.99 μA	0.01 μA	±(0.3%读数+20字)	±(0.8%读数+20字)
2 mA	0～1.999 9 mA	0.1 μA		
20 mA	0～19.999 mA	1 μA		
200 mA	0～199.99 mA	10 μA		
2 A	0～1.999 9 A	100 μA	±(1%读数+20字)	—
20 A*	0～19.999 A	1 mA		

* 测量频率范围：50 Hz～400 Hz 最大测量电流：20 A(最长测量时间为 20 s)；

* * 交流电流测量的起始值应大于该量程的 10%.

(二) 常用电测量指示仪表和附件的符号

磁电系仪表∩；电动系仪表╪；半导体整流器—|◁—.

直流——；交流(单相)～；直流和交流≂.

以标度尺上量限百分数表示的准确度等级，例如 1.5 级：1.5.

以标度尺长度百分数表示的准确度等级，例如 1.5 级：$\underset{\vee}{1.5}$.

以指示值的百分数表示的准确度等级，例如 1.5 级：(1.5).

标度尺位置为垂直的⊥；标度尺位置为水平的⌐—.

标度尺位置与水平面倾斜成一角度，例如 60°：∠60°.

绝缘强度实验电压为 500 V:☆;绝缘强度实验电压为 2 kV:☆(2).

负端钮 - ;正端钮 + ;交流端钮～.

公共端钮(多量限仪表和复用仪表)✳;与屏蔽相连接的端钮○.

接地用的端钮(螺钉或螺杆)⊥;与外壳相连接的端钮⊥.

Ⅱ级防外磁场[Ⅱ];Ⅱ级防外电场[Ⅱ].

实验四

测量非线性元件的伏安特性

【目的要求】

(1) 了解常用电学实验仪器的规格和使用，重点学习使用数字万用表；
(2) 学习电学实验操作规程，练习连接电路，重点掌握分压电路；
(3) 学习测量非线性元件的伏安特性，掌握测量方法、基本电路，了解误差估算方法；
(4) 了解二极管的单向导电性以及稳压二极管特性.

【仪器用具】

直流电源，电位器(两个)，电阻箱，固定电阻，稳压二极管，指针式电流表，电压表，数字万用表(两块)，导线，开关.

【实验原理】

1. 测量元件的伏安特性

给一个电学元件通以直流电，用电压表测出元件两端的电压，用电流表测出通过元件的电流.通常以电压为横坐标、电流为纵坐标画出元件电流和电压的关系曲线，称做该元件的伏安特性曲线.这种研究元件特性的方法叫做伏安法.伏安曲线为直线的元件叫做线性元件，如碳膜电阻和金属膜电阻；伏安曲线为非直线的元件叫做非线性元件，如二极管、三极管、光敏电阻、热敏电阻等.伏安法的主要用途是测量研究非线性元件的特性.一些传感器的伏安特性随着某一物理量的变化呈现规律性变化，如温敏二极管、磁敏二极管等.因此分析了解传感器特性时，常需要测量其伏安特性.

根据欧姆定律

$$R=\frac{U}{I}$$

由电压表和电流表的示值 U 和 I 计算可得到待测元件 R 的阻值.非线性电阻的阻值是随电压(或电流)而变动的，因此分析它的阻值必须指出其工作电压(或电流).表示非线性元件的电阻有两种方法，一种叫静态电阻(或叫直流电阻)，用 R_D 表示；另一种叫动态电阻(或叫微变电阻)，用 R'_D 表示，它等于工作点附近的电压改变量与电流改变量之比.动态电阻可通过伏安曲线求出，如图 4－1 所示，图中 Q 点的静态电阻 $R_D=U_Q/I_Q$，动态电阻 R'_D 为

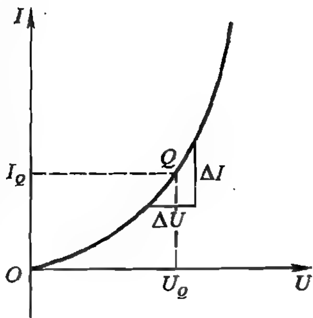


图 4－1　伏安特性

$$R'_D=\frac{dU}{dI}$$

测量伏安特性时，电表连接方法有两种：电流表外接和电流表内接．如图 4－2 所示．由于电表内阻的影响，这两种接法都会引进一定的系统误差．使用电流表内接时，R_x 实测值会偏大；使用电流表外接时，R_x 实测值偏小．通常根据待测元件阻值及电表内阻，选择合适的电表连接方法以减小接入误差的影响：测量小电阻时常采用电流表外接；测量大电阻时常采用电流表内接．如果已知电压表和电流表内阻分别为 R_V 和 R_A，利用下列公式可以对被测电阻 R_x 进行修正．

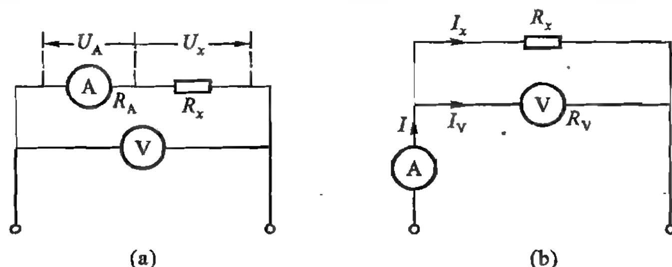


图 4－2 电流表的接法

(a) 电流表内接；(b) 电流表外接

当电流表内接时：
$$R_x = \frac{U}{I} - R_A \tag{4.1}$$

当电流表外接时：
$$\frac{1}{R_x} = \frac{I}{U} - \frac{1}{R_V} \tag{4.2}$$

又可以由下列公式估计测量 R_x 的相对不确定度：

当电流表内接时：
$$\frac{\sigma_{R_x}}{R_x} = \left[\left(\frac{\sigma_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{R_A}{U/I}\right)^2\left(\frac{\sigma_{R_A}}{R_A}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \Big/ \left(1 - \frac{R_A}{U/I}\right) \tag{4.3}$$

当电流表外接时：
$$\frac{\sigma_{R_x}}{R_x} = \left[\left(\frac{\sigma_U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2 + \left(\frac{U/I}{R_V}\right)^2\left(\frac{\sigma_{R_V}}{R_V}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \Big/ \left(1 - \frac{U/I}{R_V}\right) \tag{4.4}$$

现在数字电表使用日益普及．数字电压表的内阻可达 10 MΩ，测量伏安特性时一般采用电流表外接的接法．

测量元件特性应注意以下几点：

（1）要了解元件的有关参数、性能特点，实验中应保证元件安全使用、正常工作．加在元件上的电压及通过它的电流都应小于其额定数值．

（2）安排测量电路时，电位器电路的选择应考虑到调节方便，能满足测量范围的要求．实验中经常采用分压电路，电路图见图 3－7．为调节方便，一般电位器阻值应小于负载电阻，但是电位器阻值过小会加重电源的负担．如细调程度不够，可以采用两个电位器组成二级分压（或制流）电路或粗、细调电路．

（3）使用指针式电表选取电表量程时，既要注意测量值不得超量程以保证仪表安全，又要使读数尽可能大以减小读数的相对误差．测量前应注意观察记录电表的机械零点．如零点不对，可小心调节调零螺丝，或记下零点值，进行系统误差修正．

（4）确定测量范围时，既要保证元件安全，又要覆盖正常工作范围，以反映元件特性．根据测

量范围选定电源电压.

(5) 合理地选取测量点可以减小测值的相对误差.测量非线性元件时,选择变化较大的物理量作为自变量较为方便,可以等间隔取测量点,在测值变化较大时可适当增加测量点.

(6) 在正式测量之前,应对被测元件进行粗测,以大致了解被测元件特性、物理规律及变化范围,然后再逐点测量.

2. 半导体二极管

半导体二极管是一种常用的非线性元件,由 P 型、N 型半导体材料制成 PN 结,经欧姆接触引出电极,封装而成.在电路图中常用如图 4-3(a)中符号表示,两个电极分别为正极、负极.二极管的主要特点是单向导电性,其伏安特性曲线如图 4-3(b)所示.其特点是:在正向电流和反向电压较小时,伏安特性呈现为单调上升曲线;在正向电流较大时,趋近为一条直线;在反向电压较大时,电流趋近极限值 $-I_s$, I_s叫做反向饱和电流;在反向电压超过某一数值 $-U_b$时,电流急剧增大,这种情况称做击穿,U_b叫做击穿电压.正向导通后锗管的正向电压降约为 0.2~0.3 V,硅管约为 0.6~0.8 V.

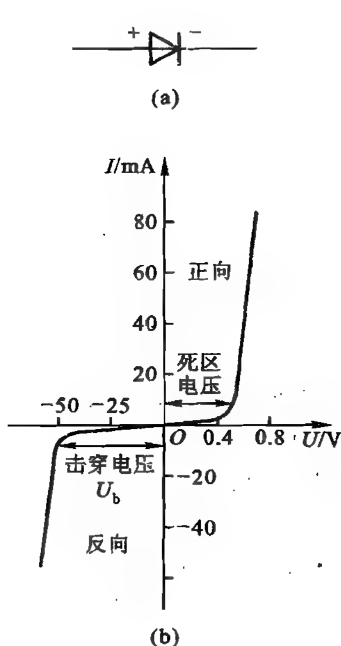


图 4-3　二极管

(a) 二极管符号;(b) 二极管伏安特性

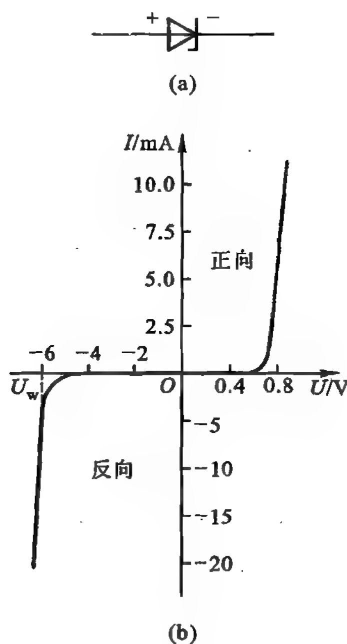


图 4-4　稳压二极管

(a) 稳压二极管符号;(b) 稳压二极管伏安特性

二极管的主要参数:最大整流电流 I_f,即二极管正常工作时允许通过的最大正向平均电流;最大反向电压 U_b,一般为反向击穿电压的一半;反向电流 I_r是反向饱和电流的额定值.

由于二极管具有单向导电性,它在电子电路中得到了广泛应用,常用于整流、检波、限幅、元件保护以及在数字电路中作为开关元件等.

3. 稳压二极管

稳压管是一种特殊的硅二极管,表示符号如图 4-4(a)所示;其伏安特性曲线如图 4-4(b)所示.在反向击穿电压区,一个很宽的电流区间内,伏安曲线陡直,此直线反向与横轴相交于 U_w.稳压管工作在反向击穿区,电流在一定范围内变化,二极管两端电压几乎不变,稳定在一数值.与一般二极管不同,稳压管的反向击穿是可逆的.去掉反向电压,稳压管又恢复正常;但如果反向电流超过允许范围,稳压管同样会因热击穿而损坏.稳压管经常用在稳压、恒流等电路中.

稳压管的主要参数:稳定电压 U_w,动态电阻 R'_D(R'_D越小,稳压性能越好),最小稳定电流 I_{min},最大耗散功率 P_{max} 和最大稳压电流 I_{max}.

【实验内容】

1. 学习使用数字万用表

数字万用表功能量程很多,使用时应根据待测量选择合适的功能和量程,测量之前务必注意检查.本实验要求学会使用数字万用表测量直流电压、直流电流和电阻.具体使用方法请参看实验三"电学实验基础知识".

如果使用数字万用表测量下列电学量:直流电压 1 V,交流电压 220 V,10 kΩ,直流电流 10 mA,应如何选择功能和量程?检测二极管的正负极,可使用数字万用表测试二极管的专用挡进行测量.当二极管正接时,显示值为:正向电流是 1 mA 时,二极管的正向压降,注意红表笔为高电位.如果万用表无此项功能,可使用电阻挡测量二极管的正反向电阻,注意选择有二极管标证的挡,如 20 kΩ 以上各挡,以避免过大电流烧毁二极管.

2. 记录本实验所用仪器的主要规格

3. 用伏安法测量电阻

待测电阻 $R_{x1}\approx 50\ \Omega$,$R_{x2}\approx 1\ 000\ \Omega$.

(1) 先用万用表电阻挡粗测待测电阻,记录测量结果.

(2) 电路图参看图 3-7.使用指针式电压表、电流表分别测量电压、电流.请选择电源电压、电表接法及电表量程.要求将电位器接成分压电路.每组有两个电位器,使用哪一个电位器调节时分压均匀性较好?如果将两个电位器接成具有粗调、细调的分压电路,应如何接线?

*(3) 比较不同电表接法对测量结果的影响.

4. 测量稳压二极管特性

实验中使用 2DW7B 型稳压管.其正向导通电压约 0.7 V;稳压值约为 −6.5~−5.8 V,稳压电流为 10 mA,最大稳压电流为 30 mA,最大耗散功率 0.2 W.工作电流为 10 mA 时,动态电阻为 10~25 Ω.

(1) 用数字万用表检测二极管的正负极.

(2) 测量稳压二极管的正向伏安特性曲线.使用二极管时,一般要串联保护电阻,先取 $R_0=150\ \Omega$.用两块数字万用表分别测量电压、电流.自己选择实验电路和电表接法.要注意二极管正向电阻不是定值,且随电流变化.电流测量范围为 0.05~20 mA;先取电源电压 $E=1$ V,实验中根据需要可增大 E,直到电流达到测量范围上限.

(3) 测量二极管的反向特性.此二极管反向击穿电压约为 5 V,先取 $E=-6$ V.电流测量范围为 0.05~20 mA.

数据处理要求：

(1) 作待测电阻 R_x 的伏安曲线.

① 用作图法求出 R_x 阻值.

* ② 利用公式对测量结果进行系统误差修正，并计算不确定度. 计算时可取 $\Delta R_A = 0.3\ \Omega$，$\Delta R_V = 10\ \Omega$，取 U 和 I 测量值中最大和最小的数值，分别计算不确定度.

(2) 作二极管的伏安特性曲线. 将正反向伏安特性曲线作在一张图上，正反向坐标可取不同单位长度.

① 求出二极管的正向导通电压和反向稳定电压.

② 求出 $U=0.8$ V，$U=-4$ V 时二极管的静态电阻；根据正向、反向电阻说明二极管的单向导电特性.

③ 求出二极管达到稳定电压($I=-10$ mA)时的动态电阻，并说明二极管的稳压性能好坏.

【思考题】

(1) 使用万用表(20 kΩ 以上各挡)测量二极管的正向电阻，为什么各挡测得数值不同？ 如果测量一个线性电阻，情况会怎样？

(2) 测量正向伏安曲线时你采用了哪种电表接法，为什么？

实验五

普通模拟示波器的使用

【目的要求】

(1) 了解示波器显示波形的原理(电偏转、扫描、同步);
(2) 学习示波器的使用方法;
(3) 学习用示波器测电压、时间[间隔](或频率、相位差).

【仪器用具】

SS5702 双踪示波器,功率函数发生器,公用信号源(DC,AC).

【实验原理】

电子示波器是用来直接显示、观察和测量电压波形及其参数的电子仪器.一切可转化为电压的电学量(如电流、电阻等)和非电学量(如温度、压力、磁场、光强等),它们的动态过程均可用示波器来观察和测量.现代示波器的频率响应可从直流至 10^9 Hz;它可观察连续信号,也能捕捉到单个的快速脉冲信号并将它贮存起来,定格在屏幕上供仔细分析研究;它还能在屏上测量电压、时间、频率等各种参数.示波器是用途极为广泛的一种通用现代测量工具.

(一) 示波原理

普通模拟示波器的原理框图如图 5－1 所示,它主要由三部分组成:阴极射线示波管,放大系统,触发、同步系统.电压信号经 Y 轴放大器放大后加到示波管的 Y 偏转板上,当示波器选择 Y－T模式时扫描、同步系统产生一个锯齿波电压加到 X 偏转板上,此时示波管上就能显示出输入电压的波形.

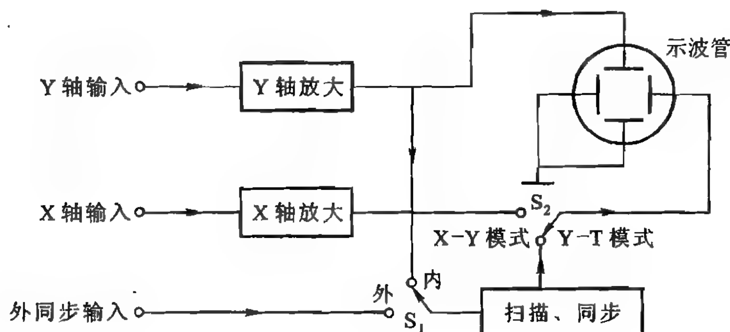


图 5－1　示波器工作框图

S_1 为同步选择开关.S_2 为显示模式开关

1. 阴极射线示波管

示波管内部结构如图 5-2 所示. 阴极被加热发射出大量电子,经聚焦、加速后高速轰击荧光屏,发出荧光. 在靠近阴极处设置控制栅极,调节其电位(相对阴极为负电位)来控制电子束流强度,使荧光"辉度"改变. 在电子束路径两旁设置两对平行板电极,改变加在其上的电压,可控制电子束的运动.

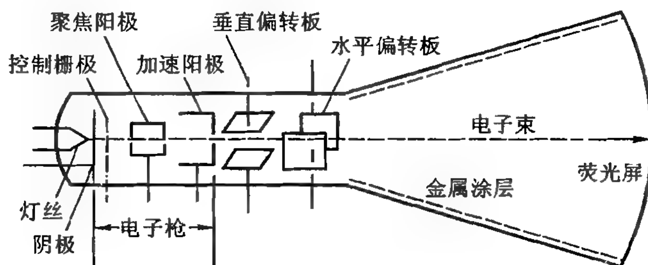


图 5-2　示波管结构

2. 电偏转

在示波管内,有两对平行板电极,垂直方向的一对平行板电极为水平(或 X)偏转板,简称横偏板,水平方向的一对平行板电极为垂直(或 Y)偏转板,简称纵偏板. 在 X,Y 偏转板上加电压时,其电场致使飞速运动电子束(及其在屏上光点)沿水平、垂直方向发生偏移. 这种现象称为**电[致]偏转**.

若电压 u(单位 V)使电子束沿纵向(或横向)偏转 y(单位格),则定义 u/y 为**偏转因数**,记作 K,即

$$K=\frac{u}{y} \tag{5.1}$$

K 的单位用 V/格表示,也就是使电子束沿纵向(或横向)偏转 1 格的电压值. 显然,偏转因数为 K 时,使电子束偏转 y 的电压值为

$$u=Ky \tag{5.2}$$

利用(5.2)式,从电子束的偏转数值,可测出被测电压值.

为了便于观测不同幅度的信号,在示波器面板上设置可手控调节的"偏转因数"钮(通道 1 为 15、通道 2 为 16,参见图 5-9). 它包括:断续可变的"粗调"钮(为多掷开关);与它同轴的连续可调的"微调"钮(为带开关的电位器). 当把"微调"钮顺时针旋到底关闭至'校正'位时,"粗调"钮给出该挡偏转因数的校正值,以供未知电压幅度的定量测试用.

3. 扫描

若仅在横偏板上加周期性变化的电压 $u_X(t)$,则电子束(或光点)沿水平方向作周而复始的往返运动,其位移随电压增大而变大(电压达最大值时它也最大),随电压减小而变小,而当电压恢复到起始值时,电子束(或光点)便回到起始位置. 电子束(或光点)的这种周而复始的往返运动称为**扫描**. 此时的 $u_X(t)$ 称为扫描电压. 当扫描较快(频率较高)时,荧光屏上仅显示一条水平亮线,称为扫描线. 若 $u_X(t)$ 是如图 5-3 中所示的周期为 T_s 的线性锯齿波电压,则电子束的水平

位移 $x \propto u_X \propto t$，即位移与时间成线性关系.

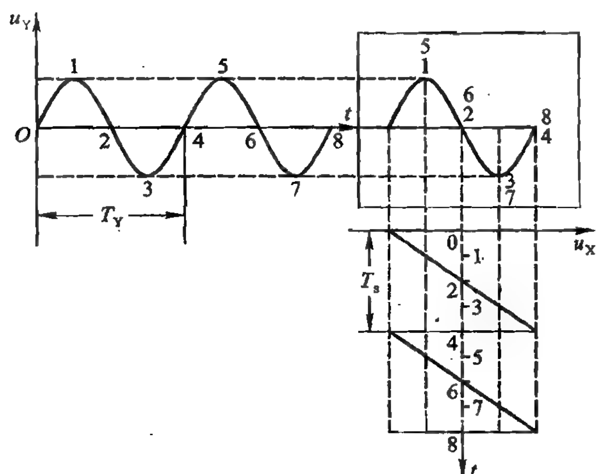


图 5－3　扫描原理

若在横偏板上加的扫描电压，致使电子束在周期 T(单位为 s)内沿水平方向位移 L(单位为格)，则 T/L 为每格扫描的时间，简称**每格扫描时间**，记作 t_0，即

$$t_0 = \frac{T}{L} \tag{5.3}$$

t_0 的单位为时间/格，也就是电子束沿水平方向扫描 1 格的时间. 电子束沿水平方向扫描 L 所用的时间为

$$T = t_0 L \tag{5.4}$$

为了便于观测不同周期的信号，在示波器面板上设置可手控调节的“扫描时间”钮 23(参见图 5－9). 它包括：断续可变的“扫描粗调”钮(为多掷开关)；与它同轴的、连续可调的“扫描微调”钮(为带开关的电位器). 当把“扫描微调”钮顺时针旋到底关闭至‘校正’位时，“扫描粗调”钮给出该挡的厘米扫描时间的校正值，以供交变信号的周期(或频率)乃至非周期性信号时间间隔的定量测试用.

4. 同步

在纵偏板上加周期为 T_Y 的被观察(如正弦波)信号 $u_Y(t)$，在横偏板上加周期为 T_s 的线性锯齿波扫描电压 $u_X(t)$ 时，后者使 Y 方向振动沿 X 方向扫开，由于 x 与时间 t 成正比，我们在屏上看到的就是被观察(如正弦波)信号 $u_Y(t)$，示波器的这种工作模式称为 Y－T 模式.

当每次锯齿波的扫描起始点准确地落到被测信号的同一相位点时，显示屏上每次扫出完全相同的波形，即扫描信号与被测信号达到同步，称为**扫描同步**，此时我们在屏上看到的是一幅稳定的波形. 若每次扫描起始点位于非同相位点，于是每次扫出的波形不重复，其结果是屏上波形不断地在移动(向左或向右)，无法观察到稳定的波形，即扫描不同步，如图 5－4 所示. 扫描显示稳定波形的条件(即扫描同步的条件)是：每次锯齿波扫描的起始点要准确地落在被测信号的同相位点.

实际操作时仅通过手控调节“扫描时间”(即调节锯齿波周期 T_s)的办法是很难实现扫描同

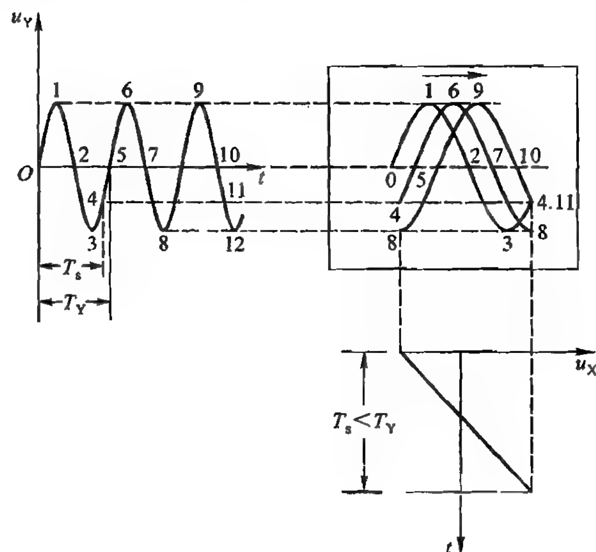


图 5－4　扫描不同步，图像不稳定

步的，因而示波器内均有专门的扫描同步电路来自动实现扫描同步的目的.

触发扫描同步原理：扫描电路平时不扫描，处于等待扫描状态，只有当外界给某一触发信号时它才开始按一定的速度产生一个锯齿波，扫描结束后它又处于等待状态，当又一个触发信号来到时它又以同样的速度再扫描一次，如此不断的重复. 由示波器工作框图 5－1 可见，当用内同步时，此触发信号来自被测信号，被测信号经放大后一路送至纵偏板另一路送至触发电路，当信号电平达到某一选定的触发电平时(如图 5－5 中的 u_A 电平)时，触发电路输出一触发脉冲启动扫描电路，使其开始扫描. 在锯齿波扫描期间它不受其他触发脉冲的任何影响直至扫描结束. 因为每一个触发脉冲产生于同一触发电平，即对应于被测信号的同一相位(φ_0)点，于是每次扫出的波形完全重复，屏幕上显示的是稳定的波形，实现了同步的目的.

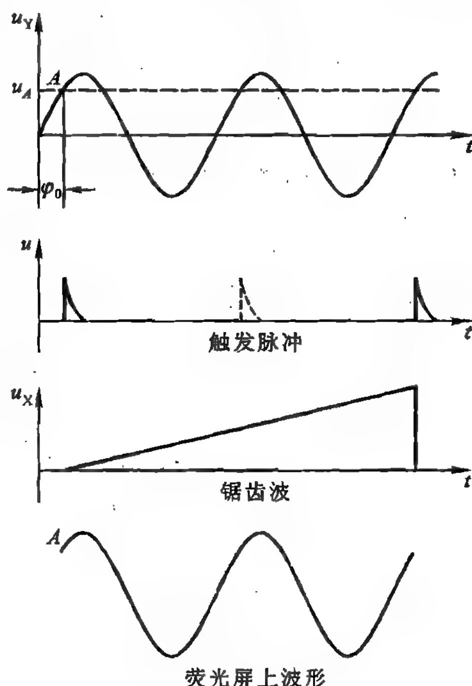


图 5－5　触发扫描原理

改变所选定的触发电平，也就改变了同相点(φ_0)的位置屏幕上波形的起点位置也将变化(请考虑一下波形变化规律与触发电平的关系). 当设定的触发电平大于被测信号的峰值时将不能产生触发信号，屏幕上将看不到任何波形，但触发电平也不宜太小，否则图形也不稳定，一般应大于半格.

为了在各种不同情况下确保获得触发扫描来实现同步，在

示波器面板上设置:“触发源”、“触发耦合方式”、“扫描方式”、“触发电平/触发极性”等键钮(参见图 5－9),供观测者选择与调控.

(1)“触发源”键 18:当它置于“CH_1”或“CH_2”时为内触发,这时系统从经过前置放大后的通道 1 或通道 2 信号中取出部分信号作为触发信号;当它置于“EXT”时为“外触发”,此时,须由“外触发”信号输入端 19 输入触发信号才能实施触发扫描.

(2)“触发耦合”方式键 20:用来选择触发信号与触发电路间耦合方式.当它置于 AC(EXT DC)时,对内触发为交流耦合,对外触发为直流耦合(从直流到各种频率信号都能触发);当它置于“TVV”时为全电视信号提供稳定触发的耦合方式.

(3)“扫描方式”键 21:设有“常态”和“自动”两种方式.这两种方式,都可在一定范围的触发电平(其范围依触发信号幅度而不同)作用下获得触发扫描.其中,“常态”方式:只有在触发信号(可以是直流或各种频率信号)作用且触发电平在合适范围内时,才能获得触发扫描.但,若无触发信号或触发电平不合适时,就得不到触发而停止扫描(此时,屏上无光迹).另一种,“自动”方式:当系统不能实施触发的情况(即无触发信号输入,或者虽有 50 Hz 以上的触发信号输入,但触发电平不在合适范围内)时,就自动转换为自激扫描状态,输出连续不断的锯齿波去扫描,因此,荧光屏上仍能显示扫迹(或水平亮线,或不稳定波形).

(4)“触发电平/触发极性”钮 22:用来调节触发电平和转换触发极性.调节触发电平是用来确定扫描起始点[所对应]的触发电平.当旋钮从 0→＋时,扫描从触发信号的正半周开始;当旋钮从 0→－时,扫描从触发信号的负半周开始.当“触发极性”钮“推入”时,触发点位于触发信号的上升沿,称为正极性(或正斜率)触发;当该钮“拉出”时,触发点位于触发信号的下降沿,称为负极性(或负斜率)触发.所以,用该“电平/极性”钮,调节触发电平并改换其“推拉”状态,不仅能获得触发扫描同步而观测到稳定波形,还可任意选择(或移位)扫描起始点,使它处在[信号一个周期中的]任何相位点上.

为观测到稳定波形(即为实现扫描同步),在 SS5702 示波器的使用操作时,要求:(a)“触发源”的选择,必须保证由被观测信号提供触发信号,以确保获得触发扫描同步(在“双踪”显示时,内触发源应选择频率较低的通道,而在双踪显示法测相位差时,内触发源应选择相位超前的通道).(b) 必须调节“触发电平”钮,使触发电平选在合适的范围内,否则无法获得触发扫描,也就无法实现扫描同步(至于“触发极性”钮的“推拉”状态,可按观测之需要来选择).(c) 在用内触发观测低于 50 Hz 信号时,“扫描方式”应选择“常态”;在观测缓慢变化($f_Y <$ 20 Hz)的信号或非周期信号波形时,“触发源”应选“EXT”,“扫描方式”应选“常态”.

本实验着重学习用内触发、观测周期性信号.

(二) 示波测量

用示波器可以测定电压、电流、时间(间隔)、频率、相位差、电阻、电抗、电容、电感、互感等许多电学量.因示波器是一种对电压敏感的电子仪器,故对这些量的示波测量,都可归结为对电压的测量.下面介绍:示波测量电压、测量时间(间隔),观测 $x-y$ 函数图形.

1. 示波测量电压

由于电子束在显示屏上偏转的距离与被测电压差成正比,所以只要量出被测波形任何两点的垂直距离 Δy 就可知该两点间的电压差 Δu_Y.

$$\Delta u_Y = K\Delta y \tag{5.5}$$

式中:K 为偏转因数.

若被测电压为简谐波,则只要量出电压波形峰－峰的间距 Δy 就可知其电压的有效值 u_e

$$u_e = \frac{u_{pp}}{2\sqrt{2}} = \frac{K\Delta y}{2\sqrt{2}} \tag{5.6}$$

式中:u_{pp}为电压的峰－峰值.

在用示波器测电压时,若想直接用标定的偏转因数值,则在测量操作时,必须把"偏转因数"15/16的"微调"钮顺时针旋到底关闭至校正位.若"微调"在其他位置时,必须先加标准电压,用(5.1)式校正该状态下的偏转因数,并"微调"保持该状态不变的条件下,测量电压才有意义.

2. 测量时间[间隔]

用示波器可直观地测定时间[间隔].在荧光屏上,信号某两点之间的时间[间隔]Δt,等于该两点间距 l 乘以观测时的每格扫描时间 t_0,即

$$\Delta t = lt_0 \tag{5.7}$$

若观测的两点,正好是周期性信号相邻的两个同相位点,且间距为 L(单位格),则其周期

$$T = Lt_0 \tag{5.8}$$

由测得的周期 T 可以算出其频率 f.有时,为减少测周期读数误差,可观测 n 个周期总长度 L_n,则

$$nT = L_n t_0,\ T = \frac{L_n t_0}{n}$$

同频率的两个简谐信号之间相位差为

$$\varphi = \Delta t \cdot \frac{360°}{T} \tag{5.9}$$

式中:Δt 为两信号的对应同相位点间时间[间隔];T 为它们的周期(参见图5-6).

用示波器测时间[间隔]时,要注意把每格"扫描时间"微调钮关闭至校正位,用标定的 t_0 值测定.用示波器测 Δt 时,可先用标准频率函数发生器,对其 t_0 值进行校正.

3. 观测 $x-y$ 函数图形

示波器除了有Y-T工作模式(显示 $y(t)$ 的波形),还有X-Y工作模式,它能显示 $y(x)$ 的函数关系,如磁滞回线的 B(或 H)曲线,二极管的伏-安曲线……在X-Y工作模式时,示波器的扫描部分停止工作,将放大后的X信号直到接到X偏转板即可.

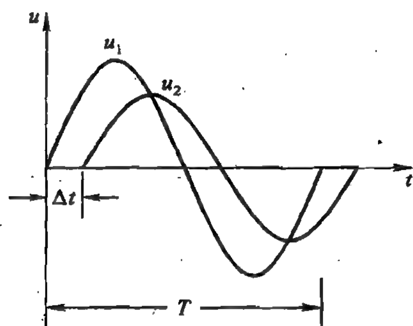


图5-6　相位差测量原理

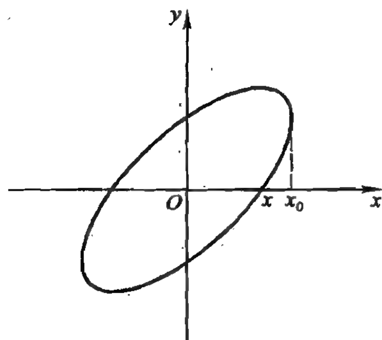


图5-7　X-Y模式

举个最简单的例子,将频率相同、相位差为 φ 的两个正弦信号分别输入Y轴与X轴,这是一个典型的椭圆方程,示波器上显示如图5-7所示的图形,两正弦信号间的相位差 φ 为

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{x}{x_0}\right) \tag{5.10}$$

式中：x 是椭圆在 x 轴的截距；x_0是 x 方向的最大值. 当两者同相位时 $\varphi=0, x=0$，椭圆退化为一直线.

若在 X，Y 偏转板上分别加频率为 f_X，f_Y的两个简谐波信号，荧光屏上描画出两个正交谐振动的合成振动图形. 这种图形称为**李萨如图形**，其形状随两个信号的频率和相位差的不同而不同(参见图 5-8). 如果两个谐振动的频率比为简单整数比 $m:n(m=1,2,3,\cdots;n=1,2,3,\cdots)$，且两信号间相位差 φ 恒定不变时，屏上会显示稳定的李萨如图形. 根据李萨如图形的形状可以确定两信号的频率比为

$$f_Y:f_X=m:n \tag{5.11}$$

式中：m 为水平线与图形相交的点数；n 为垂直线与图形相交的点数.

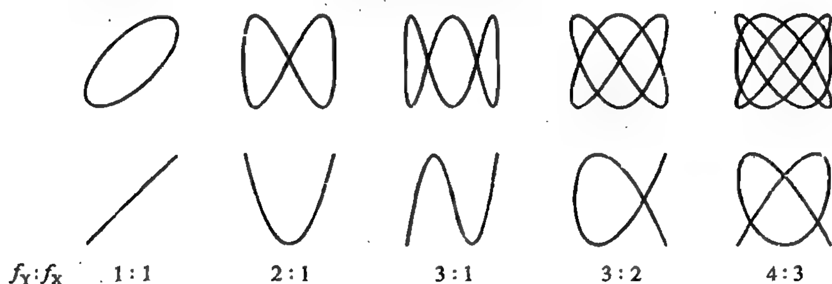


图 5-8 李萨如图

若其中一个频率(如 f_Y)为已知，则用(5.11)式可确定未知频率(f_X).

【实验装置】

1. SS5702 示波器使用介绍

图 5-9 是 SS5702 示波器面板图. 在使用上可分为五个主要部分.

(1) 主机系统：包括“电源”键 1；“辉度”钮 2；“刻度照明”钮 3；“聚焦”钮 4；“接地”端(示波器各输入端的地线，已在机内与 5 相接)5；“扫迹旋转”钮 6；“校正信号”输出端(提供1 kHz、峰-峰值为 0.3 V±3%的方波)7.

(2) 通道、放大系统：包括 CH_1/CH_2的“信号输入端”8/9；CH_1/CH_2的“垂直位移”调节钮 10/11；CH_1/CH_2 的信号“输入耦合”方式选择键 12/13，当“GND”键“弹出”状态下，“AC/DC”键“推入”为交流耦合方式(此时输入信号经电容器耦合到垂直放大器)，“AC/DC”键“弹出”为直流耦合方式(此时输入信号直接耦合到垂直放大器)，而当“GND”键“推入”时为“接地”方式(此时，垂直放大器输入端接地，屏上出现地电平扫描线，常用作测量的基准电平即零位)；“垂直方式”选择键 14，它置 CH_1(或 CH_2)时仅显示 CH_1(或 CH_2)信号，置“DUAL”时为双踪显示，置“ADD”时为两通道信号相加显示；CH_1/CH_2 的“偏转因数”选择与调节钮 15/16(参阅[原理]2. 中的小字体一段)，另外，当“垂直位移”钮“拉出”时，波形沿纵向放大 5 倍，相应偏转因数为标定值的 1/5；通道 2 的“极性反转”钮 17，当它“弹出”时，信号极性照常不变，而把它“推入”时，则信号极性反转.

(3) 锯齿波扫描电压发生器：包括“扫描时间”选择“粗调”钮及“微调”钮 23(参阅[原理]3. 中

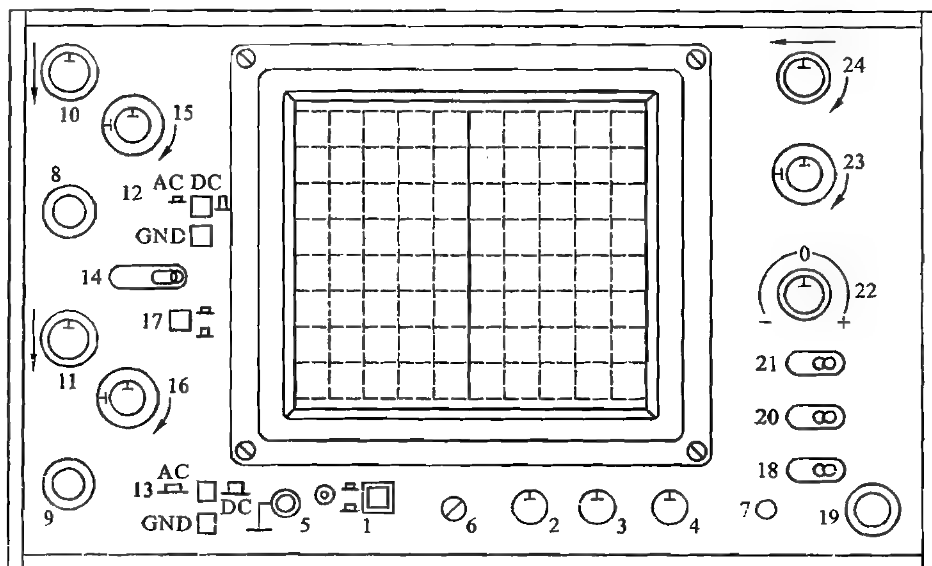


图 5－9　SS5702 示波器面板示意图

1. “电源”键
2. “辉度”钮
3. “刻度照明”钮
4. “聚焦”钮
5. 接地端
6. “扫迹旋转”钮
7. “校正信号”输出端
8./9. 通道 1(CH_1)和通道 2(CH_2)“信号输入”端
10./11. “垂直位移”钮
12./13. “输入耦合”键
14. “垂直方式”键
15./16. “偏转因数”钮
17. 通道 2 的“极性转换”键
18. “触发源”键
19. “外触发”信号输入端
20. “触发耦合”方式键
21. “扫描方式”键
22. “触发电平/触发极性”钮
23. “扫描时间”钮
24. “水平位移”(黑色)/“扫描线长度”钮(红色)

的小字体一段)；“扫描线长度”钮 24，拉出时，波形沿横向扩展 10 倍，此时厘米扫描时间为标定值的 1/10.

(4) 触发系统：包括“触发源”选择键 18；“外触发”信号输入端 19；“触发耦合”方式键 20；“扫描方式”选择键 21；“触发电平/触发极性”钮 22(参阅[原理]4. 中的小字体部分).

(5) $x-y$ 函数显示系统：将“扫描时间”钮 23 逆时针旋到底置于“X－Y”模式，“Y 模式”“垂直模式”14 选择 CH_1(或 CH_2)，“X 模式”“触发源”18 选择 CH_2(或 CH_1)时，可观测到 $x-y$ 函数图形.

2. 示波器的使用步骤

(1) 开机前预置：“辉度”2 顺时针旋至较大位置；“垂直位移”10/11、“水平位移”24 旋至适中位置；“垂直方式”14 选“CH_1”(或“CH_2”)；“触发源”18 选“CH_1”(或“CH_2”)；“触发耦合”20 置于 AC(EXT DC)；“扫描方式”21 选“自动”；“扫描线长度”24 顺时针旋到底.

(2) 通电(推入“电源”1)，约经十几秒后，屏上会出现扫描线. 若无扫描线时，将“输入耦合”方式 12/13 的“GND”推入(接地，排除外界干扰)，在“扫描方式”为“自动”状态下，仔细调节“垂直位移”、“水平位移”、“辉度”找出扫描线并调至适中位置. 再调节“聚焦”4 和“辉度”2，使扫描线细而清晰.

(3) 将"输入耦合"方式 12/13 的"GND"弹出,选 AC(或 DC)方式,由"输入端"8/9 输入被观测信号(注意:输入线与函数发生器输出端相接时,地端接地端即"黑"接"黑",非地端接非地端即"红"接"红",以防通过供电系统地线造成短路),选择合适的"偏转因数"15/16(配合调节信号源输出幅度),使屏上波形幅度适中.

(4) 调节"扫描时间"23 的"粗调"和"微调",使波形简单且相对稳定.

(5) "触发源"18 选在被观测信号通道情况下,调节"触发电平"22,使波形完全稳定(再按需要选择"触发极性"的推拉状态,取得所需要的触发极性).

【实验内容】

按上述示波器的使用步骤(1),先把有关键钮调至其预置状态,再按以下步骤做实验:

(1) 按示波器的使用步骤(2),反复练习迅速寻找扫描线并调至清晰.

(2) 练习迅速调出稳定的波形.取函数发生器信号频率为 50 Hz,1 kHz,50 kHz,按上述示波器使用步骤(3)、(4)、(5),调节出稳定波形.固定 $f=1$ kHz,调出稳定波形后,进行以下操作:

① 改变"触发源"选择状态;

② 调节"触发电平",改换"触发极性"钮推拉状态;

③ "扫描方式"分别选择"自动"和"常态";

④ "扫描时间"的"粗调"和"微调"选不同位置;

⑤ "偏转因数"的"粗调"和"微调"选不同位置.

观测并记录这些调控键钮对波形的稳定性或形状(宽度、幅度)的影响或变化,由此总结这些键钮的功能及有关使用方法.

(3) 校正偏转因数,测量被测信号幅度.用直流 $E=3.0$ V,选某一通道,取偏转因数为 1.0 V/格挡(或 0.5 V/格挡),"微调"钮分别取 3 个不同位置(校正位,中间某一位置,逆时针旋到底的位置)测出相应偏转,用(5.1)式算出该位置下的偏转因数.

自选合适的偏转因数,测定电铃变压器输出的交流信号幅度(U_{pp})及其有效值(U_e).

(4) 校正每格扫描时间,测量交流信号频率.取函数发生器输出信号频率为 50 Hz,1 kHz,50 kHz,对应选每格扫描时间取 5 ms/格,0.2 ms/格,5 μs/格的挡,"扫描微调"钮分别取 3 个不同位置(校正位,中间某一位置,逆时针旋到底的位置)测出对应一个周期的水平距离 L,用(5.3)式算出该位置下的每格扫描时间.

自选合适的每格扫描时间,测定电铃变压器输出的交流信号频率.

(5) 观测李萨如图形.将"扫描时间"23 的"粗调"钮逆时针旋到底,置于"X-Y"方式,"Y 方式"选函数发生器信号(f_Y),"X 方式"选电铃变压器信号(f_X),观测三种[$f_Y:f_X$比值下的]李萨如图形,描画图形,确定比值,由已知 f_Y算出待测 f_X.

(6) 测相位差:用双踪显示法或李萨如图法,测出实验室的公用信号源 D_1和 D_2给出的同频信号 $u_1(f,t,\varphi_1)$和 $u_2(f,t,\varphi_2)$之间的相位差($\varphi=\varphi_1-\varphi_2$,约为 0°,±30°,±45°,±60°,±90°,…).

【思考题】

(1) 写出操作步骤:

① 怎样迅速找出清晰的扫描线？

② 怎样迅速调出稳定的波形？

③ 怎样测定信号(DC,AC)的幅度？

④ 怎样测定时间(间隔)(或频率、相位差)？

⑤ 怎样观测李萨如图形？

(2) 回答问题：

① “扫描方式”的“自动”和“常态”有何异同？

② 触发电平在多大范围内调节才能使波形稳定？为什么？

③ 用何种扫描方式时，荧光屏上观察到的正弦波不断向右，或向左移动？这是什么原因？如何调节才能使波形稳定？

④ 将“垂直方式”选“双踪”显示时，两个通道输入的波形，能否同时稳定地显示？在什么情况下，两通道波形能同时稳定地显示？

⑤ 本实验中观测李萨如图形时，为什么图形总在变化？调控触发系统的各键钮能否使图形稳定？能观测到稳定李萨如图形的条件是什么？

(3) 某同学使用示波器测量电压和频率.结果，测量值和真值相差很大(大于 50%).试分析可能的原因.

(4) 示波器测量电压有何优缺点？如何估计测量误差？

(5) 被观测信号如图 5－10(a)所示，屏上分别显示出如图 5－10(b)所示的 4 种波形，试指出触发电平(>0，=0，<0)、触发极性(正负极性)、T_s/T_Y之比.试指出“触发电平/触发极性”钮 22 所处的状态.

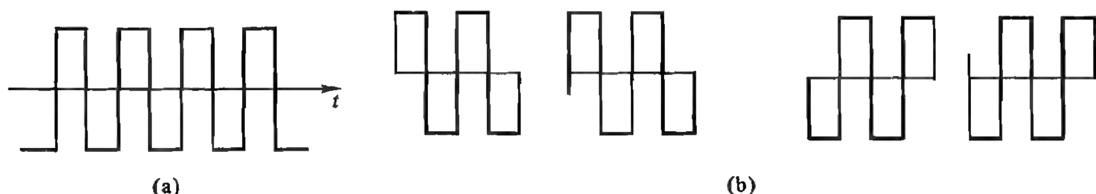


图 5－10

(a) 输入波形；(b) 显示波形

(6) Y 偏转板上加 1 kHz 正弦信号，X 偏转板上加上升沿为 4.5 ms、下降沿为 0.5 ms 的周期性线性锯齿波电压.试画出屏上显示的图形.

【附录】

SS5702 型示波器的主要技术性能

(1) 显示方式：可作单通道、双踪和相加显示.在双踪显示时，扫描速度低于 1 ms/格的为切换显示，其重复频率为 100 kHz；高于 0.5 ms/格则为交替显示.

(2) 偏转因数：当旋钮 10 和 11 推入时，以 5 V/格～10 mV/格分为 11 个校正挡级，精度为 ±4%.旋钮拉出时，相应偏转因数为标定值的 1/5.从 1 V/格～2 mV/格分 11 个校正挡级，精度

为±5%.

(3) 频率响应:当输入为直流至 20 MHz 时,频率响应为 −3 dB.

(4) 输出阻容:(1±3%)MΩ;(30±3)pF.

(5) 扫描范围及精度:

① 从 0.5 μs/格~0.2 s/格分 18 挡.无扩展时,在荧光屏中央直径 8 格范围内:0.5 μs/格~5 ms/格,精度为±4%;10 ms/格~0.2 s/格,精度为±5%.

② 在中间 8 格范围的任何两格内精度为±10%.使用扩展后,在荧光屏中央 8 格范围内:0.1 μs/格~1 ms/格,精度为±5%;2~40 ms/格,精度为±7%.

③ 在中央 8 格内任何格上,0.1~1 ms/格,精度为±15%;2~40 ms/格,精度为±10%.

(6) X−Y 方式:X 轴输入精度为±5%,频率响应在 500 kHz 内为 −3 dB,输入阻容同通道 1 和 2.X−Y 相差不大于 3°.

(7) 校正信号:提供 1 kHz(精度±5%),峰−峰值为 0.3 V(精度±3%)的方波.占空比为 40%~60%.

实验六

测量薄透镜的焦距

【目的要求】

(1) 了解光学实验入门知识要求；

(2) 掌握测量薄透镜焦距的基本方法；

(3) 了解“视差”在光学实验中的应用.

【仪器用具】

光学平台及其各种元器件或使用导轨、滑块，凸、凹透镜，屏板或毛玻璃，平面反射镜，光源，物，“针尖”.

【实验原理】

(一) 薄透镜焦距的测量

薄透镜就是透镜厚度比球面曲率半径小得多的透镜. 此时，透镜的两个主平面与透镜中心面可看作是重合的. 因此，p(物距)、p'(像距)、f(焦距)，可视为物、像、焦点与透镜中心的距离.

1. 薄凸透镜焦距的测定

(1) 物像距法：利用透镜成像公式由测得的物距、像距来求焦距. 公式为

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{f} \tag{6.1}$$

有时为了粗略估测透镜焦距，可把远处物体作为物($p\to\infty$)，则 $p'\approx f$.

(2) 位移法：在图 6－1 中，L 为被测透镜. 取物与屏间距离 $A>4f$，且在实验过程中保持不变. 放凸透镜 L 于物与屏之间，则凸透镜有两个位置(二者相距为 l)可以使物成像于屏上，其中一个得到放大的像，另一个得到缩小的像.

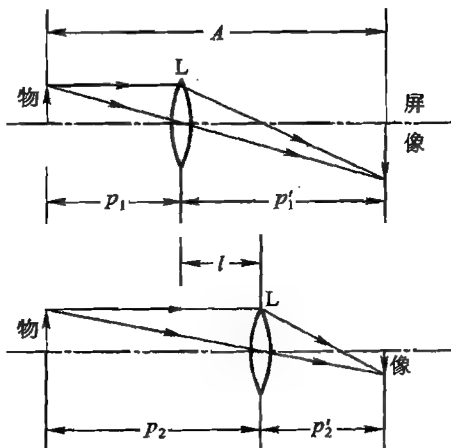


图 6－1 位移法测焦距

根据光传播的可逆性原理，这两个位置是“对称”的，即

$$p_1=p_2',\quad p_2=p_1'$$

则
$$A-l=p_1+p_2'=2p_1=2p_2'$$

$$p_1=p_2'=\frac{A-l}{2}$$

而
$$p_1'=A-p_1=A-\frac{A-l}{2}=\frac{A+l}{2}$$

将此结果代入式(6.1),得

$$f=\frac{p_1p_1'}{p_1+p_1'}=\frac{A^2-l^2}{4A} \tag{6.2}$$

由这个方法所得的 f 值比使用物像距方法测得的要准确.物像距方法中 p,p'不易测准,因为透镜光心与其夹具块上读数标志的位置可能不一致.而位移法所测的是透镜位置的相对位移量,可以避免物像距法的测量误差.

(3) 自准直法:也叫平面镜法.此种测量透镜焦距的方法比较迅速,能直接测得透镜焦距的数值.其原理如图 6-2 所示.若物体 AB 正好在透镜的前焦面处,于是,物体上各点发出的光束经过透镜后,变成为不同方向的平行光,经透镜后方的反射镜 M 把平行光反射回去,反射光经过透镜后,成一倒立的与原物大小相同的实像 $A'B'$,像 $A'B'$位于原物平面处.即成像于该透镜的前焦面上.此时物与透镜之间的距离就是透镜的焦距 f,它的大小可从透镜和物的距离直接测得.

自准直法的原理在光学仪器的调节过程中经常被应用.例如分光计中望远镜的调节和平行光管的调节,都是根据"自准直"的原理.

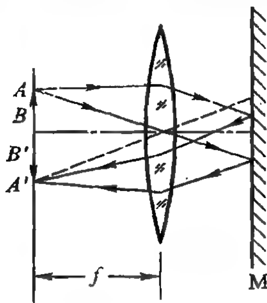


图 6-2 自准直测焦距

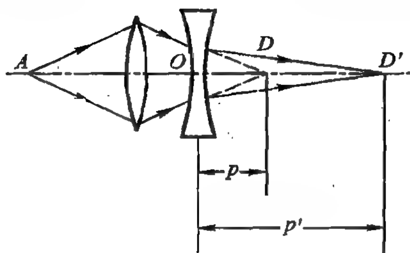


图 6-3 凹透镜测量原理

2. 薄凹透镜焦距的测定

由于单独的凹透镜不能将"实物"成实像于屏幕上,所以测定凹透镜焦距时,要借助于凸透镜①,如图 6-3 所示.设凸透镜 L 将物 A 成像于 D,在凸透镜与像 D 之间放入凹透镜 O,此时像 D 对于凹透镜而言是虚物.因凹透镜是发散透镜,故当逐步增大 OD 时(在 $OD<|f|$ 的情况下),经凹透镜所成的像 D'必向右方移动.其中,p 对于凹透镜是物距,p'是像距,应用透镜成像公式(6.1),即可求出凹透镜焦距.

注意:p,p'为代数量,在应用公式(6.1)计算这种物像距法的 f 值时应注意它们的正、负号.

(二) 视差

光学实验中,经常要测量像的大小或确定像的位置.测量时应将被测对象与标尺紧贴,否则,读数将随观测方位而不同,如图 6-4 所示.

拿两支铅笔,将它们前后排成竖行,用一只眼睛去观察.当眼睛左右移动时,就会发现两支铅

---

① 若能准确测量虚像位置,也可不必借助凸透镜而直接测量.

笔有相对位移,这种现象称作视差.仔细观察,还可看到,离眼近的笔其移动方向与眼睛移动方向相反,而离眼远的其移动方向则相同.光学实验中常要利用视差来判断像与参考物(针尖、叉丝)或两个像是否在同一平面上,从而进行定位或测量.

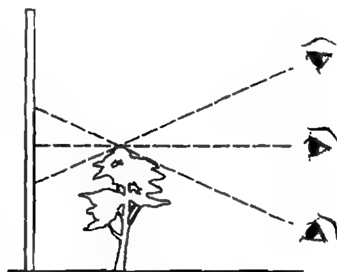


图 6-4 视差

(三) 光学实验入门知识

光学实验要求学生独立完成.教师只是在实验过程中进行必要指导.为了使你能顺利完成光学实验,特别是你第一次走进光学实验室做实验时,首先你应了解实验使用的光学元器件和仪器装置,特别是它们的性能指标、使用规范和保护要求.建议你向教师或管理者请教.其次你应进行光学元件的光路共轴调节.例如,在透镜焦距测量实验中,所谓光学元件的共轴,指各透镜的光轴重合一致,物面中心部位处在光轴上,且物面、屏面垂直于光轴,此外,照明光束也应大体沿光轴方向,在本实验中还必须使光轴平行于光学平台的台面或附有标尺的导轨,如图 6-5 所示.

光路共轴调节常分粗调与细调两步进行.

1. 粗调

先将所用的光学元器件,如物、屏、透镜等放在光学平台上粗成直线或将它们架在滑块上,然后把滑块放在导轨上将它们靠拢,用眼睛观察,调节各元件的高矮及左右,使得光源、物、屏的中心和透镜中心大致在一条直线上.调节各元件时,要注意在 x,y 两个方向皆需调节,且透镜、物、屏的平面要与 z 轴垂直.

2. 细调

打开光源照亮物体,利用透镜成像规律进一步调节光学元件的共轴.

以单透镜成像为例,提供一种调节方法,如图 6-6 所示.设物与屏相距足够远.若已共轴,则移动透镜所得大像和小像的中心将重合(二者都在光轴上),否则便表明物的中心不在光轴上(在物的中心部位选定一标记,可视为物中心).

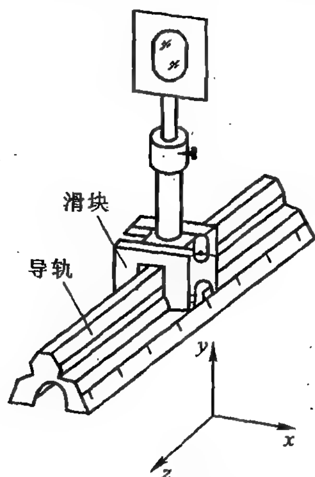


图 6-5 光学导轨

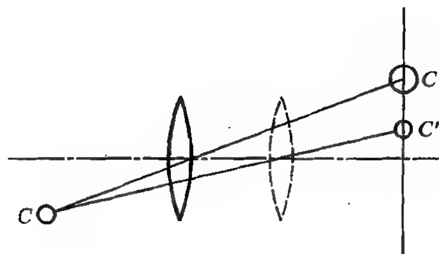


图 6-6 共轴调节原理

若物中心 C 不在光轴上，大、小像的中心便都不会在光轴上，而是偏在光轴的同一侧；且大像中心 C' 离轴较远，小像中心 C'' 离轴较近. 若发现 C' 高于 C''，说明透镜位置偏高(物偏低)，这时应将透镜降低. 若 C' 低于 C''，便应将透镜升高.

具体做法：成小像，调光屏，使屏中心与 C'' 重合；成大像，调透镜，使 C' 位于屏中心(即使 C' 与前次的 C'' 重合). 如此反复几次，便可调好.

上述的调节只是就高低方向而言，至于横向上的调节，其道理和方法与前述是一样的.

共轴调好了，可使光线为傍轴光线，减小像差；否则会造成像的质量降低，甚至"光路不通"，无法进行光学实验.

【实验内容】

(一) 测凸透镜焦距

1. 位移法测凸透镜的焦距

(1) 以远处自然景物(或日光灯)为物，粗测焦距.

(2) 把有关光学元件放在光学平台或导轨上，物体离钠光灯或其他单色光源宜近，二者等高. 如果用白炽灯可在小灯前加毛玻璃或滤光片.

(3) 调共轴.

(4) 测 A 和 l 各 3 次(以数值大小为序，用 3 个不同的 A 值). 测量时，可从两个相反方向移动透镜，注意像清晰度的改变，记取中间读数(用白炽灯时像的颜色勿偏蓝或偏红). 以屏板或毛玻璃接受像. 若用毛玻璃应从透射光的一侧去观察.

(5) 列出数据表(如附录所示)，计算各焦距值，然后求其平均值 $\bar{f}$.

2. 用自准直法测透镜焦距

测量一次. 根据作图规则画出光路图(以物体上轴外的一点为代表画图). 将测量值与位移法测量值比较.

(二) 测凹透镜焦距

1. 物像距法测凹透镜焦距

(1) 使物经凸透镜成一小像(图 6-3).

(2) 记下此时凸透镜成的像位置 z_D(如用导轨，则 z_D 代表像点 D 在导轨上的读数).

(3) 在凸透镜与其成像面之间离屏或毛玻璃(D 点)比较近的地方插入待测凹透镜(**注意**：此时凸透镜位置不能动)，根据目测进行粗调使凹透镜与原系统共轴，移动毛玻璃或屏板，直至形成清晰的像，再细调凹透镜的上下左右以进行共轴细调. 调好共轴后细调屏的前后位置至成像最清晰. 记录此时凹透镜、屏的位置 z_O 和 z_D'，算出 p 和 p'，将结果代入公式(6.1)中求 $f_{凹}$. 测量 3 次(在 D 位置不变的情况下，取 3 个不同的 p 值)，求平均值 $\bar{f}_{凹}$.

2. 自准直法测凹透镜焦距

自己设计一个用"自准直法"原理测量凹透镜焦距的实验方案并实施它. 画出简单的原理性光路图(物点在光轴上的图)，并简要说明之. 将测量结果与上述物像距法测量值比较.

(三) 视差现象的利用

1. 用视差法确定实像位置

把单凸透镜等光学元件安放在导轨或光学平台上，但毛玻璃屏换为"针尖"(一个圆孔光阑中

间固定一个针尖). 调节物距到适当位置. 使像成在针尖附近, 观察实像与针尖之间的视差并设法消除视差. 然后记下针尖位置, 并与毛玻璃屏确定的实像位置作比较.

*2. 用视差法确定虚像位置

使物距 p 小于凸透镜焦距. 此时通过透镜可以直接看到虚像.

在凸透镜前放一镀有半反半透膜的平面镜(如图 6-7 所示). 在距此平面镜为 d 的地方放一针尖, 那么在平面镜中便可看到物的虚像与针尖的像. 适当调节针尖的位置及平面镜的方位可以使针尖经过平面镜成的像与物经凸透镜所成的虚像重合(是否重合从观察这两个像的视差来判断). 然后根据平面镜成像时物距 d 等于像距 d' 的关系, 量出 d 及 h 即可确定透镜虚像的位置及像距 p'. 由此可求得凸透镜焦距.

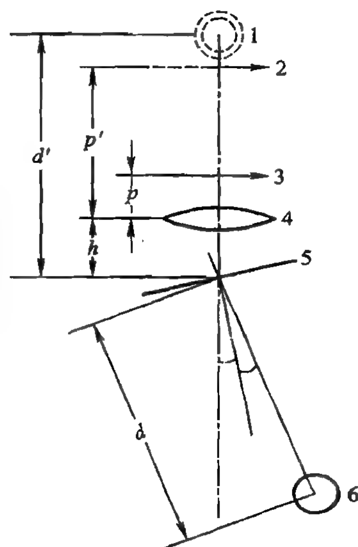


图 6-7

1. "针尖"在平面镜 5 中的像
2. 物 3 经透镜 4 所成的虚像
3. 物
4. 凸透镜
5. 半反半透平面镜
6. "针尖"

使用导轨做实验应注意: 导轨的工作面(斜面)在长约 2 m 的范围内保持平直, 加工精度很高, 请勿磕碰. 拿滑块时一定要手拿滑块的固连支杆, 不可手提透镜支杆或光具夹, 以防固定螺丝未拧紧, 滑块滑落, 砸坏导轨或其他物品.

【思考题】

(1) 做光学实验为何要调节共轴?

(2) 用位移法测透镜焦距时, 为何 A 要大于透镜焦距的 4 倍? 此法测焦距有何优点?

(3) 用眼睛直接看实像能看见吗? 为什么人们喜欢用毛玻璃屏(或白幕)看实像?

【附录】

表 6-1　位移法测凸透镜焦距 f　　单位:

次数	物 x_1	屏 x_2	$A=\|x_1-x_2\|$	大像 x_3	小像 x_4	$l=\|x_3-x_4\|$	$f=\dfrac{A^2-l^2}{4A}$
1							
2							
3							
平均值	—	—	—	—	—	—	

表 6-2　物距像距法测凹透镜焦距 f　　单位：

次数	虚物 z_D	凹透镜 z_O	实像 z'_D	$p=-\|z_D-z_O\|$	$p'=\|z'_D-z_O\|$	f
1						
2						
3						
平均值	—	—	—	—	—	

实验七

显　微　镜

【目的要求】

(1) 了解显微镜的原理；

(2) 掌握使用显微镜测量微小长度的方法和规范.

【仪器用具】

读数显微镜，生物显微镜及照明设备，测微尺，测微目镜，被测物体.

【实验原理】

(一) 显微镜及其放大率

显微镜是用来观察和研究微小物体的助视仪器.它的最主要部分是物镜和目镜.为了说明其原理，可以把构造复杂的物镜和目镜都简单地看作单个薄凸透镜，如图 7－1 所示.

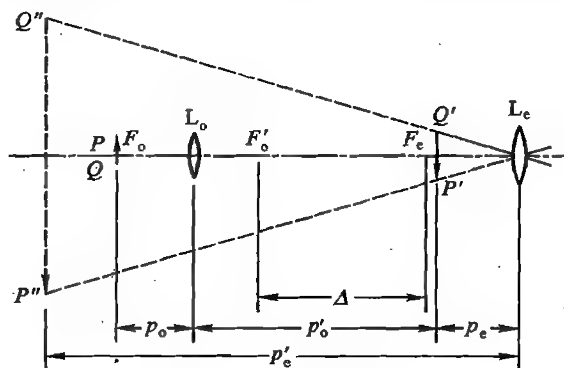


图 7－1　显微镜原理

物镜 L_o 的焦距 f_o 很短，待观察物体 PQ 放在它前面距离略大于 f_o 的地方(L_o 的物距为 p_o)，使 PQ 经 L_o 后成一放大实像 $P'Q'$(L_o 的像距为 p'_o).然后再用目镜 L_e 作为放大镜来观察这个中间像.中间像 $P'Q'$ 应成在目镜 L_e 的第一焦点 F_e 以内(L_e 的物距为 p_e)，经过目镜后在明视距离($p''=25$ cm)处成一放大虚像 $P''Q''$.

图中 $p'_e=-p''$ 代表显微镜最后成的像 $P''Q''$ 与目镜的距离，Δ 代表物镜第二焦点 F'_o 到目镜第一焦点 F_e 的距离，称为光学间隔.从显微镜中能看到物体清晰图像时，物镜前端面到被观察物体的距离叫做显微镜的工作距离.

为了得到清晰图像而需调节物镜与被测物体间的距离 p_o，此步骤称为调焦. p_o增大一点或减小一点仍然可以看清楚物体的图像，这个 p_o允许增大及减小的最大范围叫做焦深，也称为景深，它表征显微镜纵向成像的范围.

助视仪器的放大率以其视角放大率来衡量.显微镜的视角放大率定义为

$$M=\frac{\omega'}{\omega}$$

式中：ω'和ω分别是最后的像$P''Q''$和物PQ在明视距离处对眼睛所张的视角.

$$\omega'=\frac{P''Q''}{p''},\quad \omega=\frac{PQ}{p''}$$

$$M=\frac{\omega'}{\omega}=\frac{P''Q''}{PQ}=\beta$$

式中：$\beta(=P''Q''/PQ)$正是显微镜的横向放大率.因此对显微镜系统来说，最后虚像成在明视距离时的视角放大率与横向放大率数值相等①.

假如物镜的放大率 $\beta_o=P'Q'/PQ$，目镜的放大率 $\beta_e=P''Q''/P'Q'$，则

$$\beta=\beta_o\cdot\beta_e \tag{7.1}$$

因为$\frac{1}{p_e}+\frac{1}{p'_e}=\frac{1}{f_e}$，所以

$$\beta_e=\left|\frac{p'_e}{p_e}\right|=\left|p'_e\left(\frac{1}{f_e}-\frac{1}{p'_e}\right)\right|=\left|\frac{p'_e}{f_e}-1\right|=\left|\frac{-p''}{f_e}-1\right|\approx\frac{p''}{f_e} \tag{7.2}$$

因为$\frac{1}{p_o}+\frac{1}{p'_o}=\frac{1}{f_o}$，所以

$$\beta_o=\frac{p'_o}{p_o}=p'_o\left(\frac{1}{f_o}-\frac{1}{p'_o}\right)=\frac{p'_o}{f_o}-1=\frac{1}{f_o}[(f_o+\Delta+f_e)-p_e]-1$$

$$=\frac{\Delta+f_e-p_e}{f_o}\approx\frac{\Delta}{f_o} \tag{7.3}$$

用公式(7.2)和(7.3)可以计算物镜、目镜的放大率.

一台显微镜配有多个物镜和目镜，物镜和目镜上均标有 β_o和 β_e的数值，使用时可组合成不同的放大率.

(二) 仪器描述

1. 显微镜的构造

以上说的只是原理性的显微镜构造，实际使用中的显微镜种类是很多的，其构造也比以上所述要复杂得多.现简略介绍生物显微镜的构造，见图 7-2.它的机械部分，图中都已标明.它的光学元件部分配有不同放大率的物镜和目镜(它们都是复合透镜)，将它们相互组合可以得到不同的总放大倍数.不同放大倍数的物镜和目镜，焦距和孔径是不同的.放大率越大，焦距就越短.在使用高倍物镜镜头时有景深小、视场小、工作距离短及视场暗等特点，它给调节带来一定的困难.光学元件部分还包括照明设备.它由一个反射镜、聚光器和光阑组成，其作用主要是增加视场亮度.

① 玻恩 M，沃耳夫 E.光学原理(上册).北京：科学出版社，1978.329

物镜是显微镜最重要的元件，是装在一个镜筒内部的一组复合透镜，其中最前面的一块称为“前透镜”，是惟一起放大作用的透镜，其余的透镜只是用来消除前透镜所产生的像差（色差、球差、畸变等），统称为“修正透镜”.

显微镜的目镜用得较多的是惠更斯(C. Huygens)目镜．此外，还有一种专门用于测量的目镜叫测微目镜.

2. 测微目镜

测微目镜的结构见图 7－3.

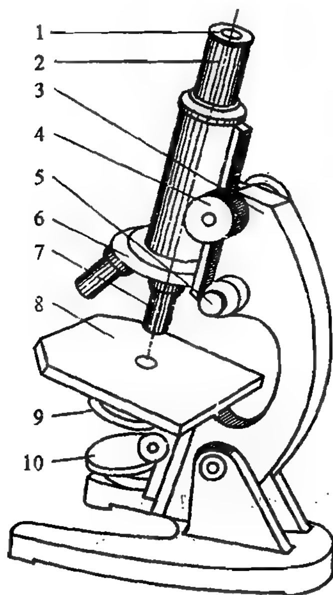


图 7－2 生物显微镜

1. 目镜 5. 细调手轮 9. 聚光镜及光阑
2. 目镜筒 6. 物镜转换器 10. 反射镜
3. 镜架 7. 物镜
4. 粗调手轮 8. 工作台

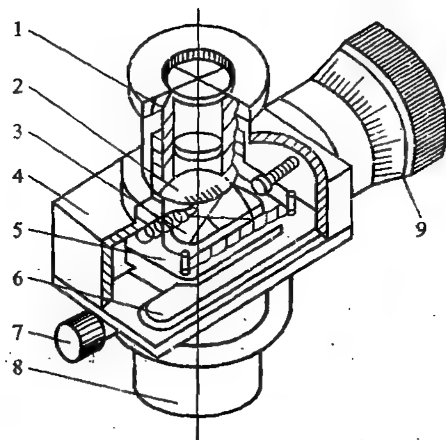


图 7－3 测微目镜

1. 目镜 4. 壳体 7. 锁紧螺丝
2. 主尺 5. 滑板 8. 接头套筒
3. 叉丝双线板 6. 底板 9. 鼓轮副尺

(1) 测微目镜的主尺是刻有 9 条刻线的一片玻璃，刻线间距为 1 mm，固定在壳体上.

(2) 主尺下方有一可移动的叉丝双线板，它可随着鼓轮副尺的转动而左右移动．主尺量程一般是 0～8 mm．鼓轮转一圈叉丝移动 1 mm．相对应主尺移动 1 mm．鼓轮副尺上刻有 100 等分的刻线，因此鼓轮副尺可读出 0.01 mm，估计到 0.001 mm．从主尺和副尺可读得测量数值大小.

(3) 测微目镜可上下调节，改变它与叉丝间的距离，适应不同使用者眼睛的差异，以使叉丝及主尺从目镜中看起来最清晰．目镜的放大作用使被测对象及主尺看得更清楚从而提高测量的准确度，它把被测对象及主尺同时放大了，因此它的放大倍数不影响测量数据的大小.

(4) 被测量的像应严格成像在叉丝双线处，利用主尺、鼓轮副尺及叉丝双线即可测出其长度或宽度.

3. 读数显微镜

它也叫移测显微镜，其结构如图 7－4 所示，它由长焦距显微镜和可移动的读数系统组成．放大观察部分和读数测量部分是相对独立的．它直接测量物体长度或宽度．读数显微镜放大倍数一般固定不变，例如物镜倍数为 3 倍，目镜倍数为 10 倍．其工作距离约 40 mm，测量时以目镜内叉丝为标志，它与鼓轮（副尺）同步移动．鼓轮转一圈，具有读数指示的读数主尺移动 1 mm，主尺表示读数显微镜测量范围，例如 0～50 mm．与测微目镜一样，鼓轮副尺上刻有 100 等分的刻线，相邻两刻线间距是 0.01 mm，所以，读数显微镜测量结果可估读到 0.001 mm．主尺和副尺的读数就是测量的数值大小．

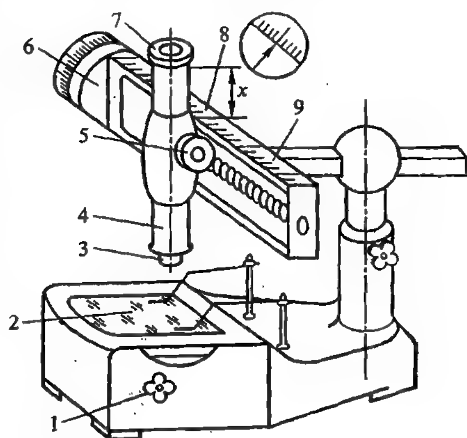


图 7－4　读数显微镜

1．反光镜调节手轮　2．毛玻璃　3．物镜　4．镜筒　5．调焦手轮　6．鼓轮　7．目镜　8．读数指标　9．读数主尺

【实验内容】

1．生物显微镜的调节

（1）装上目镜和物镜，物镜装上高倍、低倍两种，先用低倍物镜，转动物镜转换器，听到"咔"声后，说明物镜已对准了镜筒．

（2）调节反射镜的角度及可变光阑，使视场明暗合适（一般在低倍放大时用平面反射镜，高倍放大时用凹面反射镜）．

（3）将被观察样品放在载物台上并固定它，转动粗调手轮，使低倍物镜慢慢靠近样品而不接触（眼睛从旁监视）．然后通过目镜观察，这时镜头只能朝上调，直至看到清晰像．不能往下调焦，防止压碎被测物．

（4）用低倍物镜观察到清晰像后，如果需用高倍物镜观察，应保持物与物镜的距离不变，只需将高倍物镜转过来代替低倍物镜，换上高倍物镜后，可以不再重新调焦，只要稍微转动细调手轮便可得到清晰的像．

本实验室现在使用的是 XSP－16A 型生物显微镜，其工作距离是：物镜放大倍数为"10×"时工作距离为 7.63 mm；"40×"时为 0.5 mm；"100×"时为 0.198 mm．调焦必须小心，否则就可能使物镜与被观察物挤压而造成物镜或被观察样品损坏．遵循先往下后往上（即远离样品调焦）的操作规范，可以防止上述事故的发生，调焦时一般是先低倍后高倍，则能较快地找到像．

2．显微镜物镜的放大倍数测定

按照显微镜的调节和使用的各项规定，给生物显微镜装上物镜及目镜，其中物镜用倍率标称值为"10×"的镜头，目镜用测微目镜．调好照明，把标准测微尺放在显微镜载物台上，调焦．测量标准测微尺的 y_1（标准测微尺相邻的 1 小格是 0.100 mm，即 $y_1=0.100$ mm），经物镜放大后的中间像长度 y'_1（注意：测微目镜中刻度尺的方向应该与 y'_1 的方向一致），从而算出物镜的放大倍数 $\beta_o=y'_1/y_1$．（它的大小与物镜上标称值不一样，为什么？）

3．物体长度测量

把标准测微尺换成被测对象（例如光栅），样品的正面（如光栅乳胶面）朝向物镜．调焦，测出光栅条纹间距 y 经物镜放大后的中间像长度 y'．则未知长度 $y=y'/\beta_o$．算出光栅的空间频率

$1/y$.

*4. 用高倍物镜观察光栅

用高倍物镜"40×",把测微目镜换为目镜"10×",观察另一空间频率更高的光栅.

*5. 生物显微镜的总放大倍数测定

把一个已知长度为 y 的物体 PQ 放在被测显微镜的载物台上进行观察,从被测显微镜中会看到它经过物镜及目镜两次放大后的虚像 $P''Q''$,其位置在目镜前明视距离(250 mm)的地方,长度为 y''. 被测显微镜的总(横向)放大倍数为

$$\beta=\frac{y''}{y}$$

因为 y 是已知的,所以测 β 的问题转化为测一个在明视距离处虚像 $P''Q''$ 的长度 y'' 的问题了.

为了测量 y'',我们设计了一个特制显微镜(简称特镜),其原理性光路见图 7-5. L_o 焦距为 50.0 mm, L_o 与刻度尺的距离为 62.5 mm. 它的特点是专门把物距等于 250 mm 处的物体(包括虚物)成像到刻度尺上,以便测量. 因为 L_o 的放大倍数为

$$\alpha_0\equiv\frac{x'}{x}=\frac{62.5}{250}=\frac{1}{4}$$

所以 $x=x'/\alpha_0=4x'$. 此处 x, x' 为特镜的物的长度及中间像长度.

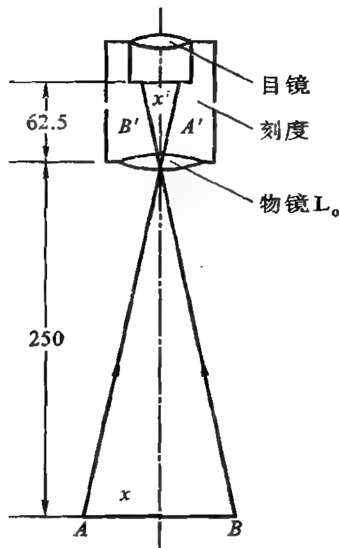


图 7-5 特镜原理图

若以 y'' 作为特镜的待测物,则 $y''=x=4x'$,所以生物显微镜总放大倍数为

$$\beta=\frac{4x'}{y}$$

在待测生物显微镜的载物台上放上标准测微尺 y,进行调焦. 然后,把特镜架在待测显微镜上方原来人眼观察处(即代替人眼),调节其共轴,在特镜中看清待测显微镜里的放大像 $P''Q''$. 如果仍看不清,可以一面在特镜中观察,一面对待测显微镜再进行细致调焦,使成像清晰为止. 设定生物显微镜的倍率为 10×10=100. 利用特镜的刻度尺及鼓轮测量 $x(=y'')$ 在特镜中所成中间像的长度 x',即可求得

$$\beta=\frac{4x'}{y}$$

测量 3 次求平均值 $\bar{\beta}$. 把这个测量结果 $\bar{\beta}$ 与 $\beta_o\times\beta_e$ 相比较,看看它们是否相等,误差是多少? (β_o, β_e 均用待测显微镜的物镜及目镜上的标称值.)① 如果你还有时间,可以实测特镜物镜的放大倍数 α_0,看它是否等于 1/4.

6. 用读数显微镜测量物体长度,计算其空间频率或者面积

将被测物体例如一维光栅放置于载物台上,按照读数显微镜调节和使用规范进行操作. 测量物体尺寸例如光栅周期并计算该物体的空间频率或者面积.

---

① 让庆澜. 显微镜总放大倍数的准确测量. 大学物理,1983,8:23

【思考题】

(1) 你能想出几种办法来：

① 判断虚像的位置?

② 测量虚像的大小?

③ 确定虚像的正倒?

(2) 你是用什么办法判断显微镜中间像($P'Q'$)的正倒的?

(3) 你能测定本实验中使用的读数显微镜的总放大倍数吗? 若能够,给出测量值.

【附录】

表 7-1 测 β_0 数据表 单位:

次数	n	起始 x_1	终止 x_2	ny'_1	y'_1
1					
2					
3					
平均值	—	—	—	—	

$\beta_0=\frac{y'_1}{y_1}=$

表 7-2 测未知长度 y 数据表 单位:

次数	n	起始 x_1	终止 x_2	ny'	y'	$y=\frac{y'}{\beta_0}$
1						
2						
3						
平均值	—	—	—	—		

$\frac{1}{y}=$

基础实验－Ⅰ

实验八

测量误差和不确定度

一、测量误差和测量结果的不确定度

【目的要求】

(1) 学习关于物理实验和测量误差的基本知识；
(2) 学习对测量结果不确定度进行估计的基本方法；
(3) 正确使用长度测量仪器及对测量结果的不确定度进行估计.

【实验原理】

(一) 物理实验和测量误差

1. 测量误差存在的普遍性

物理学是一门实验科学，对它的研究离不开对各种物理量进行测量.做物理实验主要也是要进行各种测量.测量分为两种：由仪器直接读出测量结果的叫直接测量；由直接测量结果经过公式计算才能得出结果的叫间接测量.每一个待测物理量在一定实验条件下具有确定的大小，称之为该物理量的真值.当我们进行测量时，由于理论的近似性，实验仪器分辨率或灵敏度的局限性，环境条件的不稳定性等因素的影响，测量结果总不可能绝对准确.待测物理量的真值同我们的测量值之间总会存在某种差异，这种差异就称为测量误差，定义为

$$测量误差 = 测量值 - 真值$$

由测量得到的一切数据，都毫无例外地包含有一定数量的测量误差.没有误差的测量结果是不存在的.测量误差存在于一切测量之中，贯穿于测量过程的始终.随着科学技术水平的不断提高，测量误差可以被控制得越来越小，但却永远不会降低到零.

2. 学习测量误差理论的意义

既然测量误差的存在是一切测量中的普遍现象，那么，研究测量误差的性质和产生的原因，研究如何有效地减小测量误差对实验结果的影响，研究如何科学地表达含有误差的测量结果，以及对实验结果如何评价等，这一系列的研究就显得十分重要.正是在这样的背景下，产生并发展了一门专门的科学，这就是测量误差理论.它是人们把概率论与数理统计理论应用于测量误差的研究中而形成并发展起来的一种科学理论.要想深入地讨论测量误差，需要有丰富的实验经验和较多的概率统计知识，这里只能对其基本方面作些简单介绍.我们学习误差理论，要着重了解它的物理意义，逐步建立起误差分析的思想，这对于做好物理实验是非常重要的.

一个物理实验自始至终都与测量误差理论有密切的关系.首先，测量误差理论可以帮助我们正确地设计实验方案，合理地选择实验仪器，以便用最小的代价取得最好的结果.不能片面地认为仪器越高级越好、环境条件越稳定越好、测量次数越多越好等.

第二，测量误差理论可以帮助我们正确地进行实验操作，从而减小误差对实验结果的影响．要正确地调整仪器装置，注意满足理论所要求的实验条件，正确地使用仪器，合理安排操作步骤等．特别值得指出的是，一个比较复杂的实验，往往只有少数几个物理量是主要的，它们的准确与否对结果影响很大，测量误差理论可以帮助我们抓住主要矛盾，把精力用在关键的地方．可以说，实验过程的每一步操作都与测量误差理论密切相关．

第三，测量误差理论可以帮助我们正确处理数据，科学地表达实验结果．这一点，下面还要具体说明．在表达实验结果时，给出的不确定度要力求符合实际，既不能太小，也不能太大．如果不确定度太小，由于夸大了实验结果的准确度，有可能对实际工作造成危害；如果不确定度太大，由于过分保守，有可能造成浪费，比如它可能导致拒绝使用一台本来可以使用的仪器．

第四，测量误差理论可以帮助我们对实验结果进行分析判断，从而得出适当的结论．例如1894年英国物理学家瑞利测定空气中氮气的密度为1.256 5 g/L，而他从分解氨气得到的氮气的密度为1.250 7 g/L，他肯定两者的差异超出了实验的误差范围（他当时认为空气中除了氧都是氮）．后来经过进一步的研究，导致了空气中氩气的发现．历史上这一类例子很多．判断实验结果是验证了还是推翻了理论假设，就要看实验结果与理论值的差异是否落在实验的误差范围之中．

3．系统误差和随机误差

按照习惯的分类方法，根据误差的性质，可以把测量误差分为系统误差和随机误差．

（1）系统误差

在相同条件下，多次测量同一物理量时，测量值对真值的偏离（包括大小和方向）总是相同的，这类误差称为系统误差．系统误差的来源大致有以下几种：

理论公式的近似性：例如单摆的周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 成立的条件之一是摆角趋于零，而在实验中，摆角为零的条件是不能实现的．

仪器结构不完善：例如，温度计的刻度不准、天平的两臂不等长、示零仪表存在灵敏阈等．

环境条件的改变：例如，在20℃条件下校准的仪器拿到－20℃环境中使用．

测量者生理心理因素的影响：例如记录某一信号时有滞后或超前的倾向，对准标志线读数时总是偏左或偏右、偏上或偏下等．

系统误差的特点是恒定性，不能用增加测量次数的方法使它减小．在实验中发现和消除系统误差是很重要的，因为它常常是影响实验结果准确程度的主要因素．能否用恰当的方法发现和消除系统误差，是测量者实验水平高低的反映，但是又没有一种普遍适用的方法去消除误差，主要是靠对具体问题作具体的分析与处理，要靠实验经验的积累与丰富．大家要在实验中逐步学习和培养这方面的能力．在今后的实验教学中会适当地向大家介绍这方面的知识．如果我们能够确定系统误差的数值，就应该把它从实验结果中扣除，消除它的影响，或者说，把系统误差的影响减小到随机误差的范围以内，这种数值已知的系统误差称为“已定系统误差”．

还有一类系统误差，只知道它存在于某个大致范围，而不知道它的具体数值，我们称之为“未定系统误差”，仪器的允差就属于这一类．以砝码为例：一个名义质量为100 g的三等砝码，它的质量允差为±2 mg．这意味着凡是质量在99.998～100.002 g之间的砝码都被当作100 g砝码的合格产品．对于你面前的这个100 g砝码，在没有经过校准以前，你不能知道这一系统误差的数

值,我们便说它含有未定系统误差.未定系统误差随实验条件的变化往往具有一定程度的随机性质,因而它也是随机误差,可以对它进行概率估计.

我们将某些常用的量具和实验仪器的允差列于表 8－1 中.

表 8－1 某些常用实验仪器的允差

仪器名称	量程	分度值	允差
木尺(竹尺)	30～50 cm 60～100 cm	1 mm 1 mm	±1.0 mm ±1.5 mm
钢板尺	150 mm 500 mm 1 000 mm	1 mm 1 mm 1 mm	±0.10 mm ±0.15 mm ±0.20 mm
钢卷尺	1 m 2 m	1 mm 1 mm	±0.8 mm ±1.2 mm
游标卡尺	125 mm	0.02 mm 0.05 mm	±0.02 mm ±0.05 mm
螺旋测径器(千分尺)	0～25 mm	0.01 mm	±0.004 mm
七级天平(物理天平)	500 g	0.05 g	综合误差：满量程 0.08 g；$\frac{1}{2}$量程 0.06 g；$\frac{1}{3}$量程 0.04 g
三级天平(分析天平)	200 g	0.1 mg	综合误差：满量程 1.3 mg；$\frac{1}{2}$量程 1.0 mg；$\frac{1}{3}$量程 0.7 mg
普通温度计(水银或有机溶剂) 精密温度计(水银)	0～100 ℃ 0～100 ℃	1 ℃ 0.1 ℃	±1 ℃ ±0.2 ℃
电表(0.5 级) 电表(1.0 级)			0.5%×量程 1.0%×量程
数字万用电表			$\alpha\%\cdot U_x+\beta\%\cdot U_m$(其中 U_x 表示测量值即读数,U_m 表示满度值即量程,α 和 β 对不同的测量功能有不同的数值.通常将 $\beta\%\cdot U_m$ 用“字数”表示,如“2 个字”等)

(2) 随机误差

由于偶然的、不确定的因素造成每一次测量值的无规律的涨落,测量值对真值的偏离时大时小、时正时负,不能由上一次测量值预计下一次测量值的大小,这类误差称为随机误差.

造成随机误差的因素是多方面的，如仪器性能和测量者感官分辨力的统计涨落，环境条件（如温度、湿度、气压、气流、微震等）的微小波动，测量对象本身的不确定性（如气压、放射性物质单位时间内衰变的粒子数、小球直径或金属丝直径的不均匀等），等等.

随机误差的特点是它的随机性，如果在相同的宏观条件下，对某一物理量进行多次测量，当测量次数足够大时，便可以发现这些测量值呈现出一定的规律性——统计规律性，即它们服从某种概率分布.概率分布的性质用概率密度函数 $\rho(x)$ 来描述，其中 x 代表测量误差，是一种随机变量.在实际问题中，$\rho(x)$ 一般难以确定，而我们关心的往往也不是 $\rho(x)$ 本身，而是它的某些数字特征，例如期望和方差.期望的符号是 $E(x)$，它描述测量误差平均值的大小；方差的符号是 $D(x)$，它描述测量误差的离散程度.定义为

$$E(x)=\int_{-\infty}^{\infty} x\rho(x)\mathrm{d}x \tag{8.1}$$

$$D(x)=\int_{-\infty}^{\infty} [x-E(x)]^2\rho(x)\mathrm{d}x \tag{8.2}$$

概率密度函数 $\rho(x)$ 满足归一条件：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x)\mathrm{d}x=1 \tag{8.3}$$

表示全部概率之和为 1.

实践表明，大多数随机误差（其中包括我们以后经常遇到的多次测量的算术平均值的随机误差以及间接测量结果的随机误差）可以认为近似服从正态分布.正态分布是一种很重要的概率分布.服从正态分布的随机误差往往是大量的、微小的和互相独立的因素综合起作用的结果.

正态分布的概率密度函数为

$$\rho(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-x^2/2\sigma^2}\qquad -\infty<x<\infty,\sigma>0 \tag{8.4}$$

式中：x 是测量误差；$\sqrt{2\pi}$ 是为了满足归一条件而引入的常数；σ 是决定 x 的离散程度的参数.

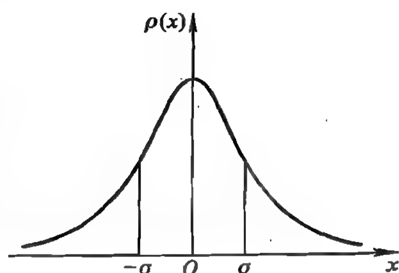


图 8－1　测量误差的正态分布概率密度函数图

函数图形如图 8－1 所示.这一图形表示，对于服从正态分布的随机误差 x，在没有系统误差的条件下，当测量次数 $n\to\infty$ 时，绝对值小的随机误差出现的概率比绝对值大的偶然误差出现的概率大（单峰性），绝对值相等的正误差与负误差出现的概率相同（对称性）.误差 x 的期望为

$$E(x)=\int_{-\infty}^{\infty} x\rho(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{\infty} x\mathrm{e}^{-x^2/2\sigma^2}\mathrm{d}x=0$$

表示误差的平均值为零（抵偿性）.上式也可以改写成另一种形式：

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(N_i-N')=0$$

式中：n 为测量的总次数；N_i 为第 i 次测量值；N' 为待测真值.

上式表示，当 $n\to\infty$ 时，任何一个随机误差都可以与另一个绝对值相等、符号相反的随机误差相抵消，所有测量值的算术平均值就等于真值.由此我们看到：第一，应该用多次测量的算术平

均值作为测量的最佳值;第二,增加测量次数,可以减小随机误差.

误差 x 的方差为

$$D(x)=\int_{-\infty}^{\infty}[x-E(x)]^2\rho(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{\infty}x^2\mathrm{e}^{-x^2/2\sigma^2}\mathrm{d}x=\sigma^2$$

我们称方差的正平方根 $\sqrt{D(x)}=\sigma$ 为 x 的标准差.下面讨论标准差 σ 的物理意义.

σ 是 $\rho(x)$ 表达式中的参数,σ 大,表示 $\rho(x)$ 曲线矮而宽,x 的离散性显著,测量的精密度低;σ 小,表示 $\rho(x)$ 曲线高而窄,x 的离散性不显著,测量的精密度高,如图 8－2 所示.

用数值计算的方法,可以求出 x 落入任意区间 $[-c\sigma,c\sigma]$ 的概率

$$P_c=\int_{-c\sigma}^{c\sigma}\rho(x)\mathrm{d}x$$

式中:c 为任意正的实数.

实际上,P_c 和 c 之间的对应关系可以从正态分布函数表中容易地查出来.由

$$\int_{-\sigma}^{\sigma}\rho(x)\mathrm{d}x=68.3\%$$

可知,x 落入区间 $[-\sigma,\sigma]$ 的概率为 68.3%,可以表示为

$$P(|x|<\sigma)=68.3\%$$

也可以写成

$$P(|N-N'|<\sigma)=68.3\%$$

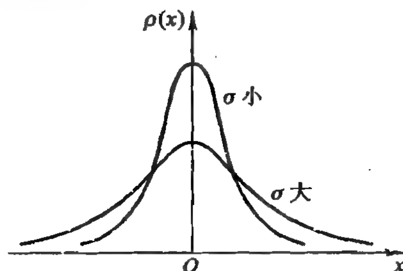


图 8－2 标准差 σ 的大小对 $\rho(x)$ 曲线的影响示意图

式中:N 为任一次测量值;N' 为真值.

由此可以得到两个等价的表达式:

$$P(N'-\sigma<N<N'+\sigma)=68.3\%$$

$$P(N-\sigma<N'<N+\sigma)=68.3\%$$

前一个式子表示任一测量值落入区间 $[N'-\sigma,N'+\sigma]$ 的概率为 68.3%;后一个式子表示真值落入区间 $[N-\sigma,N+\sigma]$ 中的概率亦为 68.3%,即任意测量值 N 附近 $\pm\sigma$ 的范围内包含真值的概率为 68.3%.我们称任意一个测量值 N 的标准差为 σ.由

$$\int_{-3\sigma}^{3\sigma}\rho(x)\mathrm{d}x=99.7\%$$

可知,x 落入区间 $[-3\sigma,3\sigma]$ 以外的可能性很小.用符号 e 表示误差绝对值可能的最大取值,称 $e=3\sigma$ 为极限误差.

除了近似服从正态分布的随机误差外,还有服从其他分布的随机误差.其中和我们关系密切的一种分布是均匀分布.比如数字仪表显示数字最后一位时,在一定范围内不能分辨引入的误差,数据在截尾时引入的舍入误差,都可以认为服从均匀分布.均匀分布的重要性还在于下面这一事实:对于实验中遇到的未定系统误差,在一般情况下,由于信息的缺乏,根据等概率假设,也可以认为它们服从均匀分布.例如,有些仪器的误差在其允差范围内可以认为服从均匀分布.这里我们看到,未定系统误差也具有随机误差的某些特性.

均匀分布的特点是在误差可能存在的范围内,误差在各点出现的概率相同.均匀分布的概率密度函数为

$$\rho(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2e} & -e\leqslant x\leqslant e\\ 0 & x<-e \text{ 或 } x>e\end{cases} \tag{8.5}$$

式中：x 为测量误差；e 为极限误差．

函数图形如图 8－3 所示．

仿照前面的讨论，有

$$E(x)=\int_{-\infty}^{\infty}x\rho(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2e}\int_{-e}^{e}x\mathrm{d}x=0$$

这表明，它也具有对称性和抵偿性．

$$D(x)=\int_{-\infty}^{\infty}[x-E(x)]^2\rho(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2e}\int_{-e}^{e}x^2\mathrm{d}x=\frac{e^2}{3}$$

标准差为

$$\sqrt{D(x)}=\frac{e}{\sqrt{3}}=\sigma$$

从而有　　$e=\sqrt{3}\sigma$

由　　$$\int_{-\sigma}^{\sigma}\rho(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{\sqrt{3}}=57.7\%$$

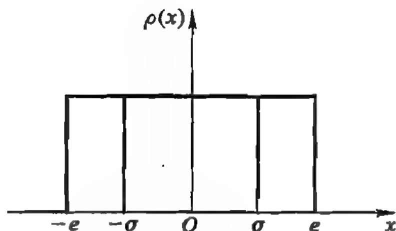


图 8－3　测量误差的均匀分布概率密度函数图

可知，真值落入任一测量值附近 $\pm\sigma$ 的范围内的概率为 57.7%．

(3) 系统误差和随机误差的关系

系统误差和随机误差的区别不是绝对的，在一定条件下，它们可以相互转化．比如前面曾经提到的砝码误差，对于制造厂家来说，它是随机误差；对于使用者来说，它又是系统误差．又如测量对象的不均匀性(如小球直径、金属丝的直径等)，既可以当作系统误差，又可以当作随机误差．有时系统误差和随机误差混在一起，也难于严格加以区分．例如测量者使用仪器时的估读误差往往既包含有系统误差，又包含有偶然误差．这里的系统误差是指他读数时总是有偏大或偏小的倾向，偶然误差是指他每次读数时偏大或偏小的程度又是互不相同的．

(二) 测量结果的不确定度

1．什么是不确定度

既然测量结果中不可避免地含有误差，如何表达这种含有误差的实验结果就成为研究误差问题首先遇到的一个问题．对于已定系统误差，应该把它从实验结果中扣除，不存在如何表达的问题．下面讨论包含有未定系统误差和随机误差的实验结果的科学表达方法．

为了估计测量结果的可靠程度，我们把测量结果写成

$$Y=N\pm\Delta N \tag{8.6}$$

式中：Y 为待测物理量；N 为该物理量的测量值，它既可以是单次的直接测量值，也可以是相同实验条件下多次直接测量的算术平均值，还可以是经过公式计算得到的间接测量值；ΔN 是一个恒正的量，称为"不确定度"，代表测量值 N 不确定的程度，也是对测量误差可能数值的测度，或者说是对待测真值可能存在的范围的估计．

不确定度和误差是两个不同的概念．误差是指测量值与真值之差，一般情况下，它是未知的、确定的和可正可负的量；不确定度是表示误差可能存在的范围，它的大小可以按一定的方法计算(或估计)出来．不确定度大，不一定误差的绝对值也大．两者不应混淆．

(8.6)式的含义是,测量结果是一个范围:

$$[N-\Delta N, N+\Delta N]$$

它表示待测物理量的真值有一定的概率落在上述范围内;或者说,区间$[N-\Delta N, N+\Delta N]$以一定的概率包含真值.这里所说的“一定的概率”称为“置信概率”,而区间$[N-\Delta N, N+\Delta N]$则称为“置信区间”.在一定的实验条件下,置信概率与置信区间之间存在单一的对应关系:置信区间大,代表置信概率高;置信区间小,代表置信概率低.若置信概率恰为100%,其相应的ΔN就称为极限误差,用符号e表示,写作

$$Y=N\pm e$$

表示真值一定在$N-e$到$N+e$之间.ΔN也常用标准差σ表示,写作

$$Y=N\pm\sigma$$

这时置信概率就比100%小.ΔN还可以更普遍地表示成$c\sigma$的形式,写作

$$Y=N\pm c\sigma$$

系数c为正的整数或小数,称为“置信系数”.对于一定的概率分布,置信系数与置信概率之间有一一对应的关系.对于一定的测量结果,这些不同的表示方法都是等价的,可以从中选取一种.

要完整地表示一个物理量,应该有数值、单位和不确定度(ΔN)这三个要素.

为了比较测量结果准确程度的高低,常常使用相对误差和相对不确定度这两个名词.相对误差的定义是

$$\frac{\text{测量误差}}{\text{真值}}$$

相对不确定度的定义是

$$\frac{\text{不确定度}}{\text{测量值}},\quad \text{即}\frac{\Delta N}{N}$$

常用相对不确定度估计相对误差的大小.

2. 不确定度的估计方法

(1) 直接测量结果不确定度的估计

① 只测一次的情况.大体有三种情况:第一,仪器精度较低,偶然误差很小,多次测量读数相同,不必进行多次测量;第二,对测量结果的准确程度要求不高,只测一次就够了;第三,因测量条件的限制,不可能进行多次测量(如测量地震波的强度).普通物理实验中的测量多数只测一次.一次测量的结果也应写成$N\pm\Delta N$的形式.这时ΔN常用极限误差e来表示.e的取法一般有两种:一种是取仪器的允差;另一种是根据仪器结构、测量对象、环境条件、测量者感官灵敏度估计一个极限误差.两者取一即可.

在计算不确定度时,常需要在极限误差与标准差之间进行换算.对于只测一次的情况,一般认为可以用均匀分布的模型来处理,即

$$e=\sqrt{3}\sigma$$

② 相同条件下多次测量的情况.先讨论不存在系统误差的简单情况.

根据前面讲过的偶然误差理论,我们用算术平均值代表多次测量的最佳值:

$$\overline{N}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}N_i \tag{8.7}$$

式中：n 为测量的次数，N_i 为第 i 次测量值．任一测量值的标准差 σ_N 可以由贝塞尔公式近似地给出

$$\sigma_N=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(N_i-\overline{N})^2}{n-1}} \tag{8.8}$$

应该说明的是，标准差 σ_N 本来应该是一个与单次测量无关的常数，它只与测量条件有关．可是实际上由于测量次数 n 只能取有限的值，这时按贝塞尔公式计算出来的 σ 将是一个与单次测量有关的随机变数，只是标准差的近似值．算术平均值的标准差为

$$\sigma_{\overline{N}}=\frac{\sigma_N}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(N_i-\overline{N})^2}{n(n-1)}} \tag{8.9}$$

测量结果可以表述为

$$Y=\overline{N}\pm\sigma_{\overline{N}} \tag{8.10}$$

可以看到，适当增加测量次数，可以减小随机误差．

如果存在可估计的未定系统误差，还要考虑与未定系统误差合成的问题．例如，若已知仪器允差为 e，则测量结果可表述为

$$Y=\overline{N}\pm\sqrt{\sigma_{\overline{N}}^2+\left(\frac{e}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

在初学阶段，出于教学上由浅入深、由简单到复杂和突出重点等考虑，可暂时约定：对于多次测量，只计算由统计方法得到的不确定度分量．

(2) 间接测量结果不确定度的估计

若间接测量值 N 为互相独立的直接测量值 x,y,z 的函数，即

$$N=f(x,y,z)$$

由于 x,y,z 都含有误差，所以 N 也必然含有误差．当误差较小时，根据泰勒级数公式可以由各直接测量结果的不确定度得到间接测量结果的不确定度，这称为不确定度的合成或传递．下面给出不确定度合成的两个基本公式．

如果 x,y,z 的标准差分别为 $\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z$，则 N 的标准差 σ_N 由以下公式给出：

$$\sigma_N=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\sigma_x\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\sigma_y\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\sigma_z\right)^2} \tag{8.11}$$

可以证明，不论 x,y,z 服从何种概率分布，这一公式都是成立的，称为标准差的方和根合成方法．

如果 x,y,z 的极限误差分别为 e_x,e_y,e_z，也可以用算术合成的方法得到 N 的极限误差 e_N

$$e_N=\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|e_x+\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|e_y+\left|\frac{\partial f}{\partial z}\right|e_z \tag{8.12}$$

与以上两式(8.11)和(8.12)相对应的还有如下相对不确定度公式：

$$\frac{\sigma_N}{N}=\sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\sigma_x\right)^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\sigma_y\right)^2+\left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\sigma_z\right)^2} \tag{8.11$'$}$$

$$\frac{e_N}{N}=\left|\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right|e_x+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right|e_y+\left|\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right|e_z \tag{8.12$'$}$$

用算术合成的方法得到的结果往往偏大,特别是当独立分量比较多的时候.因此用算术合成方法估计极限误差时常常偏于保守,但比较安全可靠.

方和根合成方法是误差理论要求使用的标准的方法;算术合成方法是历史上沿用下来的在要求不太严格的场合使用的比较简单的方法.

由上面不确定度合成的基本公式可以看到,间接测量值 N 的不确定度不仅与各直接测量值的不确定度有关,而且还依赖于各不确定度传递系数$\frac{\partial f}{\partial x}$,$\frac{\partial f}{\partial y}$和$\frac{\partial f}{\partial z}$.

由上面两个基本公式可以推导出以下几个常用的公式(请同学们自己证明):

当直接测量值 x,y 互相独立时,

若 $N=x+y$ 或 $N=x-y$,则

$$\sigma_N=\sqrt{\sigma_x^2+\sigma_y^2},\quad e_N=e_x+e_y$$

若 $N=xy$ 或 $N=\frac{x}{y}$,则

$$\frac{\sigma_N}{|N|}=\sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2+\left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2},\quad \frac{e_N}{|N|}=\frac{e_x}{|x|}+\frac{e_y}{|y|}$$

若 $N=kx$(k 为常数),则

$$\sigma_N=|k|\sigma_x,\quad e_N=|k|e_x$$

若 $N=x^k$(k 为常数),则

$$\frac{\sigma_N}{|N|}=|k|\frac{\sigma_x}{|x|},\quad \frac{e_N}{|N|}=|k|\frac{e_x}{|x|}$$

记住这些常用的公式,可以很方便地进行不确定度的计算.

间接测量结果也应表示成 $Y=N\pm\Delta N$ 的形式,其中 ΔN 常用标准差表示,有时也用极限误差表示.

(三)有效数字,数值书写和运算规则

1. 有效数字的概念

任何一个物理量,其测量结果既然都包含误差,那么该物理量的数值就不应该无限制地写下去.测量结果只写到开始有误差的那一到两位数,以后的数按四舍五入的法则取舍,或者按“四舍六入五凑双”的法则取舍(“五凑双”是指对“5”进行取舍的法则,如果 5 的前一位是奇数,则将 5 进上,使有误差的末位为偶数,若 5 的前一位是偶数则将 5 舍去).我们把测量结果中可靠的几位数字加上有误差的一到两位数字称为测量结果的有效数字.或者说,有效数字中最后一到两位数字是不确定的.这里我们看到,有效数字是表示不确定度的一种粗略的方法,而不确定度则是有效数字中最后一到两位数字不确定程度的定量描述;它们都表示含有误差的测量结果.

有效数字的位数与小数点的位置无关.如 1.23 与 123 都是三位有效数字.

关于“0”是不是有效数字的问题,可以这样来判别:从左往右数,以第一个不为零的数字为标准,它左边的“0”不是有效数字,它右边的“0”是有效数字.例如 0.012 3 是三位有效数字,0.012 30是四位有效数字.也就是说,当“0”只是用来表示小数点的位置时,它便不是有效数字;否则,它便是有效数字.作为有效数字的“0”,不可以省略不写.例如,不能将 1.350 0 cm 写作 1.35 cm,因为它们的准确程度是不同的.

有效数字位数的多少，大致反映相对误差的大小.有效数字位数越多，则相对误差越小，测量结果的准确度越高.

2. 数值书写规则

测量结果的有效数字位数由不确定度(标准差或极限误差)来确定.由于不确定度本身只是一个估计值，一般情况下，不确定度的有效数字位数只取一到两位.测量值的最后一位一般要与不确定度的最后一位取齐.在初学阶段，可以认为在测量结果的有效数字中，只有最后一位是不确定的.相应地，不确定度也只取一位有效数字，如 $L=(1.00\pm0.02)\mathrm{cm}$.一次直接测量结果的有效数字，由仪器允差或估计的不确定度来确定.多次直接测量算术平均值的有效数字，由计算得到平均值的不确定度来确定.间接测量结果的有效数字，也是先算出结果的不确定度，再由不确定度来确定.

当数值很大或很小时，我们用带有一位整数和若干位小数的数乘以十的幂次来表示它们.例如：某年我国人口为7亿5 000万，极限误差为2 000万，就应写作$(7.5\pm0.2)\times10^4$万，其中(7.5 ± 0.2)表明有效数字和不确定度，10^4万表示单位.又如，把$(0.000\,623\pm0.000\,003)\mathrm{m}$写作$(6.23\pm0.03)\times10^{-4}\ \mathrm{m}$，看起来就简洁明了了.

3. 有效数字的运算规则

有时没有给出参加运算的各数值的不确定度，这时运算结果的有效数字的位数也不能任意多或任意少.例如，2.2+0.214 3，可以认为第一个数的误差在十分位上，它远大于第二个数的误差，结果就不应该写成2.414 3，而应写成2.4.

对于加减类型的运算，由于运算结果的不确定度总是大于或等于各数中最大的不确定度，所以运算结果的有效数字位数应由这个具有最大不确定度的数来决定，所以运算结果的末位应与具有最大不确定度的数的末位取齐.例如：

$$432.3+0.126\,3-2=430$$

对于乘除类型的运算，由于运算结果的相对不确定度总是大于或等于有效数字位数最少的数的相对不确定度，所以运算结果的有效数字位数应与有效数字位数最少的数相同.例如：

$$\frac{48\times3.234\,5}{1.73^2}=52$$

当运算结果的第一位数是1,2,3时，结果应该多保留一位有效数字，例如：

$$6.3\times4.4=27.7$$

下面，通过一个例题对讲过的内容以及其他有关的运算方法加以具体说明.

例1 测定一个合金圆柱体的密度 ρ.

用天平称衡其质量，得到 $m=14.00\ \mathrm{g}$，只称了1次，天平称衡的极限误差为0.04 g.用螺旋测径器在不同位置测圆柱的直径 D，用游标卡尺在不同位置测圆柱的高 H，都各测了6次，数值如表8-2所列.

表8-2 测量合金圆柱体直径 D 和高 H 的数据表

D/cm	1.050 2	1.048 8	1.051 6	1.048 0	1.049 5	1.047 0
H/cm	2.000	2.002	1.998	2.000	2.000	2.002

解 计算 D 的算术平均值 $\bar{D}$ 及其标准差 $\sigma_{\bar{D}}$. 由于 $\sigma_{\bar{D}}$ 只需保留一位有效数字，所以计算中可以进行简化处理，即以最大的差值为准，比它的 $\frac{1}{3}$ 小的数略去不计.

$$\bar{D}=[(1.050\underset{10}{2}+1.048\underset{4}{8}+1.051\underset{24}{6}+1.048\underset{12}{0}+1.049\underset{3}{5}+1.047\underset{22}{0})\div 6]\text{cm}=1.049\ 2\ \text{cm}$$

$$\sigma_{\bar{D}}=10^{-4}\sqrt{\frac{10^2+24^2+12^2+22^2}{6\times 5}}\ \text{cm}=0.000\ 7\ \text{cm}$$

有

$$D=\bar{D}\pm\sigma_{\bar{D}}=(1.049\ 2\pm 0.000\ 7)\ \text{cm}$$

再计算 H 的平均值及其标准差

$$\bar{H}=[(2.00\underset{3}{0}+2.00\underset{17}{2}+1.99\underset{23}{8}+2.00\underset{3}{0}+2.00\underset{3}{0}+2.00\underset{17}{2})\div 6]\ \text{cm}=2.000\ 3\ \text{cm}$$

$$\sigma_{\bar{H}}=10^{-4}\sqrt{\frac{17^2\times 2+23^2}{6\times 5}}\ \text{cm}=0.000\ 6\ \text{cm}$$

有

$$H=\bar{H}\pm\sigma_H=(2.000\ 3\pm 0.000\ 6)\ \text{cm}$$

因为各个 H 的离散程度较小，所以 $\sigma_{\bar{H}}$ 也较小，根据由不确定度来确定有效数字位数的原则，$\bar{H}$ 的有效数字位数应比单次测量值的有效数字位数多保留一位，这也反映了多次测量可以减小偶然误差的规律.

一般要求 ρ 的不确定度用标准差表示，因此 m 的极限误差也应化为标准差

$$\sigma_m=\frac{0.04}{\sqrt{3}}\ \text{g}\approx 0.02\ \text{g}$$

$$m\pm\sigma_m=(14.00\pm 0.02)\ \text{g}$$

于是

$$\rho=\frac{4m}{\pi D^2H}=\frac{4\times 14.00}{\pi(1.049\ 2)^2\times 2.000\ 3}\ \text{g/cm}^3=8.094\ \text{g/cm}^3$$

再计算 ρ 的标准差. 对于乘除类型的运算，先计算相对不确定度较简便. 一般的方法是：先对运算公式取对数

$$\ln\rho=\ln\frac{4m}{\pi}-2\ln D-\ln H$$

再微分，得

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}=\frac{\mathrm{d}m}{m}-2\frac{\mathrm{d}D}{D}-\frac{\mathrm{d}H}{H}$$

再由标准差的方和根合成公式得

$$\frac{\sigma_\rho}{\rho}=\left[\left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2+\left(\frac{2\sigma_{\bar{D}}}{\bar{D}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{\bar{H}}}{\bar{H}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$=\left[\left(\frac{0.02}{14}\right)^2+\left(\frac{2\times 0.000\ 7}{1.0}\right)^2+\left(\frac{0.000\ 6}{2.0}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$=0.002\ 0$$

$$\sigma_\rho=8.1\times 0.002\ 0\ \text{g/cm}^3\approx 0.02\ \text{g/cm}^3$$

$$\rho\pm\sigma_\rho=(8.09\pm 0.02)\ \text{g/cm}^3$$

在计算 σ_ρ/ρ 时，m，$\bar{D}$，$\bar{H}$ 只取两位有效数字就够了，σ_ρ/ρ 也保留两位有效数字.

【实验内容】

(1) 用游标卡尺测量钢杯含钢体积并计算其结果的不确定度,即 $V \pm \sigma_V$.(要求正确使用游标卡尺.)表 8-3 中字母含义:外径 D,内径 d,高 H,深 h.

表 8-3 测量钢杯含钢体积的数据表

项目	D/cm	d/cm	H/cm	h/cm
零点读数	$D_0=$	$d_0=$	$H_0=$	$h_0=$
1				
2				
3				
4				
5				
6				
平均值				
平均值的标准差				
修正零点后的平均值				

测量结果:

$\bar{D} \pm \sigma_{\bar{D}} =$ ______________　　$\bar{d} \pm \sigma_{\bar{d}} =$ ______________

$\bar{H} \pm \sigma_{\bar{H}} =$ ______________　　$\bar{h} \pm \sigma_{\bar{h}} =$ ______________

计算结果:

$V = \frac{\pi}{4}(\bar{D}^2\bar{H} - \bar{d}^2\bar{h}) =$ ______________________

σ_V(列出公式) = ____________ ≐ ____________

$V \pm \sigma_V =$ ______________________

(2) 用螺旋测径器(即千分尺)测量小钢球体积并计算其结果的不确定度,即 $V \pm \sigma_V$.(要求正确使用螺旋测径器.)将结果填入表 8-4.

零点读数 $d_0 =$ ____ (cm)

表 8-4 测量小钢球直径的数据表

测量次数	1	2	3	4	5	6	平均值	平均值的标准差	修正零点后的平均值
d/cm									

测量结果：

$\bar{d} \pm \sigma_{\bar{d}} =$ ________ ___

计算结果：

$V = \frac{1}{6}\pi \bar{d}^3 =$ ________________

σ_V(列出公式)＝ ____________ ＝ ________

$V \pm \sigma_V =$ ________________

【习题】

(1) 指出下列各量是几位有效数字：

① 0.000 1 cm；

② 1.000 s；

③ 2.7×10^{25} J；

④ 980.123 06 cm/s^2.

(2) 改错：

① 0.103 0 kg 的有效数字是 3 位；

② 0.000 036 km 的有效数字是 6 位；

③ 10.435 ± 0.01(cm)；

④ 12 km ± 100 m；

⑤ 17 500 ± 500(m).

(3) 单位变换：

① $m = (1.750 \pm 0.001)$ kg 分别写成以 t、g、mg 为单位；

② $h = (8.54 \pm 0.02)$ cm 分别写成以 km、m、mm、μm 为单位；

③ $t = 1.8$ s 分别写成以 ms、μs、ns 为单位.

(4) 分别按极限误差和标准差写出下列间接测量物理量的不确定度公式，按函数形式选择不确定度或相对不确定度公式之一.(设直接测量物理量的数值和不确定度都已知.)

① $N = A + \frac{1}{2}B - 3C$；

② $V = \frac{\pi}{6}d^3$；

③ $V = \frac{\pi}{4}[R^2 H - r^2 h]$；

④ $\rho = \frac{m_1}{m_1 - m_2}\rho_0$；

⑤ $g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$；

⑥ $g = \frac{2h}{t^2}$.

(式中：π 是常数，其他字母都表示间接或直接测量的物理量.)

(5) 根据下列间接测量物理量的公式，指出下列不确定度表达式中的错误，并改正之.

按极限误差：

① $E=\dfrac{4\rho l^2}{\lambda ab^3},\dfrac{e_E}{E}=\dfrac{e_\rho}{\rho}+\dfrac{e_l}{l^2}-\dfrac{e_\lambda}{\lambda}-\dfrac{e_a}{a}-\dfrac{e_b}{b^3}$；

② $A=\dfrac{1}{6}\pi d^3,\dfrac{e_A}{A}=\dfrac{1}{6}\pi\cdot 3\dfrac{e_d}{d}=\dfrac{1}{2}\pi\dfrac{e_d}{d}$.

按标准差：

① $L=l+\dfrac{1}{2}d,\sigma_L=\sqrt{\sigma_l^2+\dfrac{1}{2}\sigma_d^2}$；

② $L_0=\dfrac{L}{1+\alpha t},\dfrac{\sigma_{L_0}}{L_0}=\sqrt{\left(\dfrac{\sigma_L}{L}\right)^2+\left(\dfrac{\alpha\sigma_t}{t}\right)^2}$，$\alpha$ 是常量；

③ $a=\dfrac{1}{2}R_0\rho g(h\sin\theta-h_0)$，

$$\frac{\sigma_a}{a}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\frac{\sigma_{R_0}}{R_0}\right)+\left(\frac{\sigma_\rho}{\rho}\right)^2+\left(\frac{\sigma_g}{g}\right)^2+\frac{(h\cos\theta\sigma_\theta)^2+(\sin\theta\sigma_h)^2-(\sigma_{h_0})^2}{(h\sin\theta-h_0)^2}}.$$

(6) 计算下列结果(假设下面给出的不确定度是标准差)：

① $N=A+B-\dfrac{1}{3}C$，其中

$A=(0.576\ 8\pm0.000\ 2)$ cm，$B=(85.07\pm0.02)$ cm，$C=(3.247\pm0.002)$ cm；

② $V=(1\ 000\pm1)$ cm^3，求$\dfrac{1}{V}$；

③ $R=\dfrac{a}{b}x$，其中

$a=(13.65\pm0.02)$ cm，$b=(10.871\pm0.005)$ cm，$x=(67.0\pm0.8)$ Ω；

④ $\nu=\dfrac{h_1}{h_1-h_2}$，其中

$h_1=(45.51\pm0.02)$ cm，$h_2=(12.20\pm0.02)$ cm.

(7) 用游标卡尺测圆柱体积 V，得到高 H 和直径 D 的两组测量数据，如表 8－5 所示，计算 D、H、V 的测量结果和标准差.

表 8－5　测量圆柱体积的数据表

H/cm	3.596	3.587	3.590	3.553	3.545	3.552	3.514	3.579	3.520	3.577
D/cm	1.503	1.509	1.507	1.503	1.504	1.505	1.505	1.506	1.508	1.507

(8) 比较下列 3 个量的误差哪个大(各 l 的不确定度都是标准差)：

$l_1=(54.98\pm0.02)$ cm，$l_2=(0.498\pm0.002)$ cm，$l_3=(0.009\ 8\pm0.000\ 2)$ cm

(9) 在刚体转动实验中，m 与$\dfrac{1}{t^2}$成线性关系，以下是一同学所测得的实验数据(其中 m 用电子天平测得，t 用秒表采用多次测量取算术平均值得到).

m/g	10.00	15.00	20.00	25.00	30.00	35.00	40.00
$\frac{1}{t^2}$/ $(10^{-2}\cdot s^{-2})$	0.535	0.988	1.424	1.787	2.169	2.552	2.932

① 在坐标纸上作 $m-\frac{1}{t^2}$关系图(其中$\frac{1}{t^2}$为横坐标，m 为纵坐标)，检验是否为线性关系；

② 以$\frac{1}{t^2}$为横坐标，m 为纵坐标，用最小二乘法处理数据，计算相应的斜率 k_1，截距和相关系数.

*③ 若以 m 为横坐标、$\frac{1}{t^2}$为纵坐标，同样用最小二乘法处理数据，计算相应的斜率 k_2，截距和相关系数. 比较②和③得到的相关系数是否相同，为什么？k_1、k_2和相关系数的关系是什么？

注意：用最小二乘法处理数据按本书 76 页公式(8.13)计算，必须写清每一步骤，本次练习不使用最小二乘法软件求结果！

二、处理数据的几种方法

(一) 列表在数据处理中的应用

在记录和处理数据时常常将数据列成表，可以简单而明确地表示出有关物理量之间的对应关系，便于随时检查测量结果是否合理，及时发现问题，并有助于找出有关物理量之间规律性的联系. 在处理数据时，把计算中某些中间项列入表中，可以从对比中发现是否有错，利于计算和分析.

列表的要求是简单明了，便于看出有关量之间的关系，便于数据处理：

(1) 要交代清楚表中各符号的意义，并写明单位，单位要写在标题栏中，一般不要重复地记在各数字的后面.

(2) 表中数据要正确反映测量结果的有效数字.

例如，刚体转动实验中，绕线半径 r 与砝码下落时间 t 的关系如表 8－6 中所示，已知 $h=92.0$ cm，$m=23.4$ g.

表 8－6　对于不同绕线半径砝码下落的时间

次数	测量时间	$r_1=1.00$ cm	$r_2=1.50$ cm	$r_3=2.00$ cm	$r_4=2.50$ cm	$r_5=3.00$ cm
1	t_1/s	13.35	8.80	6.70	5.65	4.60
2	t_2/s	13.50	8.90	6.80	5.60	4.50
3	t_3/s	13.40	8.85	6.70	5.70	4.60
平均	$\bar{t}$/s	13.42	8.85	6.73	5.65	4.57
$\frac{1}{t}$/s^{-1}		0.075	0.113	0.148	0.177	0.219

（二）用作图法处理数据

作图法处理数据是物理实验课训练的基本内容之一.它具有形象直观、简单方便的优点，在处理数据时经常要用到.

作图一定要用坐标纸.因为我们作图的目的不仅是定性的观察，还要进行定量的计算，求出有关的结果.不用坐标纸，就不能保证结果的准确程度.作图时要注意以下几点：

（1）坐标纸的大小和坐标轴的比例选取要合适，原则上实验数据中的可靠数字在图中也是可靠的.要使图线比较对称地充满整张图纸，不要缩在一边或一角，要画出坐标轴的方向，标明坐标轴所代表的物理量及单位，将坐标轴均匀分度，标明数值.坐标轴起点的取值要视需要而定，不一定是零点.

（2）根据测量数据，用“+”在图中标出各数据的坐标，使与数据对应的坐标准确地落在“+”的中心.再根据各点的分布情况，用直尺或曲线尺连成光滑的直线或曲线，使各数据点对于所连成的图线有对称的分布.这具有对各测量值取平均的作用（如果作校准曲线，则要通过校准点连成折线）.标点和连线都要细而清晰.

（3）在利用所作直线求斜率时，选点的间距要大一些，以减小计算的误差.在图上合适的地方标上图名.要用铅笔作图，以便作必要的修改.有关的计算不要写在图纸上.要保持图面的整洁、清晰和美观.

1．用直角坐标纸作图

例 2　用伏安法测线性电阻数据如表 8－7 所示，试用作图法求电阻.

表 8－7　用伏安法测线性电阻的电压和电流数据表

U/V	0.00	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	7.00	8.00	9.00	10.00
I/mA	0.00	2.00	4.01	6.05	7.85	9.70	11.83	13.75	16.02	17.86	19.94

解　作图如图 8－4 所示.在图上选取两点，画一个直角三角形，求出斜率 k.

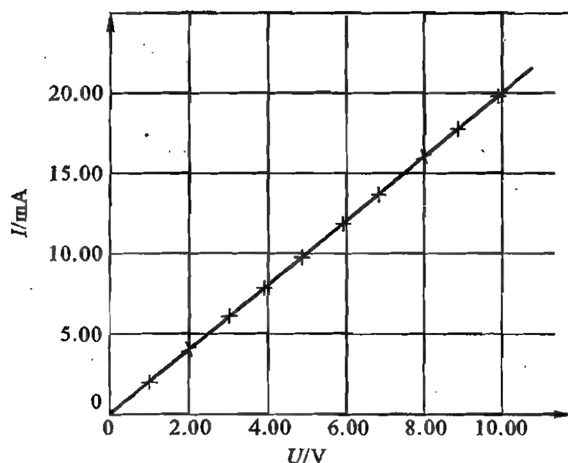


图 8－4　$I-U$ 关系图

$$k=\frac{(18.85-0.95)\ \text{mA}}{(9.50-0.50)\ \text{V}}=\frac{17.90\ \text{mA}}{9.00\ \text{V}}$$

$$R=\frac{1}{k}=\frac{9.00\ \text{V}}{17.90\ \text{mA}}=503\ \Omega$$

2．用对数坐标纸作图

对于 $y=ax^n$ 这种类型的函数(其中 a 和 n 是常数)，要考察 y 和 x 之间的关系，在双对数坐标纸上作图是很方便的．在双对数坐标纸上，数值的对数的分布是均匀的，即对数坐标纸的尺度与所标数值的对数成正比．只有一个方向按对数分度，另一个方向均匀分度的坐标纸称为单对数坐标纸．在对数坐标纸上，数值的分布是不均匀的，对数坐标轴上的数按 1,2,3,4,5,6,7,8,9,1 由疏到密不等间隔分度，构成一个循环单元，称为一级．

坐标纸的横方向和纵方向都按对数分度的称为双对数坐标纸．一张双对数坐标纸如果横轴有 m 个循环单元，纵轴有 n 个循环单元，其规格就称为 $m\times n$ 级．如 2×2 级，3×4 级，4×5 级等．

对于函数 $y=ax^n$，因为

$$\lg y=n\lg x+\lg a$$

要考察 y 和 x 的关系，只需在双对数坐标纸上作 $y-x$ 图就可以了．即以 x 轴为横轴，y 轴为纵轴，应该得到一条直线，其斜率为 n．求斜率的方法与直角坐标纸的情况不同．在图线上取一个大些的直角三角形，用米尺量出 Δx 和 Δy 的长度，斜率即为 Δy 与 Δx 的长度比．因为在对数坐标纸上没有零点，所以在双对数坐标纸上作图没有严格意义下的“截距”．利用作图求有关物理量要在图线上任取一点，找出对应的 x 和 y 的值，然后代入公式计算．

例 3 测得变量 x 和 y 的一组数据如表 8－8 所示．已知 x 和 y 满足函数关系

$$y=ax^n$$

式中：a 和 n 是常数；n 是整数．试求 n 和 a．

表 8－8 变量 x 和 y 的数据表

x	4.00	6.00	8.00	10.00	12.00	14.00	16.00	18.00	20.00	22.00
y	31.30	13.90	7.81	5.00	3.47	2.55	1.95	1.54	1.25	1.03

解 在双对数坐标纸上作 $y-x$ 图(见图 8－5)，得到一条直线．在图上作一个直角三角形，用米尺量出两直角边的长度分别为 5.81 cm 和 2.89 cm，于是斜率 n 为

$$n=-\frac{5.81}{2.89}=-2.01\approx-2$$

在图上任取一点 P，其坐标为(11.2,4.00)，代入以上函数关系式，得到

$$a=yx^2=4.00\times11.2^2=502$$

(三) 用最小二乘法进行直线拟合

若变量 x,y 满足直线方程

$$y=a_0+a_1x$$

实际测得一组数据为 $x_i,y_i(i=1,2,\cdots,n)$．我们的问题是，如何根据实测的数据找出直线方程中的参数 a_1 和 a_0，这称为直线的拟合．

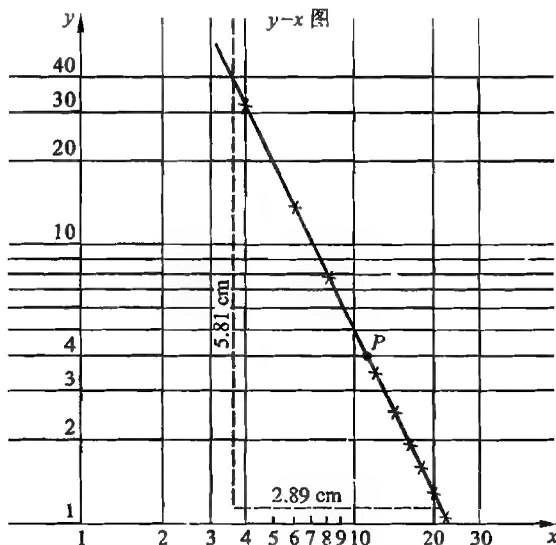


图 8-5 变量 y 和 x 的双对数图

假设在测量的数据中，各 x_i 足够准确，它们的误差可以忽略不计，只有 y_i 有测量误差；并令

$$\varepsilon_i = y_i - y = y_i - a_0 - a_1 x_i \quad i = 1,2,\cdots,n$$

ε_i 为测量值与直线的纵坐标之差（见图 8-6）. 同时，假设各 ε_i 的方差为常数，即各测量值 y_i 是等精度的. 我们拟合的直线应使 $\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2$ 最小. 这就是最小二乘法原理.

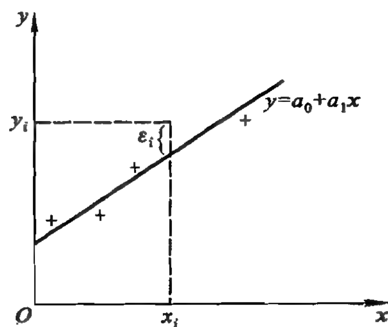


图 8-6 ε_i 定义的图示

令

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i)^2$$

Q 最小的条件为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q}{\partial a_0} = 0, & \dfrac{\partial Q}{\partial a_1} = 0 \\ \dfrac{\partial^2 Q}{\partial a_0^2} > 0, & \dfrac{\partial^2 Q}{\partial a_1^2} > 0 \end{cases}$$

由

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Q}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i) = 0 \\ \dfrac{\partial Q}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - a_0 - a_1 x_i) x_i = 0 \end{cases}$$

可解出

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{\overline{xy} - \overline{x}\ \overline{y}}{\overline{x^2} - (\overline{x})^2} \\ a_0 = \overline{y} - a_1 \overline{x} \end{cases} \tag{8.13}$$

式中：

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i, \qquad \overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i, \qquad \overline{x^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

再经过计算，当 a_0，a_1 取式(8.13)的值时，确有

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial a_0^2} > 0, \qquad \frac{\partial^2 Q}{\partial a_1^2} > 0$$

说明上面给出的 a_1，a_0 确能满足 Q 最小的条件.

容易证明，a_1 还可以写成下面的形式：

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} \tag{8.13'}$$

(四) 最小二乘法的进一步知识

1. 自变量等间距时，a_1 的简便算法

设 $x_i = x_0 + id$，$i = 0,1,2,\cdots,k$，对应地测得 y 的值为 y_i，共 $k+1$ 组数. 不难算出

$$\overline{x} = x_0 + \frac{k}{2}d, \qquad \overline{y} = \frac{1}{k+1}\sum_{i=0}^{k} y_i$$

再令

$$\overline{y_i} = \frac{1}{k+1}\sum_{i=0}^{k} iy$$

由

$$\sum_{i=0}^{k}(x_i - \overline{x}) = 0, \qquad \sum_{i=0}^{k} i = \frac{k}{2}(k+1), \qquad \sum_{i=0}^{k} i^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

可得

$$a_1 = \frac{\sum_0^k (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sum_0^k (x_i - \overline{x})^2} = \frac{\sum (x_i - \overline{x}) y_i}{\sum (x_i - \overline{x})^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=0}^{k}\left(i - \frac{k}{2}\right) y_i}{d\sum_{i=0}^{k}\left(i^2 - ik + \frac{k^2}{4}\right)} = \frac{6}{k(k+2)d}(2\overline{y_i} - k\overline{y}) \tag{8.14}$$

例 4 对于图 8-4 中的数据，令自变量为 V，直线方程写作

$$I = I_0 + \frac{1}{R}V$$

与 $y=a_0+a_1x$ 相比较，$x=V,y=I,a_1=\frac{1}{R}$. 利用(8.14)式求 a_1，这里 $k=10,d=1.00$ V.

解

$$\overline{y_i}=\overline{I_i}=\frac{1}{11}\sum_{i=0}^{10} iI_i=69.4\times10^{-3}\ \text{A}$$

$$\overline{y}=\overline{I}=\frac{1}{11}\sum_{i=0}^{10} I_i=9.91\times10^{-3}\ \text{A}$$

可得

$$\begin{aligned}a_1&=\frac{6}{k(k+2)d}(2\overline{y_i}-k\overline{y})\\&=\frac{6}{10\times12\times1.00}(2\times69.4-10\times9.91)\times10^{-3}\ \Omega^{-1}\\&=1.99\times10^{-3}\ \Omega^{-1}\end{aligned}$$

$$R=\frac{1}{a_1}=503\ \Omega$$

2. 单个测量值 y_i 的剩余方差

称单个测量值 y_i 的剩余方差为

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2}{n-2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-a_0-a_1x_i)^2}{n-2} \tag{8.15}$$

式中：$n-2$ 是自由度. 自由度的意义是：在两个变量的情况下，有两个方程即可解出结果，现在有 n 个方程，所以自由度为 $n-2$. σ^2 的意义是：如果 ε_i 服从中心化(即 ε_i 的期望值为零)了的正态分布，则任一 y_i 落入 $(a_0+a_1x)\pm\sigma$ 区间的概率为 0.683(图 8－7).

3. 相关系数

定义相关系数为

$$\begin{aligned}r&=\frac{\overline{xy}-\overline{x}\,\overline{y}}{\sqrt{[\overline{x^2}-(\overline{x})^2][\overline{y^2}-(\overline{y})^2]}}\\&=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\cdot\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}\end{aligned} \tag{8.16}$$

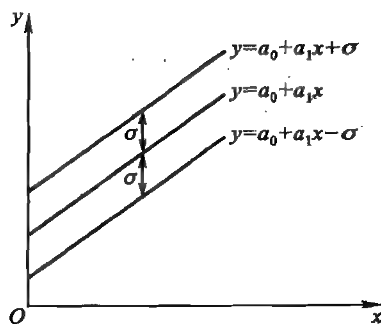


图 8－7　σ^2 的意义

式中：$-1\leqslant r\leqslant1$，表征两变量 y 与 x 相关的程度. $r>0$ 为正相关；$r<0$ 为负相关；$r=0$ 为完全不相关，或者称 y 与 x 无关；$|r|=1$，则表明各 x_i,y_i 全在一条直线上. 注意 r 与 a_1 的正负号是相同的.

对于一个实际问题，只有当 r 的绝对值大到一定程度的时候，才能认为两变量 x 与 y 之间有相关关系. 因此，要有一个标准，在这个标准以上就可以认为 x 与 y 相关关系显著. 这个标准与显著性水平 α 及数据点个数 n 有关. 相关系数检验表如表 8－9 所示，它给出了 $\alpha=0.05$ 及 $\alpha=0.01$ 下相关系数 r 达到显著的最小值. 显著性水平与置信概率的关系是：置信概率等于 $1-\alpha$.

表 8-9 相关系数检验表

$n-2$	$1-\alpha=95\%$	$1-\alpha=99\%$	$n-2$	$1-\alpha=95\%$	$1-\alpha=99\%$	$n-2$	$1-\alpha=95\%$	$1-\alpha=99\%$
1	0.997	1.000	16	0.468	0.590	35	0.323	0.418
2	0.950	0.990	17	0.456	0.575	40	0.304	0.393
3	0.878	0.959	18	0.444	0.561	45	0.288	0.372
4	0.811	0.917	19	0.433	0.549	50	0.273	0.354
5	0.754	0.874	20	0.423	0.537	60	0.250	0.325
6	0.707	0.834	21	0.413	0.526	70	0.232	0.302
7	0.666	0.798	22	0.404	0.515	80	0.217	0.283
8	0.632	0.765	23	0.396	0.505	90	0.205	0.267
9	0.602	0.735	24	0.388	0.496	100	0.195	0.254
10	0.576	0.708	25	0.381	0.487	125	0.174	0.228
11	0.553	0.684	26	0.374	0.478	150	0.159	0.208
12	0.532	0.661	27	0.367	0.470	200	0.138	0.181
13	0.514	0.641	28	0.361	0.463	300	0.113	0.148
14	0.497	0.632	29	0.355	0.436	400	0.098	0.128
15	0.482	0.606	30	0.349	0.449	1000	0.062	0.081

4. a_1和a_0的标准差

实用中常需要计算a_1和a_0的标准差σ_{a_1}和σ_{a_0},以估计a_1和a_0的准确程度.为此将a_1改写成如下形式:

$$a_1=\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\overline{x})y_i}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$$

前面已经假定,各x_i的误差可忽略不计,只有各y_i有误差;且已知各y_i的标准差为σ.根据标准差的方和根合成方法可得

$$\sigma_{a_1}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial a_1}{\partial y_i}\sigma\right)^2}=\sqrt{\sigma^2\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{x_i-\overline{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\right]^2}=\frac{\sigma}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}} \qquad (8.17)$$

由(8.13)式有

$$a_0=\overline{y}-a_1\overline{x}=\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{n}-\frac{\overline{x}(x_i-\overline{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\right]^2 y_i$$

则

$$\sigma_{a_0}=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial a_0}{\partial y_i}\sigma\right)^2}=\sigma\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{n}-\frac{\overline{x}(x_i-\overline{x})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\right]^2}$$

$$= \sigma\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{(\overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}} = \sigma\sqrt{\frac{\overline{x^2}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}} \tag{8.18}$$

其中利用了以下公式：

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2 = n\overline{x^2} - n\overline{x}^2$$

利用相关系数 r 可以得到计算 σ_{a_1} 的简单公式为

$$\frac{\sigma_{a_1}}{a_1} = \sqrt{\frac{1/r^2-1}{n-2}} \tag{8.19}$$

式中：n 为测量次数.

推导该公式的主要步骤如下：

$$\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i-a_0-a_1x_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}[(y_i-\overline{y}-(a_0+a_1x_i-\overline{y})]^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}[(y_i-\overline{y})-a_1(x_i-\overline{x})]^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2 - a_1\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y}) = (1-r^2)\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2$$

由此式可见，$(1-r^2)$恒大于或等于零，所以$|r|\leqslant 1$.

单个 y_i 的剩余方差

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2}{n-2} = \frac{1-r^2}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2$$

则

$$\frac{\sigma_{a_1}}{a_1} = \frac{\sigma}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}}\cdot\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})} = \sqrt{\frac{1/r^2-1}{n-2}}$$

三、关于不确定度的进一步的知识

在第二节中，我们介绍了不确定度的概念和估算不确定度的基本方法，同时给出了估算不确定度的几个重要公式. 这些公式的来由当时尚未交代，特别是由贝塞尔公式给出的只是标准差的近似值(或估计值)，并不是真正的标准差. 因而以这种近似的标准差作为不确定度，它的置信概率是多少，我们并不能准确地知道. 间接测量结果的不确定度也有类似的问题. 因此，作为不确定度知识的第二个层次的内容，本节将对以上问题加以说明.

(一) 几个重要的公式

1. 贝塞尔公式的来由

为了书写的方便，先引入一个运算符号“$\langle\rangle$”，它表示求某随机变量的期望. 例如

$$\langle x\rangle = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x\rho(x)\mathrm{d}x$$

式中：$\rho(x)$是随机变量 x 的概率密度函数.

类似地,求 x 的方差可写为

$$\langle(x-\langle x\rangle)^2\rangle = D(x) = \int_{-\infty}^{\infty}(x-\langle x\rangle)^2\rho(x)\mathrm{d}x = \sigma^2$$

因为标准差一般用 σ 表示,所以方差 $D(x)$也常用 σ^2表示.

求相同条件下多次测量($x_i, i=1,2,\cdots,n$)算术平均值的期望可写为

$$\langle\overline{x}\rangle = \langle\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\rangle = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\langle x_i\rangle = \langle x\rangle$$

$\langle x\rangle$的物理意义就是待测物理量的真值(当不存在系统误差时).这个式子表明,算术平均值随测量次数的增加,在真值附近摆动,渐近地趋于真值.用概率论的语言来说,$\overline{x}$是待测真值的无偏估计.所以应该用$\overline{x}$代表测量结果.

为了表示由贝塞尔公式给出的标准差的近似值与标准差的区别,我们给前者一个专门的名称:标准偏差,用符号 s 表示.标准差与标准偏差的区别在于自由度.标准差的自由度为无限大.标准偏差的自由度为有限值,当自由度由有限值趋于无限大时,标准偏差便趋于标准差.这样,贝塞尔公式改写为

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1}} \tag{8.20}$$

式中:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$$

n 为测量次数.

贝塞尔公式的来由可以由$\langle s_x^2\rangle = \sigma^2$来说明.标准差是方差的正平方根,要求出标准差,就要先求出方差.如果由方差的定义式直接去求一般是很困难的,因为其中的概率密度函数 $\rho(x)$和 x 的期望值$\langle x\rangle$常常都是未知的.我们需要从测出的数据($x_1, x_2, \cdots, x_n$)中找到方差的估计值.若$\langle s_x^2\rangle = \sigma^2$成立,则说明 s_x^2是σ^2的无偏估计,用 s_x^2来作为σ^2的估计值是最合适的.这就是贝塞尔公式的来由.下面就来证明.

$$\begin{aligned}\langle s_x^2\rangle &= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\langle(x_i-\overline{x})^2\rangle = \frac{1}{n-1}\langle\sum_{i=1}^{n}[(x_i-\langle x\rangle)-(\overline{x}-\langle x\rangle)]^2\rangle \\ &= \frac{1}{n-1}\langle\sum_{i=1}^{n}(x_i-\langle x\rangle)^2 - n(\overline{x}-\langle x\rangle)^2\rangle \\ &= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\langle(x_i-\langle x\rangle)^2\rangle - \frac{n}{n-1}\left\langle\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i-\langle x\rangle\right)^2\right\rangle \\ &= \frac{n}{n-1}\sigma^2 - \frac{\sigma^2}{n-1} = \sigma^2\end{aligned}$$

2.方差合成公式的来由

方差合成公式即第二节中标准差方和根合成公式.

若 $N=f(x,y,z)$, x,y,z 互相独立.x,y,z 的期望分别为$\langle x\rangle$,$\langle y\rangle$,$\langle z\rangle$,标准差分别为$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$.将 $f(x,y,z)$在$\langle x\rangle$,$\langle y\rangle$,$\langle z\rangle$附近作泰勒级数展开,可得

$$f(x,y,z)=f(\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle)+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{\langle x\rangle}(x-\langle x\rangle)+$$
$$\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{\langle y\rangle}(y-\langle y\rangle)+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{\langle z\rangle}(z-\langle z\rangle)+\cdots$$

式中：$\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle$分别表示 x,y,z 的真值；$(x-\langle x\rangle),(y-\langle y\rangle),(z-\langle z\rangle)$则分别为测量误差.误差理论中一般只讨论误差值较小的情况，因而高次项可以忽略不计，只保留到一次项.

对上式两边取期望，注意到

$$\langle(x-\langle x\rangle)\rangle=\langle(y-\langle y\rangle)\rangle=\langle(z-\langle z\rangle)\rangle=0$$

故

$$\langle f(x,y,z)\rangle=\langle f(\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle)\rangle=f(\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle)$$

根据方差定义，有

$$\begin{aligned}\sigma_N^2&=\langle[f(x,y,z)-\langle f(x,y,z)\rangle]^2\rangle\\&=\langle[f(x,y,z)-\langle f(\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle)\rangle]^2\rangle\\&=\left\langle\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{\langle x\rangle}(x-\langle x\rangle)+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{\langle y\rangle}(y-\langle y\rangle)+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{\langle z\rangle}(z-\langle z\rangle)\right]^2\right\rangle\\&=\left\langle\left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{\langle x\rangle}^2(x-\langle x\rangle)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{\langle y\rangle}^2(y-\langle y\rangle)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{\langle z\rangle}^2(z-\langle z\rangle)^2+\right.\right.\\&\quad 2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{\langle x\rangle}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{\langle y\rangle}(x-\langle x\rangle)(y-\langle y\rangle)+2\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{\langle y\rangle}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{\langle z\rangle}(y-\langle y\rangle)(z-\langle z\rangle)+\\&\quad\left.\left.2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{\langle x\rangle}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{\langle z\rangle}(x-\langle x\rangle)(z-\langle z\rangle)\right]\right\rangle\\&=\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{\langle x\rangle}^2\sigma_x^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{\langle y\rangle}^2\sigma_y^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{\langle z\rangle}^2\sigma_z^2\end{aligned}\tag{8.21a}$$

等式右端本来还有3项

$$2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{\langle x\rangle}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{\langle y\rangle}\langle(x-\langle x\rangle)(y-\langle y\rangle)\rangle+2\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{\langle y\rangle}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{\langle z\rangle}\langle(y-\langle y\rangle)(z-\langle z\rangle)\rangle+$$
$$2\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{\langle x\rangle}\left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{\langle z\rangle}\langle(x-\langle x\rangle)(z-\langle z\rangle)\rangle$$

其中$\langle(x-\langle x\rangle)(y-\langle y\rangle)\rangle,\langle(y-\langle y\rangle)(z-\langle z\rangle)\rangle,\langle(x-\langle x\rangle)(z-\langle z\rangle)\rangle$等称为协方差，由概率论的知识可知，当 x,y,z 相互独立时，它们都为零.以$\langle(x-\langle x\rangle)(y-\langle y\rangle)\rangle$为例，当测量次数足够大时，每个测量值 x,y 都在$\langle x\rangle,\langle y\rangle$附近摆动，$(x-\langle x\rangle),(y-\langle y\rangle)$都各自无关地时正时负，它们的绝对值时大时小，因而，它们的乘积也时正时负，其绝对值时大时小，其算术平均值则趋于零.

式(8.21a)中各偏导数的脚标常略去不写，实用中则将$\langle x\rangle,\langle y\rangle,\langle z\rangle$用测量值 x,y,z 替代.上面的公式就是方差合成公式.

在实际应用中，由于 $\sigma_x,\sigma_y,\sigma_z$ 常常用标准偏差 s_x,s_y,s_z 替代(或部分替代)，实际上并不是计算 σ_N，而是计算 N 的标准偏差 s_N.常用下面的公式：

$$s_N^2=\left(\frac{\partial f}{\partial x}s_x\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}s_y\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial z}s_z\right)^2\tag{8.21b}$$

下面证明之.将式(8.21b)两边取期望，得到

$$\langle s_N^2 \rangle = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \langle s_x^2 \rangle + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \langle s_y^2 \rangle + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \langle s_z^2 \rangle$$
$$= \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 = \sigma_N^2$$

这说明 s_N^2确是方差σ_N^2的无偏估计，所以 s_N是N 的标准偏差. 用 s_N作为σ_N的估计值是适当的.

易见，对于部分替代的情况(例如只有 σ_x，σ_y用s_x，s_y替代)，上述讨论同样成立.

以上不难推广到变量个数为任意多的情况.

3. 多次测量算术平均值标准差公式的来由

现在来证明 $\sigma_{\overline{N}} = \frac{\sigma_N}{\sqrt{n}}$(其中$\overline{N} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_i$，$\sigma_N$是任一测量值的标准差，$n$ 为测量次数).

根据方差合成公式，注意到各 N_i是互相独立的，有

$$\sigma_{\overline{N}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial \overline{N}}{\partial N_i}\sigma_N\right)^2} = \sqrt{\frac{n\sigma_N^2}{n^2}} = \frac{\sigma_N}{\sqrt{n}}$$

当 σ_N用s_N替代时，相应地 $\sigma_{\overline{N}}$也要换成$s_{\overline{N}}$，有

$$s_{\overline{N}} = \frac{s_N}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(N_i - \overline{N})^2}{n(n-1)}} \tag{8.22}$$

$s_{\overline{N}}$称为算术平均值 $\overline{N}$ 的标准偏差，它是 $\sigma_{\overline{N}}$的估计值.

式(8.20)～式(8.22)在证明过程中都不涉及概率分布的具体类型，因而它们对任何类型的概率分布都是成立的.

(二) t 分布原理

相同条件下多次测量算术平均值的误差可以认为近似服从正态分布. 测量次数越多，近似程度越好. 一般要求测量次数 n 不应小于 6. 当把测量结果写成

$$Y = \overline{N} \pm \sigma_{\overline{N}}$$

时，如果 $\sigma_{\overline{N}}$是$\overline{N}$的标准差，则上述表达式的置信概率为 68.3%.

但若把测量结果写成

$$Y = \overline{N} \pm s_{\overline{N}}$$

虽然$\overline{N}$服从正态分布，但 $s_{\overline{N}}$并不是$\overline{N}$的标准差，所以这种表达式的置信概率是多少，我们并不能准确地知道.

研究表明，如果随机变量 N 服从正态分布，在相同条件下进行 n 次测量得到N_1，N_2，…，N_n. 同时，定义自由度 ν 为随机变量总个数减去约束条件的个数. 这里有 n 个随机变量，一个约束条件，即 $\sum_{i=1}^{n}(N_i - \overline{N}) = 0$，所以 $\nu = n - 1$. 由上述 n 个测量值，得到

$$\overline{N} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} N_i$$

$$s_{\overline{N}} = \sqrt{\frac{\sum(N_i - \overline{N})^2}{n(n-1)}}$$

令
$$t=\frac{\overline{N}-\langle N\rangle}{s_{\overline{N}}}$$

则随机变量 t 服从自由度为 $\nu=n-1$ 的 t 分布. t 的概率密度函数为

$$\rho(x)=\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}\left(1+\frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} \tag{8.23}$$

式中:

$$\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)=\int_0^{\infty}x^{\frac{\nu-1}{2}}e^{-x}dx$$
$$\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)=\int_0^{\infty}x^{\frac{\nu}{2}-1}e^{-x}dx$$

为 Γ 函数,它的性质和运算规则可以由数学用表查得.

从 $\rho(t)$的表达式可以看到,$\rho(t)$与原来随机变量 N 的期望$\langle N\rangle$以及方差 σ^2无关,而只与样本容量即测量次数 n 有关. 知道了 $n(\nu=n-1)$,$\rho(t)$就完全确定了.

$\rho(t)$对于 $t=0$ 是对称的,它的图形见图 8-8. 计算表明,t 的期望

$$E(t)=0$$

t 的方差 $\quad D(t)=\frac{\nu}{\nu-2}\quad \nu>2$

当 $\nu\to\infty$时,t 分布趋于标准化正态分布(即期望为零、方差为 1 的正态分布). 但在测量次数小时,t 分布是比标准化正态分布更宽的分布.

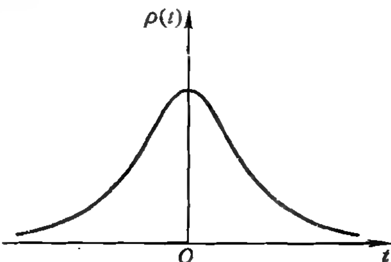


图 8-8 t 分布的概率密度函数图

知道了 $\rho(t)$后,就可以推算 t 落入任意区间$[a,b]$的概率为

$$P(a<t<b)=\int_a^b\rho(t)dt$$

取 t_p满足

$$\int_{-t_p}^{t_p}\rho(t)dt=p$$

式中: p 为任意选定的概率. 因此

$$P\left(\left|\frac{\overline{N}-\langle N\rangle}{s_{\overline{N}}}\right|<t_p\right)=p$$

从而有

$$\overline{N}-t_ps_{\overline{N}}<(\langle N\rangle)<\overline{N}+t_ps_{\overline{N}}\quad (P=p)$$

测量结果表示为

$$Y=\overline{N}\pm t_ps_{\overline{N}}\quad (P=p) \tag{8.24}$$

t_p称为置信系数. t_p与 p 之间的对应关系已经被制成 t 分布表(见表 8-10). 可以根据所需的置信概率 p 及自由度 ν 从表中查出 t_p的值.

表 8－10 t 分布表

t_p (ν \ p)	0.997	0.95	0.683
1	235.80	12.71	1.84
2	19.21	4.30	1.32
3	9.21	3.18	1.20
4	6.62	2.78	1.14
5	5.51	2.57	1.11
6	4.90	2.45	1.09
7	4.53	2.36	1.08
8	4.28	2.31	1.07
9	4.09	2.26	1.06
10	3.96	2.23	1.05
11	3.85	2.20	1.05
12	3.76	2.18	1.04
13	3.69	2.16	1.04
14	3.64	2.14	1.04
15	3.59	2.13	1.03
16	3.54	2.12	1.03
17	3.51	2.11	1.03
18	3.48	2.10	1.03
19	3.45	2.09	1.03
20	3.42	2.09	1.03
21	3.40	2.08	1.02
22	3.38	2.07	1.02
23	3.36	2.07	1.02
24	3.34	2.06	1.02
25	3.33	2.06	1.02
26	3.32	2.06	1.02
27	3.30	2.05	1.02
28	3.29	2.05	1.02
29	3.28	2.05	1.02
30	3.27	2.04	1.02
40	3.20	2.02	1.01
50	3.16	2.01	1.01

续表

t_p \ ν \ p	0.997	0.95	0.683
60	3.13	2.00	1.01
70	3.11	1.99	1.01
80	3.10	1.99	1.01
90	3.09	1.99	1.01
100	3.08	1.98	1.01
∞	3.00	1.96	1

用 t 分布理论表示测量结果的不确定度要求多次测量中各测量值服从同一正态分布.这一条件在多数实际测量中可以认为近似地得到满足.

例如,对某物理量测了 6 次,得到 $N_1, N_2, \cdots, N_6(\nu=5)$,算出 $\overline{N}$、$s_{\overline{N}}$ 后,如果要求置信概率为 $P=68.3\%$,由 t 分布表查出 $\nu=5$ 时的 t_p 值,得 $t_{0.683}=1.11$,则测量结果表示为

$$Y=\overline{N}\pm 1.11 s_{\overline{N}} \quad (P=68.3\%)$$

但这时的 $1.11 s_{\overline{N}}$ 并不等于 $\sigma_{\overline{N}}$,因为前者是随机变量,后者是常数;前者按 t 分布表示不确定度,后者按正态分布表示不确定度.

如果要求置信概率 $P=95\%$,由 t 分布表查出 $\nu=5$ 时的 t_p 值,得 $t_{0.95}=2.57$,则测量结果表示为

$$Y=\overline{N}\pm 2.57 s_{\overline{N}} \quad (P=95\%)$$

在实用中,常常要求作高置信概率的报道.国家有关技术规范要求报道的置信概率取为 95%.并规定,当 $P=95\%$ 时,可将 P 值略去不写;当 $P\neq 95\%$,则必须用括号注明 P 值.为了表述清楚,我们都用括号注明了 P 值.

t 分布在测量误差理论中是一种很重要的分布.由于它只与测量次数有关,又以正态分布为极限,所以很有实用价值,在很多场合都会用到.

(三) 有效自由度及其应用——测量结果不确定度的评定

1. 多次直接测量结果不确定度的评定

多次直接测量结果中除了有按统计方法得到的不确定度分量 $s_{\overline{N}}$ 外,有时还有其他不确定度分量.例如还要考虑仪器允差带来的不确定度分量.这时测量的自由度 ν 如何确定呢?

一般来说,一个测量结果中所包含的不确定度分量可以分为两类:

(1) 由统计方法得到的分量(称为 A 类不确定度分量),它们用标准偏差 s_i、自由度 $\nu_i(i=1,2,\cdots,n_s)$ 来表征.

(2) 由非统计方法得到的分量(称为 B 类不确定度分量),它们用估计的标准差 u_j、自由度 $\nu_j(j=1,2,\cdots,n_u)$ 来表征,u_j 可视为由非统计方法得到的一种广义的标准偏差.当它们互相独立时,测量结果的标准偏差为

$$s=\sqrt{\sum_{i=1}^{n_s} s_i^2+\sum_{j=1}^{n_u} u_j^2} \tag{8.25}$$

如果测量结果 N 服从正态分布(这一点可以认为近似满足),就可以证明随机变量

$$\frac{N-\langle N\rangle}{s}$$

服从自由度为 ν 的 t 分布,这里 ν 称为有效自由度,且有

$$\nu=\frac{s^4}{\sum_{i=1}^{n_s}\frac{s_i^4}{\nu_i}+\sum_{j=1}^{n_u}\frac{u_j^4}{\nu_j}} \tag{8.26}$$

根据 ν 和要求的置信概率 P,从 t 分布表查出置信系数 t_p,把测量结果表示为

$$Y=N\pm t_p s \quad (P=p)$$

例 5　用读数显微镜测某一长度 l,得到一组数据

$$l/\text{cm}: 3.245\,0, 3.243\,8, 3.245\,8, 3.244\,5, 3.245\,2, 3.244\,0$$

算得:$\bar{l}=3.244\ 7$ cm,$s_l=0.000\ 31$ cm;s_l 的自由度 $\nu_l=6-1$.仪器允差为 0.000 5 cm,采用均匀分布模型,得

$$u=\frac{e}{\sqrt{3}}=\frac{0.000\,5}{\sqrt{3}}\ \text{cm}=0.000\,29\ \text{cm}$$

u 的自由度 ν_u 与 u 的准确程度有关,对 u 估计的越准确,则 ν_u 越大,在理想情况下,ν_u 为 ∞,若对 u 的准确程度无法判断,可设 ν_u 为 1.这里取 $\nu_u=1$.

$$s_N=\sqrt{s_l^2+u^2}=\sqrt{(0.000\,31)^2+(0.000\,29)^2}\ \text{cm}=0.000\,42\ \text{cm}$$

$$\nu=\frac{s^4}{\frac{s_l^4}{\nu_l}+\frac{u^4}{\nu_u}}=\frac{(0.000\,42)^4}{\frac{(0.000\,31)^4}{5}+(0.000\,29)^4}=3.49\approx 3$$

查 t 分布表,$\nu=3$ 时,$t_{0.95}=3.18$.故

$$l=\bar{l}\pm t_{0.95}s=(3.244\,7\pm 3.18\times 0.000\,42)\ \text{cm}=(3.244\,7\pm 0.001\,3)\ \text{cm} \quad (P=95\%)$$

2. 间接测量结果不确定度的评定

若 $N=f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$,各 x_i 互相独立,根据式(8.21)有

$$s_N^2=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 s_i^2=\sum_{i=1}^{n}\alpha_i^2 s_i^2,\quad \alpha_i=\frac{\partial f}{\partial x_i}$$

式中:s_i 为 x_i 的标准偏差.

首先,查看 N 服从什么概率分布,这里需要引入正态分布假设.理论上可以证明:如果 N 可以化为若干独立分量的线性组合,而且各分量都服从正态分布,则 N 必然也服从正态分布;若各分量不完全服从正态分布或者 N 不是各分量的线性组合,则 N 一般不服从正态分布.但是只要分量的个数比较多,或者其中服从正态分布的分量居于主要地位,可以粗略地认为,N 也渐近地趋于服从正态分布.

如果 N 服从正态分布,就可以证明下述随机变量

$$\frac{N-\langle N\rangle}{s_N}$$

服从自由度为 ν 的 t 分布,ν 称为有效自由度,且有

$$\nu = \frac{s_N^4}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\alpha_i^4 s_i^4}{\nu_i}} \tag{8.27}$$

根据 ν 和要求的置信概率 P，从 t 分布表查出置信系数 t_p，把测量结果表示为

$$Y = N \pm t_p s_N \quad (P = p)$$

若 x_i 中，有的不确定度用估计的标准差 u 表示，则将相应的 s_i 换为 u_i.

例 6　测定金属丝杨氏模量实验中，杨氏模量为

$$E = \frac{8gmLR}{\pi d^2 Dl}$$

式中：m 为所加砝码质量（测量 1 次）；L 为金属丝长度（测量 1 次）；R 为平面镜到竖尺的距离（测量 1 次）；d 为金属丝直径（测量 10 次）；D 为光杠杆后足到前刀口的垂直距离（测量 1 次）；l 为金属丝加砝码质量后实际伸长量经光杠杆放大后在竖尺上的位移量（由逐差法处理后，得到 4 个测量数值）.

测量结果为：

$$m \pm u_m = (800 \pm 1)\mathrm{g}, \qquad \nu_m = 1$$
$$L \pm u_L = (81.5 \pm 0.1)\mathrm{cm}, \qquad \nu_L = 1$$
$$R \pm u_R = (112.3 \pm 0.1)\mathrm{cm}, \qquad \nu_R = 1$$
$$D \pm u_D = (7.92 \pm 0.01)\mathrm{cm}, \qquad \nu_D = 1$$
$$\bar{d} \pm s_{\bar{d}} = (0.030\,10 \pm 0.000\,05)\mathrm{cm}, \qquad \nu_d = 9$$
$$\bar{l} \pm s_{\bar{l}} = (1.273 \pm 0.008)\mathrm{cm}, \qquad \nu_l = 3$$

以上各量互相独立（其中 L,R 为用不同的米尺测得，若用同一米尺测量，则应考虑它们的相关性）. 算得

$$E = 2.000\,35 \times 10^{11}\ \mathrm{N/m^2},$$

$$\frac{s_E}{E} = \left[\left(\frac{u_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{u_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{2s_{\bar{d}}}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{s_{\bar{l}}}{\bar{l}}\right)^2\right]^{1/2} = 0.007\,50$$

$$s_E = 0.015\,0 \times 10^{11}\ \mathrm{N/m^2}$$

$$\sum(\alpha_i^4 s_i^4/\nu_i) = \left(\frac{8gLR}{\pi d^2 Dl}\right)^4 \frac{u_m^4}{\nu_m} + \left(\frac{8gmL}{\pi d^2 Dl}\right)^4 \frac{u_R^4}{\nu_R} + \left(\frac{8gmR}{\pi d^2 Dl}\right)^4 \frac{u_L^4}{\nu_L} + \left(\frac{8gmLR}{\pi d^2 D^2 l}\right)^4 \frac{u_D^4}{\nu_D} +$$
$$\left(\frac{16gmLR}{\pi d^3 Dl}\right)^4 \frac{s_{\bar{d}}^4}{\nu_d} + \left(\frac{8gmLR}{\pi d^2 Dl^2}\right)^4 \frac{s_{\bar{l}}^4}{\nu_l}$$
$$= (3.90 + 1.00 + 3.62 + 4.07 + 21.67 + 832.4) \times 10^{33}$$
$$= 8.67 \times 10^{35}$$

$$\nu = \frac{s_E^4}{\sum \frac{\alpha_i^4 s_i^4}{\nu_i}} = \frac{(0.015\,0 \times 10^{11})^4}{8.67 \times 10^{35}} = 5.8 \approx 6$$

由 t 分布表查得 $\nu = 6$ 时的 $t_{0.95} = 2.45$，所以

$$t_{0.95}\, s_E = 2.45 \times 0.015\,0 \times 10^{11}\ \mathrm{N/m^2} = 0.037 \times 10^{11}\ \mathrm{N/m^2}$$

$$E=(2.000\pm0.037)\times10^{11}\ \mathrm{N/m^2}\quad(P=95\%)$$

我们还可以将任一测量结果 N(包括直接测量和间接测量)的标准偏差 s_N 表示成下面更为普遍的形式：

$$s_N=\sqrt{\sum_{i=1}^{n_s}(\alpha_i s_i)^2+\sum_{j=1}^{n_u}(\alpha_j u_j)^2}\tag{8.28}$$

式中：$s_i(i=1,2,\cdots,n_s)$表示用统计方法得到的标准偏差，$u_j(j=1,2,\cdots,n_u)$表示用非统计方法得到的标准偏差，α_i,α_j是它们的系数.这意味着测量结果 N 包含 n_s+n_u个互相独立的误差因素.测量结果的有效自由度可表示为

$$\nu=\frac{s_N^4}{\sum_{i=1}^{n_s}\frac{(\alpha_i s_i)^4}{\nu_i}+\sum_{j=1}^{n_u}\frac{(\alpha_j u_j)^4}{\nu_j}}\tag{8.29}$$

式中：ν_i和ν_j分别为s_i和u_j的自由度.

在间接测量结果不确定度的评定中，有的直接测量值的误差因素若不止一个，这时有两种评定方法：

(1) 先求出误差因素不止一个的各直接测量值的标准偏差及相应的自由度，再求间接测量结果的标准偏差及相应的自由度.

(2) 不分直接测量和间接测量，把实验中的误差因素全部列出，如果它们彼此无关，就按照式(8.28)和(8.29)直接求出实验结果的标准偏差及相应的自由度.

例 7 某间接测量值 $N=f(x,y)$，x,y 为互相独立的直接测量值，x 在相同实验条件下等精度独立测量 n 次得 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，测量 x 的仪器允差为e_x，y 只测一次，测量 y 的仪器允差为 e_y，求 N 的不确定度.

解 按照第一种方法，由测量 x 的分散性得到相应的标准偏差为

$$s_{x_1}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

式中：$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$，$s_{x_1}$的自由度 $\nu_{x_1}=n-1$.

由测量 x 的仪器允差e_x得到相应的标准偏差 $u_{x_2}=\frac{e_x}{\sqrt{3}}$(设仪器误差服从均匀分布)及相应的自由度 ν_{x_2}，则 x 的标准偏差为

$$s_x=\sqrt{s_{x_1}^2+u_{x_2}^2}$$

s_x的自由度为

$$\nu_x=\frac{s_x^4}{s_{x_1}^4/\nu_{x_1}+u_{x_2}^4/\nu_{x_2}}$$

由测量 y 的仪器允差e_y得到相应的标准偏差为 $u_y=\frac{e_y}{\sqrt{3}}$(设仪器误差服从均匀分布)及相应的自由度 ν_y.

间接测量值 N 的标准偏差则由 x,y 的标准偏差 s_x,u_y 合成得到

$$s_N=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 s_x^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 u_y^2}=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 s_{x_1}^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 u_{x_2}^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 u_y^2}$$

s_N的自由度 ν_N则由 s_x,u_y及相应的自由度 ν_x,ν_y合成得到

$$\nu_N=\frac{s_N^4}{\dfrac{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^4 s_x^4}{\nu_x}+\dfrac{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^4 u_y^4}{\nu_y}}=\frac{s_N^4}{\dfrac{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^4 s_{x_1}^4}{\nu_{x_1}}+\dfrac{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^4 u_{x_2}^4}{\nu_{x_2}}+\dfrac{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^4 u_y^4}{\nu_y}}$$

若按照第二种方法，应先列出实验中的全部误差因素（即 N 的不确定度的各种来源）：

(1) 测量 x 的分散性，其标准偏差为 s_{x_1}，相应的自由度为 ν_{x_1}；

(2) 测量 x 的仪器误差，其标准偏差为 u_{x_2}，相应的自由度为 ν_{x_2}；

(3) 测量 y 的仪器误差，其标准偏差为 u_y，相应的自由度为 ν_y.

以上 3 种误差因素彼此无关，按照式(8.28)和式(8.29)，N 的标准偏差 s_N及相应的自由度 ν_N分别为

$$s_N=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 s_{x_1}^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 u_{x_2}^2+\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 u_y^2}$$

$$\nu_N=\frac{s_N^4}{\dfrac{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^4 s_{x_1}^4}{\nu_{x_1}}+\dfrac{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^4 u_{x_2}^4}{\nu_{x_2}}+\dfrac{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^4 u_y^4}{\nu_y}}$$

可见两种方法的结果是一样的.第二种方法的特点是不用二次合成，使用中更为快捷简便，更具普遍性.

根据 ν_N和要求使用的置信概率 P，从 t 分布表查出置信系数 t_p，把测量结果表示为

$$Y=N\pm t_p s_N \quad (P=p)$$

在测量结果的不确定度的评定中，对各种误差因素要作全面考察，做到既不要遗漏，也不要重复.还要注意有的误差因素并不出现在计算测量结果的数学表达式中，这时也要在测量结果的不确定度的评定中有适当的反映，请看下例.

例 8　用 3 个 0.1 级的电阻箱组成直流电桥，测量未知电阻 R，已知桥臂电阻 $R_1=R_2=500\ \Omega$，电桥平衡时，可调桥臂电阻 $R_0=4\ 030\ \Omega$，算出

$$R=\frac{R_1}{R_2}R_0=4\ 030\ \Omega$$

R 的误差来源有：

(1) 电阻箱的误差

设电阻箱的误差服从均匀分布，3 个电阻 R_1,R_2,R_0的标准偏差分别为 u_1,u_2,u_0，则有

$$u_1=u_2=\left(0.001\times\frac{500}{\sqrt{3}}\right)\Omega=0.29\ \Omega$$

$$u_0=\left(0.001\times\frac{4\ 030}{\sqrt{3}}\right)\Omega=2.3\ \Omega$$

u_1, u_2, u_0的自由度皆取 1.

(2) 检流计因灵敏度的局限而引入的误差

当电桥平衡时，将 R_0改变 60 Ω，引起检流计指针偏转 3.2 格(左右两边取平均)，可见检流计每偏转 1 格相应 R_0的改变量为$\frac{60\ \Omega}{3.2}=18.8\ \Omega$. 一般将检流计指针偏转 0.1 格相应 R_0的改变量作为待测电阻 R 的标准偏差，用 u_s表示，则有

$$u_s = 1.9\ \Omega$$

u_s的自由度取为 1.

以上 4 种误差因素彼此无关，所以 R 的标准偏差为

$$s=\sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\right)^2 u_1^2+\left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\right)^2 u_2^2+\left(\frac{\partial R}{\partial R_0}\right)^2 u_0^2+u_s^2}$$

式中：

$$\frac{\partial R}{\partial R_1}u_1=\frac{R_0}{R_2}u_1=\left(\frac{4\ 030}{500}\times 0.29\right)\Omega=2.3\ \Omega$$

$$\frac{\partial R}{\partial R_2}u_2=\frac{-R_1}{R_2^2}R_0 u_2=\left(\frac{-4\ 030}{500}\times 0.29\right)\Omega=-2.3\ \Omega$$

$$\frac{\partial R}{\partial R_0}u_0=\frac{R_1}{R_2}u_0=2.3\ \Omega$$

算得

$$s=4.4\ \Omega$$

s 的自由度为

$$\nu=\frac{s^4}{\left(\frac{\partial R}{\partial R_1}u_1\right)^4+\left(\frac{\partial R}{\partial R_2}u_2\right)^4+\left(\frac{\partial R}{\partial R_0}u_0\right)^4+u_s^4}=\frac{4.4^4}{2.3^4\times 3+1.9^4}=3.86\approx 4$$

由 t 分布表查得 $\nu=4$ 时置信概率为 0.95 的置信系数 $t_{0.95}=2.78$，故

$$t_{0.95}s=2.78\times 4.4=12.23$$

测量结果表示为

$$R=(4\ 030\pm 12)\Omega \quad (P=95\%)$$

(四) 通过修正标准偏差求测量结果的不确定度

前面讲了利用有效自由度 ν 从 t 分布表查出 s_N的置信系数 t_p，从而建立起测量结果 N 的置信区间与置信概率的对应关系，下面再介绍通过修正标准偏差求测量结果不确定度的两种方法.

1. 用 t 分布修正各分量的标准偏差

前面我们已经证明$\langle s_i^2\rangle=\sigma_i^2$，即标准偏差的平方是方差的无偏估计. 现在要特别指出，s_i的期望并不是σ_i，即$\langle s_i\rangle\neq\sigma_i$，也就是说，$s_i$不是$\sigma_i$的无偏估计，或者说，标准偏差不是标准差的无偏估计. 经过计算，可以得到下面的近似关系

$$\langle s_i\rangle\approx\left[1-\frac{1}{4(n-1)}\right]\sigma_i=M_n\sigma_i \tag{8.30}$$

$$M_n=1-\frac{1}{4(n-1)}$$

可见，s_i 是 σ_i 的偏小估计. 测量次数 n 越小，这种差别越显著.

如果想从 s_i 得到 σ_i 的合适的估计值，作为一种修正方法，可以将 s_i 乘以置信系数 $t_{(0.683,\nu_i)}$，其中 ν_i 是 s_i 的自由度. 从而有

$$s'_i = t_{(0.683,\nu_i)} s_i$$

于是

$$s'_N = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_s}(\alpha_i t_{(0.683,\nu_i)} s_i)^2 + \sum_{j=1}^{n_u}(\alpha_j u_j)^2} \tag{8.31}$$

测量结果表示为

$$Y = N \pm 1.96S'_N \quad (P=95\%)$$

例 9 在例 6 测定金属丝杨氏模量的实验中

$$s_{\bar{d}} = 0.000\ 05\ \text{cm}, \qquad t_{(0.683,9)} = 1.06, \qquad s'_{\bar{d}} = 0.000\ 053\ \text{cm}$$

$$s_{\bar{l}} = 0.008\ \text{cm}, \qquad t_{(0.683,3)} = 1.20, \qquad s'_{\bar{l}} = 0.009\ 6\ \text{cm}$$

$$\frac{s'_E}{E} = 0.008\ 7, \quad s'_E = 0.017\ 3 \times 10^{11}\ \text{N/m}^2$$

$$1.96s'_E = 0.034 \times 10^{11}\ \text{N/m}^2$$

故
$$E = (2.000 \pm 0.034) \times 10^{11}\ \text{N/m}^2 \quad (P=95\%)$$

2. 用 M_n 修正各分量的标准偏差

由于 $\langle s_i \rangle \approx M_n\sigma_i$，自然会想到用 s_i/M_n 作为 σ_i 的估计值更为合适，这样我们得到

$$s'_i = \frac{s_i}{M_n}$$

于是

$$s'_N = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_s}\left(\frac{\alpha_i s_i}{M_n}\right)^2 + \sum_{j=1}^{n_u}(\alpha_j u_j)^2} \tag{8.32}$$

测量结果为

$$Y = N \pm 1.96s'_N \quad (P=95\%)$$

例 10 在例 9 中

$$s_{\bar{d}} = 0.000\ 05\ \text{cm}, \qquad M_n = 1 - \frac{1}{4\times 9} = 0.972, \qquad s'_{\bar{d}} = 0.000\ 051\ 4\ \text{cm}$$

$$s_{\bar{l}} = 0.008\ \text{cm}, \qquad M_n = 1 - \frac{1}{4\times 3} = 0.917, \qquad s'_{\bar{l}} = 0.008\ 73\ \text{cm}$$

$$\frac{s'_E}{E} = 8.03 \times 10^{-3}, \quad s'_E = 0.016 \times 10^{11}\ \text{N/m}^2$$

则
$$1.96s'_E = 0.031 \times 10^{11}\ \text{N/m}^2$$

故
$$E = (2.000 \pm 0.031) \times 10^{11}\ \text{N/m}^2 \quad (P=95\%)$$

在本节第三段中讲述的方法，理论上相对比较严谨，是我国有关技术规范推荐使用的比较标准的方法，但计算比较繁杂. 本段中的方法理论上不够严格，但计算较简单，在要求不高的场合可以使用.

【参考文献】

1 国际计量局.关于实验不确定度建议书 INC－1.1980
2 国家技术监督局.测量误差及数据处理.1991
3 李慎安等.测量误差及数据处理技术规范解说.北京:中国计量出版社,1993
4 刘智敏.不确定度原理.北京:中国计量出版社,1993
5 刘智敏.误差分布论.北京:原子能出版社,1988
6 龚镇雄.普通物理实验中的数据处理.西安:西北电讯工程学院出版社,1985
7 北京大学物理系力学热学实验室.普通物理实验力学热学部分(物理类专业用).1986
8 朱鹤年.物理实验研究.北京:清华大学出版社,1994
9 刘智敏等.现代不确定度方法与应用.北京:中国计量出版社,1997

实验九

测定金属的杨氏模量

一、CCD 成像系统测定杨氏模量

【目的要求】

(1) 用金属丝的伸长测定杨氏模量;
(2) 用 CCD 成像系统测量微小长度变化;
(3) 用逐差法、作图法和最小二乘法处理数据.

【仪器用具】

测定杨氏模量专用支架,显微镜,CCD 成像系统(CCD 摄像机,监视器),米尺(带有卡口),螺旋测径器.

【实验原理】

根据胡克定律,材料在弹性限度内,正应力的大小 σ 与应变 ε 成正比,即

$$\sigma = E\varepsilon \tag{9.1}$$

式中的比例系数 E 称为弹性模量,又称杨氏模量,其单位为 Pa(帕斯卡),1 Pa = 1 N/m². 对于长为 L、截面积为 S 的均匀金属丝或棒,在沿长度方向的外力 F 作用下伸长 δL,有 $\sigma = F/S$,$\varepsilon = \delta L/L$,代入式(9.1),则有

$$E = \frac{FL}{S\delta L} \tag{9.2}$$

杨氏模量是反映材料弹性性质的参量之一,是设计各种工程结构时选用材料的主要依据之一.

利用式(9.2)测定杨氏模量的方法称伸长法,式中 F,S,L 都比较容易测量;δL 是一个很小的长度变化,本实验使用电荷耦合器件(charge couple device,简称 CCD)成像系统直接测量,把从显微镜中看到的图像通过 CCD 呈现在监视器的屏幕上,便于观测. CCD 是目前较实用的一种图像传感器. 它有一维和二维的两种. 一维用于位移、尺寸的检测,二维用于平面图形、文字的传递. 现在二维的 CCD 器件已作为固态摄像器应用于可视电话和无线电传真领域,在生产过程监视和检测上的应用也日渐广泛.

CCD 的工作原理见本实验后的附录. 我们实验室采用二维 CCD 器件作为固态摄像机,它将光学图像转变为视频电信号,由视频电缆接到监视器,在电视屏幕上显示出来.

【实验装置】

用伸长法测杨氏模量装置如图 9 - 1 所示,包括以下几部分:

1．金属丝和支架

S为金属丝的支架，高约110 cm，可置于实验桌上，支架顶端设有金属丝悬挂装置，金属丝长度可调，约60～80 cm，金属丝下端连接一小圆柱，圆柱中部的方形窗中有细横线供读数用，小圆柱外，有一钳形平台固定在支架上，设有限制小圆柱转动的装置（未画出），小圆柱下端附有砝码托．支架底脚螺丝可调．

2．显微镜

显微镜M用来观测金属丝下端小圆柱中部的方形窗中细横线位置及其变化，总放大率为25倍，目镜距10 mm．目镜前方装有分划板，其刻度范围为0～6.5 mm，分度值为0.05 mm，每隔1 mm刻一数字．H_1为显微镜支架．

3．CCD成像、显示系统

(1) CCD黑白摄像机：像单元数542(H)×582(V)；灵敏度：最低照度≤0.2 Lux；分辨率≥380 TV线，定焦镜头：$f=16$ mm，CCD专用12 V直流电源．

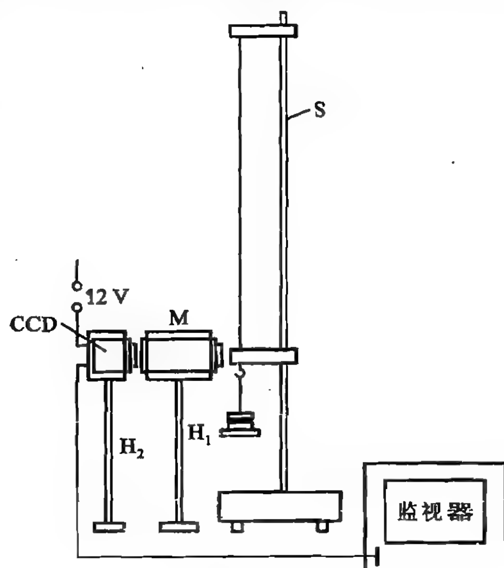


图9-1 CCD系统测定杨氏模量示意图

(2) 黑白视频监视器：屏幕尺寸23 cm，800 TV线，输入阻抗75 Ω．

(3) CCD摄像机支架H_2．

以上显微镜及CCD成像显示系统总放大率为62.5．

【实验内容】

1．认识和调节仪器

(1) 调支架S铅直（用底脚螺丝调节），使金属丝下端的小圆柱与钳形平台间无摩擦地上下自由移动．旋转金属丝上端夹具，使圆柱两侧刻槽对准钳形平台两侧限制圆柱转动的小螺丝；两侧同时对称地将限转螺丝旋入圆柱刻槽中部，并注意调整后将摩擦减至最小．在加减砝码时，要继续注意减小摩擦．

(2) 先调显微镜目镜，用眼睛看到清晰的分划板像，再调物镜对小圆柱中部方形窗内细横刻线聚焦．

(3) 将CCD摄像机装上镜头，把75 Ω视频电缆线的一端接摄像机的视频输出端子（Video out），另一端接监视器的视频输入端（Video in）．将CCD专用12 V直流电源接到摄像机后面板的“Power”孔，并将直流电源和监视器分别接220 V交流电源．仔细调整CCD位置及镜头光圈和焦距，直到在监视器屏幕上看到清晰的图像．

2．观测金属丝受外力拉伸后的伸长变化

在砝码托盘上逐次加砝码，其质量$m=200$ g（此数值为标称值，应该用天平实测砝码值），金属丝伸长后，对应的读数为r_i（$i=1,2,\cdots,8$）．再将所加砝码逐个减去，记下对应的读数为r'_i（$i=1,2,\cdots,8$）．（数据表可以参考表9-1列出．）

表 9－1　测量金属丝受外力拉伸后的伸展变化数据表

i	m_i/g	r_i/cm	r'_i/cm	$\bar{r}$/cm	$\delta L=(\bar{r}_{i+4}-\bar{r}_i)$/cm
0	0				
1	200.0				
2	400.0				
3	600.0				
4	800.0				
5	1 000.0				
6	1 200.0				
⋮	⋮				

注：i 取值个数视测量情况而定，$i=0$ 的相应数据不必进行计算.

$F=mg=$ ______

3. 测量金属丝长 L(一次测量)和金属丝直径 d(测 10 次，数据表可以参考表 9－2).

表 9－2　测量金属丝直径数据表

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\overline{d'}\pm\sigma_{\bar{d}}$
d'/cm											

螺旋测径器零点读数 $d_0=$ ______ cm;

修正零点后的直径 $\bar{d}=\overline{d'}-d_0$，$d=\bar{d}\pm\sigma_{\bar{d}}=$ ______ ± ______ cm.

*4. 用读数显微镜对显微镜的分划板刻度进行校准

【注意事项】

(1) 用 CCD 摄像机时要注意，不可将 CCD 正对太阳光、激光或其他强光源. CCD 的 12 V 直流电源不要随意用其他电源替代. 不要使 CCD 视频输出短路. 防止震动、跌落. 不要用手触摸 CCD 的前表面. 防止 CCD 过热，在测量间隙最好去掉电源降温. 镜头和 CCD 接口螺纹较细密，旋转时动作要轻. 镜头要防潮、防灰尘污染.

(2) 用监视器要注意防震并注意勿将水或油溅在屏幕上.

(3) 不能用手触摸仪器的任一光学表面.

(4) 注意维护金属丝平直状态. 使用螺旋测径器测量其直径时勿将它扭折.

【数据处理】

1. 用计算法处理数据

(1) δL：用逐差法对 $r_i(i=1,2,\cdots,8)$，$r'_i(i=1,2,\cdots,8)$进行处理，计算$\overline{\delta L}$及其不确定度(用标准差 $\sigma_{\overline{\delta L}}$表示).

说明：按理可以采取相邻两项相减的方法逐差得出$\overline{\delta L}$，δL 是相当于每加 200 g 砝码的伸长

量的平均值.但我们采取隔多项逐差,这就扩大了测量范围(本实验相当于每加 800 g 砝码的伸长量的平均值).不仅如此,如逐项逐差,则在计算平均值$\overline{\delta L}$时,有

$$\overline{\delta L}=\frac{(r_2-r_1)+(r_3-r_2)+(r_4-r_3)+(r_5-r_4)+(r_6-r_5)+(r_7-r_6)+(r_8-r_7)}{7}$$

$$=\frac{r_8-r_1}{7}$$

实际上只有 r_1,r_8两个数值起作用,这两个数据如有误差,将严重影响结果的准确性.而其他的数据都没有利用,失去了在大量数据中求平均以减小误差的作用.

(2) L 及其不确定度:以极限误差 e_L 表示.

(3) $\bar{d}$及其不确定度:以标准差 $\sigma_{\bar{d}}$表示.

(4) m 取与 δL 相对应的质量:其不确定度用极限误差 e_m 表示.

(5) 计算结果 E 及其不确定度:$E\pm\sigma_E$.

由公式(9.2)及 $S=\frac{1}{4}\pi d^2$(d 为金属丝直径),可得

$$E=\frac{4mgL}{\pi d^2\delta L} \tag{9.3}$$

2. 用作图法和最小二乘法处理数据

作 $\delta L-m$ 图,考察两个物理量之间是否成直线关系.

将 δL 和 m 的相应数据用最小二乘法求直线斜率 k,且有 $k=\frac{4Lg}{\pi d^2E}$,并计算 E.

【附录】

CCD 的工作原理

1. 感光作用及光和电的转换

图像是由像素组成行,由行组成帧而成.对于黑白图像来说,每个像素应根据光的强弱得到不同大小的电信号,并且在光照停止之后仍能把电信号的大小保持记忆,直到把信息传送出去,这样才能构成图像传感器.

CCD 器件是用 MOS(即金属 - 氧化物 - 半导体)电容构成的像素来实现上述功能的.在 P 型硅衬底上通过氧化形成一层 SiO_2,然后再淀积小面积的金属铝作为电极,见图 9 - 2.P 型硅里的多数载流子是带正电荷的空穴,少数载流子是带负电荷的电子.当金属电极上施加正电压时,其电场能够透过 SiO_2 绝缘层对这些载流子进行排斥或吸引.于是带正电的空穴被排斥到远离电极处,剩下不能移动的带负电的受主杂质离子在紧靠 SiO_2 层形成负电荷层(耗尽层).这种现象便形成对电子而言的陷阱,电子一旦进入就不能复出,故又称为电子势阱.

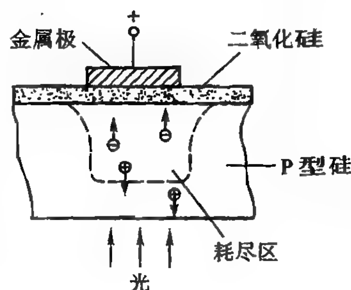


图 9 - 2　CCD 的基本结构示意图

当器件受到光照时(光可从各电极的缝隙间经过 SiO_2 层射入,或经衬底的薄 P 型硅射入),光子的能量被半导体吸收,产生

电子－空穴对，这时出现的电子被吸引贮存在势阱中，这些电子是可以传导的．光越强，势阱中收集的电子越多，光弱则反之．这样就把光的强弱变成电荷的数量，实现了光和电的转换．而势阱中的电子是被贮存状态，即使停止光照，一定时间内也不会损失，这就实现了对光照的记忆．

总之，上述结构实质上是个微小的 MOS 电容，用它构成像素，既可“感光”又可留下“潜影”，感光作用是靠光强产生的电子积累电荷，潜影是各个像素留在各个电容里的电荷不等而形成的．若能设法把各个电容里的电荷依次传送到他处，再组成行和帧并经过“显影”，就实现了图像的传递．

2．电荷转移原理

由于组成一帧图像的像素总数太多，只能用串行方式依次传送，在常规的摄像管里是靠电子束扫描的方法工作的，在 CCD 器件里也需要用扫描实现各像素信息的串行化．不过 CCD 器件并不需要复杂的扫描装置，只需外加如图 9－3 所示的多相脉冲，依次对并列的各个电极施加电压就能办到．图中 φ_1，φ_2 和 φ_3 是相位依次相差 120°的三个脉冲源，其波形都是前缘陡峭后缘倾斜．若按时刻 $t_1 \sim t_5$ 分别分析其作用，可结合图 9－4 讨论工作原理．

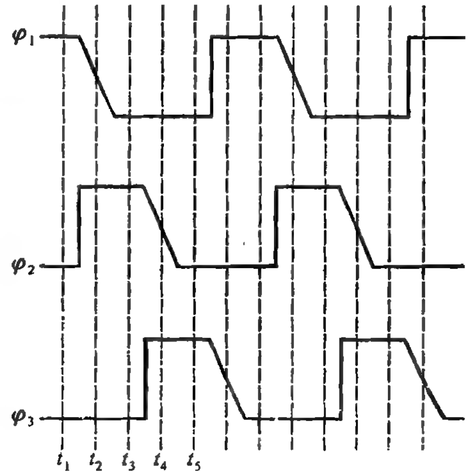


图 9－3　CCD 的转移电压

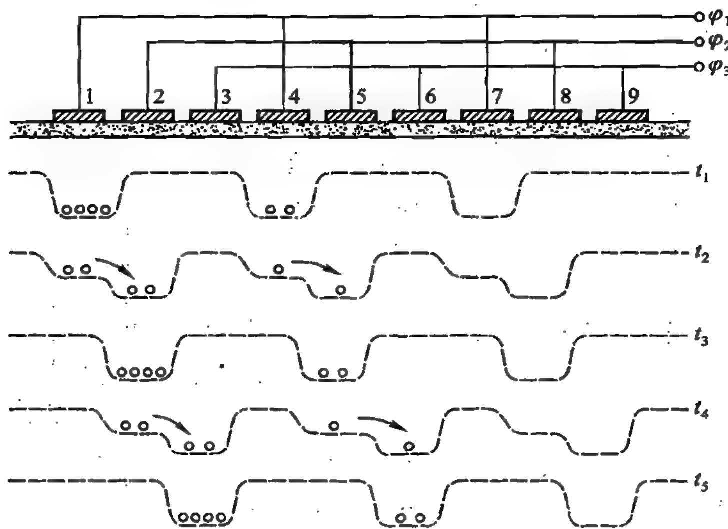


图 9－4　CCD 电荷转移原理

在排成直线的一维 CCD 器件里，电极 1～9 分别接在三相脉冲源上．将电极 1～3 视为一个像素，在 φ_1 为正电压的 t_1 时刻里受到光照，于是电极 1 之下出现势阱，并收集到负电荷．同时，电极 4 和 7 之下也出现势阱，但因光强不同，所收集到的电荷不等．在时刻 t_2，电压 φ_1 已下降，然而

φ_2电压最高，所以电极 2,5,8 下方的势阱最深，原先贮存在电极 1,4,7 下方的电荷将移到 2,5,8 下方. 到时刻 t_3，上述电荷已全部向右转移一步. 如此类推，到时刻 t_5 已依次转移到电极 3,6,9 下方. 二维的 CCD 则有多行，在每一行的末端，设置有接收电荷并加以放大的器件，此器件所接收的顺序当然是先收到距离最近的右方像素，依次到来的是左方像素. 直到整个一行的各像素都传送完再开始传送第二行.

由此可见，扫描已在依次传递过程中体现，上述全部过程都由固态化的 CCD 器件完成.

二、光杠杆装置测定杨氏模量

【目的要求】

(1) 用金属丝的伸长测定杨氏模量；

(2) 用光杠杆测量微小的长度变化；

(3) 用逐差法、作图法及最小二乘法处理数据.

【仪器用具】

测定杨氏模量专用装置(包括光杠杆、砝码、镜尺组)，米尺(带有卡口)，螺旋测径器等.

【实验原理】

用伸长法测定金属的杨氏模量，依据的公式同式(9.2)，式中的 δL(即微小的伸长量)可以采用下述实验装置来测量.

实验装置如图 9－5 所示，包括以下几部分：

1. 金属丝和支架

待测金属丝(钢丝)长约 1 m，上端夹紧，悬挂于支架 H 顶部；下端连接一个金属框架 A. 框架较重，使金属丝维持伸直，框架 A 下附有砝码盘 K，可以载荷不同数值的砝码. 支架前部有一个可以升降的水平平台 B. 支架上还有一个制动装置(未画出)，用它可以迅速制动 A，以减小加减砝码引起的晃动. S 是可调的底脚螺丝.

2. 光杠杆和镜尺组

这是测量 δL 的主要部件. 光杠杆的构造如图9－6(a)所示. 一个直立平面镜固定在一个由一片刀片和一个后足构成的底板上的刀片一端，底板上刀口$\overline{f_2f_3}$和足尖 f_1 构成等腰三角形(图 9－6(b))，f_1 至$\overline{f_2f_3}$的垂线长为 D，镜尺组包括一个竖尺和尺旁的一个望远镜，都固定在另一小支架上(图 9－5 中未全部画出).

图 9－5 光杠杆测定杨氏模量装置示意图

使用时，光杠杆的后足 f_1 放在与金属丝相连的框架 A 上；前刀口$\overline{f_2f_3}$放在平台 B 的固定槽里. f_1 和$\overline{f_2f_3}$维持在同一水平面上. 镜尺组 J 至平面镜距离

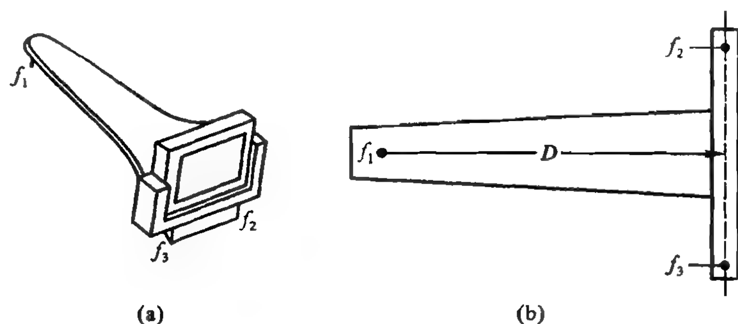


图 9-6　光杠杆构造示意图

约 1 m.望远镜水平地对准平面镜.从望远镜中可以看到由平面镜反射的竖尺的像.望远镜中有细叉丝,可用于对准竖尺像的某一刻度进行读数.

参见图 9-7,当金属丝受力伸长 δL 时,光杠杆后足 f_1 随之下降 δL,而前刀口 $\overline{f_2 f_3}$ 保持不动;于是 f_1 以 $\overline{f_2 f_3}$ 为轴,以 D 为半径旋转一角度 θ,这时平面镜也同样旋转 θ 角.在 θ 较小的情况下,即 $\delta L \ll D$ 时,它可以近似地表达为

$$\theta \approx \frac{\delta L}{D} \tag{9.4}$$

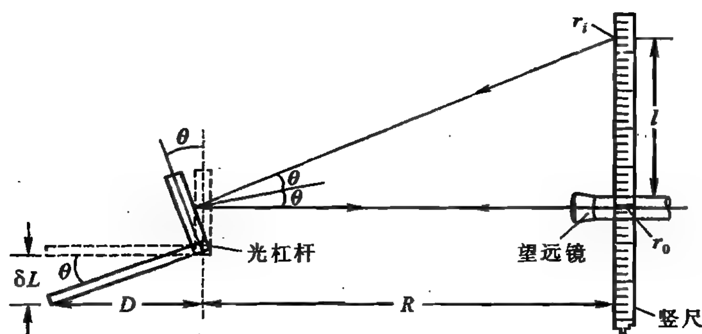


图 9-7　光杠杆放大原理示意图

若望远镜中的叉丝原来对准竖尺上的刻度 r_0,平面镜转动后,根据光的反射定律,镜面旋转 θ 角,反射线将旋转 2θ 角.设这时叉丝对准的新刻度为 r_i,令 $l = |r_i - r_0|$,则当 θ 很小即 $l \ll R$ 时,有

$$2\theta \approx \frac{l}{R} \tag{9.5}$$

式中:R 是由平面镜的反射面到竖尺面之间的距离.

将式(9.4)代入式(9.5)即可得

$$\delta L = \frac{D}{2R} l \tag{9.6}$$

由此可见，光杠杆的作用在于将微小的 δL 放大为竖尺上的位移 l，通过 l, D, R 这些比较容易测量准的量来间接地测定 δL.

将式(9.6)代入式(9.2)，并利用 $S=\frac{1}{4}\pi d^2$（d 是金属丝的直径），有

$$E=\frac{8FLR}{\pi d^2 Dl} \tag{9.7}$$

由上面的推导过程可知，式(9.7)成立的条件中包括不超过弹性限度、θ 很小即 $\delta L \ll D$、$l \ll R$ 以及 f_1 和 $\overline{f_2 f_3}$ 维持在同一水平面内等. 所以实验中 F 不能过大，以保证要求的条件.

【实验内容】

1. 认识和调节仪器

认识仪器：在动手做实验前，应有一个认识仪器的习惯. 看看仪器的构造，仪器上各部分有什么作用？哪些部件可以调节？应怎样调节？经过这样的认识过程，做实验时就能较主动地掌握仪器而不是忙乱地、盲目地调节.

(1) 打开制动器，调支架铅直（用底脚螺丝 S 调节），以维持平台 B 水平并使框架 A 在打开的制动器中间无摩擦地自由移动.

(2) 调整光杠杆和镜尺组. 要求光杠杆的 f_1 和 $\overline{f_2 f_3}$ 水平、使平面镜镜面竖直、镜尺组的竖尺竖直、望远镜光轴水平并与平面镜在同一高度.

(3) 调节望远镜使叉丝清晰，并调节焦距，使竖尺成像清晰. 调整光杠杆和镜尺组，使与望远镜光轴在同一高度的竖尺刻度 r_0 落在叉丝上，如图 9-7 所示.

2. 观测伸长变化

记下 r_0，然后在砝码托盘上逐次加 200 g 砝码，同时在望远镜中读记对应的 r_i，直至 2 000 g 左右. 然后将所加砝码逐次减去（每次减 200 g），记下对应读数 r'_i. 取两组对应数据的平均值得到

$$\overline{r_i}=\frac{r_i+r'_i}{2} \quad i=0,1,2,\cdots$$

测量中应随时注意判断数据，以便及时发现问题，改进操作，主动地做实验. 同学们可根据待测量是否遵从测量公式的规律和多次测量是否重复来判断数据是否合理，如在本实验中，可根据胡克定律考虑一下：r_i 及 r'_i 应该有何关系？当每次加减砝码数相同时，金属丝的伸长量有何规律？

3. 测量并估计不确定度

用带有卡口的米尺测量金属丝长 L 和平面镜与竖尺之间的距离 R，均估计其不确定度. 用螺旋测径器测量钢丝直径 d，要在钢丝的各部位多次测量. 用米尺测量 D，估计其不确定度.

【注意事项】

(1) 在光杠杆和镜尺组调整好之后，整个实验过程中都要防止光杠杆的前足和望远镜及竖尺的位置有任何变动. 特别是在加减砝码时要格外小心，轻取轻放.

(2) 使用望远镜读数时要注意避免视差，即当视线略作上下移动时，所看到的竖尺刻度像与

叉丝之间没有相对移动.如果发现有明显的视差,可稍微调节一下望远镜目镜的聚焦.

(3) 不要用手触摸仪器的光学表面(平面镜、望远镜物镜和目镜).

(4) 注意维护金属丝的平直状态.在用螺旋测径器测量其直径时勿将它扭折,如果做实验前发现金属丝略有弯折,可在砝码托上先加上一定量的本底砝码(约几百克),使它在伸直的状态下开始做实验.

【数据处理】

本实验用以下两种方法处理数据,分别求出所测钢丝的杨氏模量.

1. 用计算法处理数据

(1) 将数据按表 9-1 列出.

(2) 用逐差法求 l 值:从表中连续选 8 组数将$\overline{r}_i$每隔 4 项相减,得到相当于每加 $m=800$ g 砝码的 4 次测量数据.如 $l_0=\overline{r}_4-\overline{r}_0$, $l_1=\overline{r}_5-\overline{r}_1$, $l_2=\overline{r}_6-\overline{r}_2$和 $l_3=\overline{r}_7-\overline{r}_3$,并求出其平均值和标准差 $l\pm\sigma_{\bar{l}}$:

$$l=\overline{l}\pm\sigma_{\bar{l}}=______\pm______\text{ cm}$$

(3) 用米尺测量 L,R,D 各量并估计不确定度(用极限误差 e 表示):

$$L\pm e_L=______\pm______\text{ cm}$$

$$R\pm e_R=______\pm______\text{ cm}$$

$$D\pm e_D=______\pm______\text{ cm}$$

(4) 用螺旋测径器测量金属丝的直径 d.

数据表可参照表 9-2 列出.

(5) 用 $F=mg$ 计算.

(6) 将所得 l 值及其他各量的数代入式(9.7)计算 E,并求出不确定度 σ_E.

2. 用作图法和最小二乘法处理数据

令 $F=mg$,把测量公式(9.7)改写为

$$l=\frac{8LRg}{\pi d^2DE}m=Km \tag{9.8}$$

式中:

$$K=\frac{8LRg}{\pi d^2DE} \tag{9.9}$$

在既定的实验条件下,K 是一个常量.若以 $l_i=\overline{r}_i-\overline{r}_0(i=0,1,2,\cdots)$为纵坐标,$m_i$为横坐标作图,应得一直线,其斜率为 K,用最小二乘法求得 K 后,可计算杨氏模量

$$E=\frac{8LRg}{\pi d^2DK} \tag{9.10}$$

【思考题】

(1) 本实验中,各个长度量用不同的仪器来测定,是怎样考虑的? 为什么?

(2) 你理解杨氏模量的物理意义吗? 你能否不借助数学公式,而用通俗的语言来描述杨氏模量的物理意义? 它和劲度系数有何相同之处? 有何不同之处?

三、梁的弯曲测定杨氏模量

【目的要求】

(1) 用梁的弹性弯曲测定金属材料的杨氏模量；
(2) 用读数显微镜测量微小长度变化；
(3) 研究梁的弯曲规律(梁长与挠度的关系).

【仪器用具】

可移动的平行刀口及基座,金属梁,砝码及悬砝码的框架,读数显微镜,米尺,游标卡尺,螺旋测径器.

【实验原理】

一根长度为 l、厚度为 h、宽度为 a 的规则矩形梁,两端自由地放在一对平行的水平刀口上,中点悬挂一重物 G,如图 9－8 所示. 在梁的弹性限度之内,如不计梁本身所受重力,梁中点的挠度 λ,在 $\lambda \ll l$ 时

$$\lambda = \frac{Gl^3}{4Eah^3} \tag{9.11}$$

$$G = mg$$

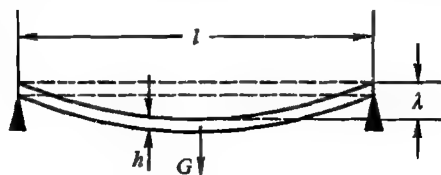


图 9－8 弯曲木梁示意图

式中：m 为悬挂重物的质量；g 为重力加速度. 梁材料的杨氏模量为

$$E = \frac{Gl^3}{4\lambda ah^3} \tag{9.12}$$

本实验是通过测量 G, l, a, h, λ 而测定 E. 由于 λ 很小,我们用读数显微镜测出不同重力下 λ 的变化并求出 E 来.

【实验装置】

1. 测定装置

用梁的弯曲测定杨氏模量的装置是由一个基座与两个支柱所组成,参看图 9－9. 两个支柱在基座上可以相对移动,以改变两支柱间的距离. 在两个支柱上端各固定一个钢制的刀口,两刀口的刀刃互相平行. 在梁上套有一个金属框,框与梁接触处是一个刀口,在框的下端有一挂钩,吊一个放砝码的挂盘. 根据测量需要,我们在金属框上开一小窗,以便用读数显微镜观测梁的升降,如图 9－10 所示.

2. 读数显微镜

读数显微镜是用来测量微小距离或微小距离变化的. 它的构造分为机械和光具两部分. 光具部分是一个长焦距显微镜,装在一个由丝杆带动的滑动台上,这个滑动台连同望远镜可以按不同方向安装,可对准前方,上下、左右移动,或对准下方左右移动. 如图 9－11,整个滑动台安装在一个大底座上.

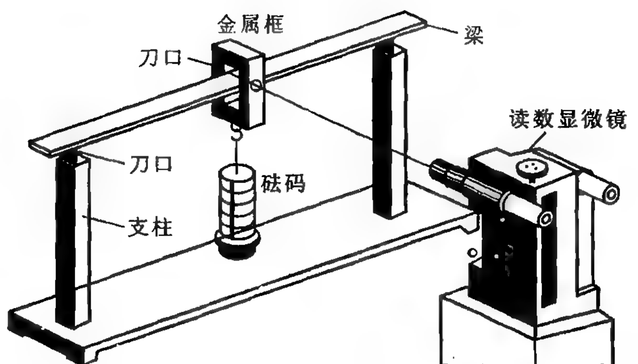


图 9－9　梁的弯曲测定杨氏模量装置图

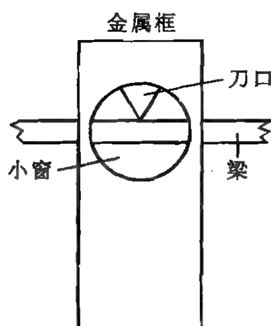


图 9－10　金属框上的读数窗示意图

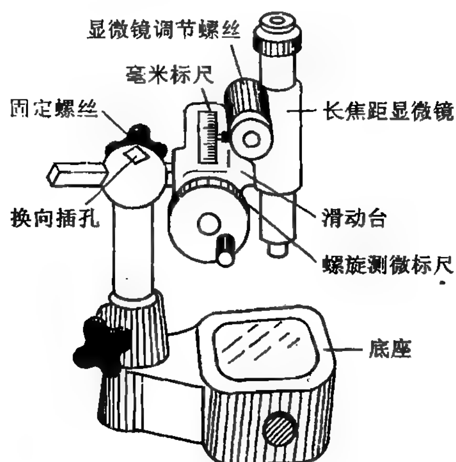


图 9－11　读数显微镜

读数显微镜的量程一般为几个厘米，最小分度值为 0.001 cm. 一种类型的读数显微镜是根据螺旋测微原理制造的，一个与螺距为 1 mm 的丝杠联动的刻度圆盘上有 100 个等分格，因此，它的分度值是 0.001 cm. 还有一种类型是用带有 0.01 mm 标尺的测微目镜来测量微小位移的.

读数显微镜的操作步骤如下：

(1) 将读数显微镜适当安装，对准待测物.

(2) 调节显微镜的目镜，以清楚地看到叉丝(或标尺).

(3) 调节显微镜的物镜焦距，使待测物成像清楚. 调焦时，必须先把镜筒往下调，使物镜头慢慢靠近被观察物而不接触观察物，然后只允许镜筒上升使镜头与物体之间的距离逐渐增大，直至成像清晰. 并消除视差，即眼睛上下移动时，叉丝与待测物的像之间无相对移动.

(4) 先让叉丝对准待测物上一点(或一条线) A，记下读数；转动丝杆，对准另一点 B，再记下读数，两次读数之差即 AB 之间的距离.(注意：两次读数时丝杆必须只向一个方向移动，以避免

螺距差.)

【实验内容】

(一) 测定梁样品材料的杨氏模量

1. 实验步骤

(1) 将待测材料所制成的矩形梁,安放在仪器的刀口上,套上金属框并使其刀刃恰好在仪器两刀口的中间,再在框下端挂一砝码盘.

(2) 调节读数显微镜的上下和左右位置,使镜筒轴线对正金属框上的小窗.调节显微镜的目镜,看清楚镜筒内的叉丝.前后移动显微镜,直到从镜中看清楚梁的边缘,再进行微调使显微镜中的叉丝与梁的某一边缘的像重合并无视差之后,从读数显微镜上读出其位置.

(3) 在砝码盘上顺序地加砝码.共加 5~7 次,每次砝码的质量为 200 g,同时,每次下降显微镜,读出梁原来边缘的位置.注意读数显微镜的螺距差问题(即正转和反转的读数差).

(4) 按相反的次序同样做一次,也就是顺序地由梁上取下砝码,观测梁边缘的位移.

(5) 测出梁的有效长度 l,也就是安放此梁的两支柱上刀口间的距离.再测出梁的矩形横断面的两边 a 和 h,注意合理安排每个量的测量次数.

2. 数据处理

(1) 用作图法考察 λ 与 G 的关系是否线性,作 $\lambda-G$ 图,并用最小二乘法求直线的斜率 K

$$K=\frac{l^3}{4Eah^3}$$

进而求出杨氏模量 E.

(2) 利用公式(9.12),由每一组 G,λ 的数值都可以求出 E,再将结果平均.但是我们可采取逐差法处理数据.将 λ 值和相对应的 m 值(可等于 800 g)代入(9.12)式中算出 E 和不确定度.

(二) 研究梁的弯曲规律

除上述内容中固定 l,研究 λ 与 G 的关系外,还可以固定 G,改变 l,研究 λ 与 l 关系:对 λ,l 取对数,用最小二乘法作直线拟合,求斜率,从而确定 λ 与 l^3 是否成线性关系.

【思考题】

(1) 用公式(9.12)来测量 E,需要保证哪些实验条件?

(2) 读数时用读数显微镜中的叉丝来对准梁上某一固定边缘,是用叉丝的交点对准好还是用叉丝的一条直线对准好?还是用叉丝的交点对准中间刀口的尖端好?

(3) 根据公式(9.12)及实际情况,测量 a,h,l 各选用什么仪器较好?如何测准它们?

【附录】

1. 公式(9.12)的推导

考虑矩形截面的梁,其厚为 h,宽为 a,两端支撑点间距离为 l,中点悬挂一重物,其重力为 G(不计梁的自重),如图 9-8 所示.在重力 G 作用下,梁发生弯曲形变,上层受到压缩,下层受到拉伸,中间则有个无应力的中性面.图 9-12 所示为梁的一小段,这一段的原长为 dx,当梁弯曲后,中性面 $O'O''$ 的曲率 $\frac{1}{R}$ 可作为梁弯曲程度的标志.$d\theta$ 是这一小段梁对曲率中心 C 所张的

角，$d\theta=\frac{dx}{R}$.

取距离中性面为 y 的薄层（薄层的厚度为 dy），它原来的长度为 dx，当梁弯曲后，它的长度变为

$$(R-y)d\theta=(R-y)\frac{dx}{R}=dx-\frac{y}{R}dx$$

可见该薄层的长度改变量为 $-\frac{y}{R}dx$，应变为 $\varepsilon=-\frac{y}{R}$，负号代表压缩. 该薄层的应力为 $\frac{dF}{dS}$，根据胡克定律

$$\frac{dF}{dS}=-E\frac{y}{R}$$

其中 E 为杨氏模量. 作用在厚度为 dy 的横截面积 $dS(dS=a\,dy)$ 上的总力 $dF=-\frac{Eay}{R}dy$，该力对中性面的转矩为 $dM=|dF|y=\frac{Ea}{R}y^2dy$. 整个横断面的转矩为

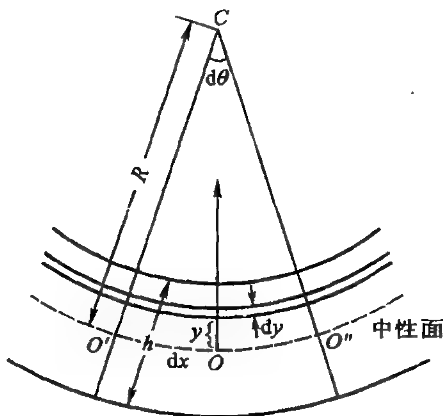


图 9－12　长度为 dx 的梁弯曲形变示意图

$$M=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\frac{Ea}{R}y^2dy=\frac{Eah^3}{12R} \tag{9.13}$$

下面计算梁中点的挠度 λ.

选择坐标如图 9－13 所示，图中曲线代表弯曲梁的中性面. 曲线 $y(x)$ 的曲率（参见《数学手册》）为

$$\frac{1}{R(x)}=\frac{y''(x)}{[1+(y'(x))^2]^{3/2}}$$

因为梁的弯曲一般是微小的，$y'(x)\approx 0$，所以

$$\frac{1}{R(x)}=y''(x) \tag{9.14}$$

当梁平衡时，梁的 x 处的转矩 M 应与梁右端支撑力 $\frac{G}{2}$ 对 x 处的力矩相平衡，有

$$M=\frac{G}{2}\left(\frac{l}{2}-x\right) \tag{9.15}$$

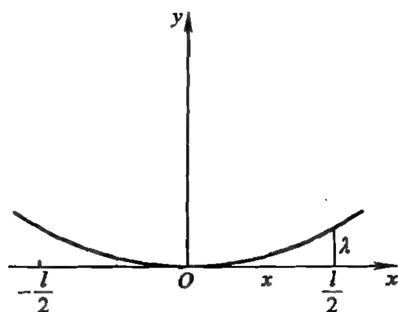


图 9－13　弯曲梁的坐标示意图

综合式(9.13)、(9.14)、(9.15)，得

$$y''(x)=\frac{6G}{Eah^3}\left(\frac{l}{2}-x\right) \tag{9.16}$$

将式(9.16)对 x 积分，并由边条件 $y(0)=0$，$y'(0)=0$ 定出积分常数，便得到

$$y(x)=\frac{3G}{Eah^3}\left(\frac{l}{2}x^2-\frac{1}{3}x^3\right) \tag{9.17}$$

将 $x=\frac{l}{2}$ 代入上式，即得到右端点的 y 值，该值就是梁中点的挠度 λ

$$\lambda=\frac{Gl^3}{4Eah^3}$$

2. 常用材料的杨氏模量(表9－3)

表9－3 常用材料的杨氏模量 E

材料名称	$E/10^{10}$ Pa	材料名称	$E/10^{10}$ Pa
生 铁	7.35～8.34	镍	19.61～21.57
锻生铁	10.30	钨	34.81
灰口铸铁、白口铸铁	11.28～15.69	锡	3.92～5.30
可锻铸铁	15.20	铬	23.14～24.52
碳 钢	19.61～20.59	银	6.86～7.85
镍铬钢、合金钢	20.59	铂	15.69～17.16
特种钢	21.57～23.54	铱	5.20
铸 钢	17.16	锌	7.85～9.81
轧制纯铜	10.79	钯	9.81～13.73
冷拔纯铜	12.75	金	6.86～8.34
轧制磷青铜	11.28	铋	3.14
锡青铜	8.83	玻璃	5.49
铍青铜	10.79～12.75	有机玻璃	0.20～0.29
康 铜	16.28	胶纸板	0.98～1.77
锰 铜	12.36	胶布板、纤维板	0.59～0.98
轧制铝	6.77	纵纹木材	0.98～1.18
拔制铝线	6.86	横纹木材	0.049～0.098
铸铝青铜	10.30	竹	2.16
冷拔黄铜	8.92～9.71	电 木	0.20～0.29
轧制锰青铜	10.79	丙烯树脂	0.39
硬铝合金	6.96	尼 龙	0.36
铸造铝合金	6.57	聚乙烯	0.077
铝镍合金	7.06	聚苯乙烯	0.22
镁合金	4.12	花岗石	4.81
轧制锌	8.24	石灰石	4.12
铅	1.67	大理石	5.49

【参考文献】

王家桢．王俊杰．传感器和变送器．北京:清华大学出版社,1996.246～247

实验十

刚体转动实验

一、转动法测定刚体转动惯量

【目的要求】

(1) 测定刚体的转动惯量,用实验方法检验刚体的转动定理和转动惯量的平行轴定理;
(2) 观测刚体的转动惯量随其质量、质量分布及转动轴线不同而改变的状况;
(3) 用作图法和最小二乘法处理数据——曲线改直.

【仪器用具】

刚体转动实验装置,停表,砝码,游标卡尺,钢卷尺.

【实验原理】

1. 实验装置

本实验装置如图 10-1 所示,A 是一个具有不同半径 r 的塔轮,两边对称地伸出两根有等分刻度的均匀细柱 B 和 B′,B 和 B′上各有一个可移动的圆柱形重物 m_0,它们一起组成一个可以绕固定轴 OO'转动的刚体系.塔轮上绕一细线,通过滑轮 C 与砝码 m 相连.当 m 下落时,通过细线对刚体系施加(外)力矩.滑轮 C 的支架可以借固定螺丝 D 而升降,以保证当细线绕塔轮的不

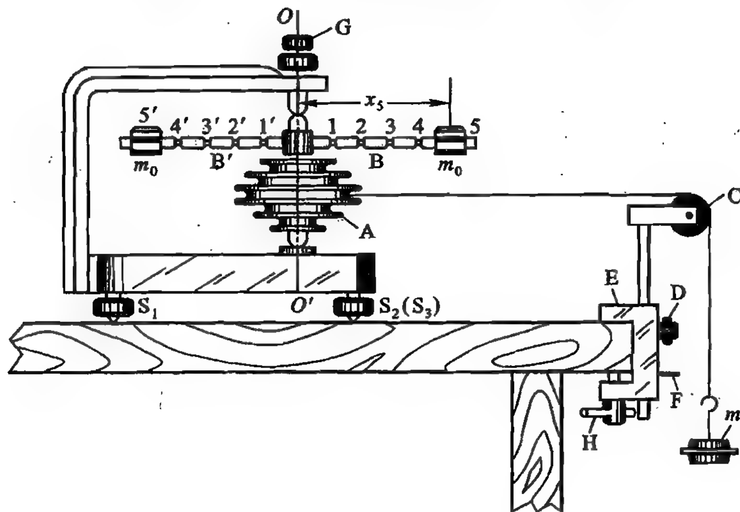


图 10-1　刚体转动实验装置

同半径转动时都可以保持与转动轴相垂直.滑轮台架 E 上有一个标记 F,用来判断砝码的起始位置.H 是固定台架的螺旋扳手.取下塔轮,换上铅直准钉,通过底脚螺丝 S_1,S_2,S_3 可以调节 $\overline{OO'}$ 竖直.调好 $\overline{OO'}$ 轴线竖直后,再换上塔轮,转动合适后用固定螺丝 G 固定.

2. 实验原理

根据转动定理,当刚体绕固定轴转动时,有

$$M = I\beta \tag{10.1}$$

式中:M 是刚体所受的合外力矩;I 是刚体对该轴的转动惯量,β 为角加速度.

在这个实验装置中,刚体所受的外力矩为绳子给予的力矩 Tr 和摩擦力矩 M_μ,其中 T 为绳子的张力,与 OO' 垂直,r 为塔轮的绕线半径.当略去滑轮及绳子的质量、滑轮轴上的摩擦力,并认为绳子长度不变时,m 以加速度 a 下落,并有

$$T = m(g-a) \tag{10.2}$$

式中:g 为重力加速度.

砝码 m 由静止开始下落高度 h 所用的时间为 t,则

$$h = \frac{1}{2}at^2 \tag{10.3}$$

又因

$$a = r\beta \tag{10.4}$$

由式(10.1)~式(10.4),有

$$m(g-a)r - M_\mu = \frac{2hI}{rt^2} \tag{10.5}$$

在实验过程中,保持 $g \gg a$,则有

$$mgr - M_\mu \approx \frac{2hI}{rt^2} \tag{10.6}$$

若 $M_\mu \ll mgr$,略去 M_μ,有

$$mgr \approx \frac{2hI}{rt^2} \tag{10.7}$$

下面分别讨论几种情况:

(1) 若 M_μ 不能忽略,根据(10.6)式,如果保持 r,h 及 m_0 位置不变,改变 m 测出相应的下落时间 t,并保持 M_μ 不变,则有

$$m = \frac{2hI}{gr^2}\frac{1}{t^2} + \frac{M_\mu}{gr} = k_1\frac{1}{t^2} + c_1 \tag{10.8}$$

式中:

$$k_1 = \frac{2hI}{gr^2}, \quad c_1 = \frac{M_\mu}{gr}$$

在直角坐标纸上作 $m - \frac{1}{t^2}$ 图,如得一直线,则由实验结果表明(10.1)式即转动定理是成立的.由斜率 k_1 可求得 I,由截距 c_1 可以得出 M_μ.

(2) 如果保持 h,m 及 m_0 位置不变,同时保持 M_μ 不变,改变 r,根据(10.6)式则有

$$r = \frac{2hI}{mg}\frac{1}{t^2 r} + \frac{M_\mu}{mg} \tag{10.9}$$

或
$$r = k_2 \frac{1}{t^2 r} + c_2 \tag{10.10}$$

式中：
$$k_2 = \frac{2hI}{mg}, \quad c_2 = \frac{M_\mu}{mg}$$

在直角坐标纸上作 $r - \frac{1}{t^2 r}$ 图，如果为直线，说明(10.1)式是成立的，由斜率 k_2 可求得 I，由截距 c_2 可得 M_μ.

(3) 本实验装置可以改变 m_0 的位置. 对于每一个选定的 m_0 的位置，可求得相应的转动惯量.

如果保持 h, r, m 不变，对称地改变 m_0 的质心至 OO' 轴的距离 x，则根据刚体转动惯量的平行轴定理，整个刚体系统 OO' 轴的转动惯量
$$I = I_0 + I_{0C} + 2m_0 x^2 \tag{10.11}$$
式中：I_0 为 A,B,B′绕 OO' 轴的转动惯量，I_{0C} 为两个圆柱绕过其质心且平行于 OO' 轴的转动惯量. 将式(10.11)代入式(10.7)，有
$$t^2 = \frac{4m_0 h}{mgr^2} x^2 + \frac{2h(I_0 + I_{0C})}{mgr^2} = k_3 x^2 + c_3 \tag{10.12}$$
如考虑摩擦且摩擦力矩不变，有
$$t^2 = k'_3 x^2 + c'_3 \tag{10.13}$$
式(10.12)和式(10.13)表示 t^2 与 x^2 成线性关系.

在直角坐标纸上作 $t^2 - x^2$ 图如果是一直线，则可以认为转动定理以及平行轴定理是成立的.

(4) 如果维持 r, m, h 不变，将两个 m_0 放于图 10-1 的(1,5′)，(2,4′)及(3,3′)位置上，这相当于由两个距离一定、质量各为 m_0 的物体组成的刚体绕不同的(相互平行的)轴转动. 由此可以观测刚体绕不同轴的转动惯量，并检验平行轴定理.

把刚体系看作由两部分组成：一部分是 A,B,B′绕 OO' 轴转动，其转动惯量为 I_0，这一部分是不变的；另一部分是由相距为 $x_3 + x'_3 = x_2 + x'_4 = x_1 + x'_5$ 的两个 m_0 组成的，当 m_0 处于不同的位置时这部分的转动轴线是变化的. 当两个 m_0 位于(3,3′)位置时，其质量中心正好通过 OO' 轴. 这时它绕 OO' 轴的转动惯量为 I'_{0C}；当两个 m_0 位于(2,4′)位置时，它们仍绕 OO' 转动，这相当于由两个 m_0 组成的这部分刚体的转动轴较通过质心时平行移动了 $d = x_3 - x_2 = x'_4 - x'_3$；当两个 m_0 位于(1,5′)位置时，相当于这部分刚体的转动轴较通过质心时平行移动了 $2d = x_3 - x_1 = x'_5 - x'_3$. 根据平行轴定理，整个刚体系统绕 OO' 轴的转动惯量为：

当两个 m_0 在(3,3′)位置时：　$I_1 = I_0 + I'_{0C}$　(10.14)

当两个 m_0 在(2,4′)位置时：　$I_2 = I_0 + I'_{0C} + 2m_0 d^2$　(10.15)

当两个 m_0 在(1,5′)位置时：　$I_3 = I_0 + I'_{0C} + 2m_0 (2d)^2$　(10.16)

将式(10.14)，式(10.15)，式(10.16)代入式(10.7)，有

在(3,3′)位置：　$t_1^2 = \frac{2hI_1}{mgr^2}$　(10.17)

在(2,4′)位置：
$$t_2^2=\frac{2hI_1}{mgr^2}+\frac{4hm_0}{mgr^2}d^2 \tag{10.18}$$

在(1,5′)位置：
$$t_3^2=\frac{2hI_1}{mgr^2}+\frac{16hm_0}{mgr^2}d^2 \tag{10.19}$$

h,m_0,m,r,d,t_1,t_2,t_3均可测得.

根据式(10.17),(10.18),(10.19),如果有

$$\frac{t_2^2-t_1^2}{t_3^2-t_1^2}=\frac{\frac{4hm_0}{mgr^2}d^2}{\frac{16hm_0}{mgr^2}d^2}=\frac{1}{4} \tag{10.20}$$

则可以认为平行轴定理是成立的.

(5) 将 m_0换成外形完全相同而密度不同的物体,可以观测转动惯量与质量的关系.即在其他条件完全不变的情况下,将 m_0由铁的换成铝的,测出 m 下落时间 $t_{铁}$与 $t_{铝}$.由式(10.7)可知 $t^2=\frac{2hI}{mgr^2}$,如有 $t_{铁}>t_{铝}$,即 $I_{铁}>I_{铝}$,说明在相同轴线及质量分布条件下,质量大的物体转动惯量大.

【实验内容】

(1) 调节实验装置:取下塔轮,换上铅垂准钉,调 OO'与地面垂直.装上塔轮,尽量减小摩擦.调好后用固定螺丝固定,并在实验过程中维持摩擦力不变.绕线要尽量密排.m_0用铁柱.

调节滑轮位置,保持绳子张力 T 的方向与OO'互相垂直.

(2) 选 $r=2.50$ cm,将 m_0放于位置(5,5′),将 m 从一固定高度由静止开始下落,下落距离为 h.改变 m,每次增加 5.00 g 砝码,到 $m=35.00$ g 为止.用停表测 t,三次平均.将结果作图,并得出必要的结论,用最小二乘法处理数据求出转动惯量.(砝码托的质量也是 5.00 g.)

(3) 将 m_0放在(5,5′)位置,维持 $m=20.00$ g,改变 r,取 $r=1.00,1.50,2.00,2.50,3.00$ cm,测 t 将结果作图,得出必要的结论,并用最小二乘法处理数据求出转动惯量.

*(4) 维持 $m=10.00$ g,$r=2.50$ cm,对称地改变 m_0位置,令其与 OO'轴相距为x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,测 t,观测转动惯量与质量分布关系,并作图检验平行轴定理.

*(5) 维持 $m=10.00$ g,$r=2.50$ cm,改变 m_0位置,令其位于(3,3′),(2,4′)及(1,5′).测 t,观测转动惯量与轴线的关系,并检验平行轴定理.

*(6) 将 m_0由铁的换成铝的,维持其他条件不变,测 t,观测转动惯量与质量的关系.

*(7) 在以上(2)、(3)、(4)中,改变 r,m_0的位置或 m 进行实验.

【思考题】

(1) 总结本实验所要求满足的实验条件,它们在实验中是如何实现的?

(2) 本实验中是如何检验转动定理和平行轴定理的? 利用式(10.12)检验平行轴定理,能不能作 $t-x$ 图而不作t^2-x^2图?

(3) 实验中 r,m,h,m_0的大小是根据什么考虑的? 太大或太小有什么不好?

(4) 实验中，如何随时判断所测数据是否合理？哪些点的时间 t 要特别注意测准？

二、扭摆法测定刚体转动惯量

【目的要求】

(1) 用扭摆测定不同形状刚体的转动惯量，学习一种测定刚体转动惯量的方法；

(2) 观测刚体绕不同轴线转动的转动惯量，用实验的方法检验转动惯量的平行轴定理.

【仪器用具】

扭摆（配件有：金属载物圆盘，塑料圆柱体，金属空心圆筒，实心球体，金属细长杆及两个圆柱滑块），光电计时器，电子秤，游标卡尺和钢卷尺等.

【实验原理】

本实验的装置为扭摆，由主体结构（图 10－2）加各种形状的待测刚体组成. 图 10－2 中标记的“1”为竖直轴，其下部装有一根薄片状的螺旋弹簧“2”，用来产生恢复力矩. 轴的上方可以装入各种待测物体. 竖直轴与支座间装有轴承，以减小轴间的摩擦力矩.

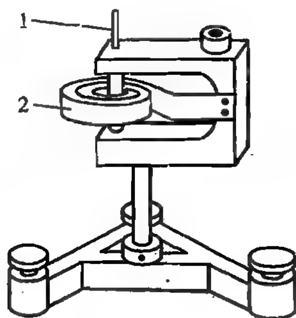


图 10－2　扭摆主体结构图
1. 竖直轴　2. 弹簧

使上述装置上的待测物体在水平面内转过一个角度 θ 后，在弹簧的恢复力矩作用下，物体绕竖直轴作往返扭转运动. 根据胡克定律，扭摆所受弹性扭力矩为

$$M=-k\theta \tag{10.21}$$

式中：k 为弹簧的扭转劲度系数.

假定忽略轴承的摩擦阻力矩，有扭摆的运动方程为

$$M=I\ddot{\theta} \tag{10.22}$$

式中：I 为刚体绕固定转轴的转动惯量.

由式(10.21)和式(10.22)，该刚体有简谐振动的形式：

$$\ddot{\theta}+\frac{k}{I}\theta=0 \tag{10.23}$$

上述方程的解为

$$\theta=A\cos(\omega t+\varphi)$$

式中：A 和 φ 分别为简谐振动的角振幅和初相位角；ω 为角频率，且有 $\omega=\sqrt{\frac{k}{I}}$. 则扭摆做简谐振动的周期为

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{I}{k}} \tag{10.24}$$

本实验可利用式(10.24)，在测得规则形状刚体的摆动周期和计算出其转动惯量 I 后，得到弹簧的扭转劲度系数 k. 若要测定其他形状物体的转动惯量，只需将待测物体安放在本仪器顶部的各种夹具上，测定其摆动周期，再由式(10.24)可计算出该刚体绕固定转动轴的转动惯量.

由本实验装置的具体配置情况，还可以从式(10.24)得出

$$\frac{T_0}{T_1}=\sqrt{\frac{I_0}{I_0+I_1}} \tag{10.25}$$

或

$$\frac{I_0}{I_1}=\frac{T_0^2}{T_1^2-T_0^2} \tag{10.26}$$

式中：I_0，T_0分别为金属载物圆盘的转动惯量和振动周期；I_1，T_1分别为待测刚体的转动惯量和振动周期.

假如在 I_0已知的情况下，分别测得 T_0和 T_1，从上述两公式都能得到待测刚体的转动惯量.

根据转动惯量的平行轴定理，设质量为 m 的刚体绕通过质心转轴的转动惯量为I_C，将转动轴朝任何方向平行移动一个距离 d，则绕此轴的转动惯量 I_D为

$$I_D=I_C+md^2 \tag{10.27}$$

实验中对定理的检验方法请参照本实验“一、”中的【实验原理】2.(4)所述内容.请同学们自己设计实验方案.

【实验内容】

(1) 熟悉和调节实验装置.

(2) 测定扭摆装置中弹簧的劲度系数 k.

(3) 测定由实验室给出的刚体试样绕通过其质心转轴的转动惯量．并与理论计算值进行比较．给出对测量结果的评价.

(4) 改变小圆柱滑块在细长杆上的位置，根据实测的数据检验转动惯量的平行轴定理.

*(5) 用实验的方法考察实验装置中的弹簧片的劲度系数 k 是否为常数，并测定它与刚体摆动时的摆角 θ 之间的关系.

*(6) 用实验的方法考察本实验原理中由于忽略转动轴的摩擦力矩对实验结果的影响，并给出结论.

【注意事项】

(1) 由于弹簧的劲度系数 k 随摆角略有变化，在实验中要注意选择合适的摆角.

(2) 实验中注意使光电计时器的探头位于扭摆挡光杆摆动的平衡位置.

(3) 在称衡待测样品质量时，注意确保是其实际质量.

【参考文献】

1 赵凯华，罗蔚茵.新概念物理教程·力学.北京：高等教育出版社，1995

2 卢德馨.大学物理学.北京：高等教育出版社，1998(2001 重印)

实验十一

气轨上弹簧振子的简谐振动

【目的要求】

(1) 用实验方法考察弹簧振子的振动周期与系统参量的关系并测定弹簧的劲度系数和有效质量;

(2) 观测简谐振动的运动学特征;

(3) 测量简谐振动的机械能.

【仪器用具】

气轨,弹簧,滑块,骑码,挡光刀片,光电计时器,电子天平,米尺,游标卡尺(或数显卡尺).

【实验原理】

1. 弹簧振子的简谐运动方程

质量为 m_1 的质点由两个弹簧拉着,弹簧的劲度系数分别为 k_1 和 k_2,如图 11-1 所示.

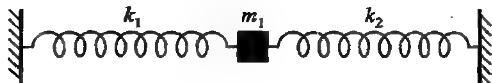


图 11-1 弹簧振子示意图

当 m_1 偏离平衡位置的距离为 x 时,它受弹簧的作用力为

$$F=-(k_1+k_2)x \tag{11.1}$$

令 $k=k_1+k_2$,并用牛顿第二定律写出方程

$$-kx=m\ddot{x} \tag{11.2}$$

方程的解为

$$x=A\sin(\omega_0 t+\varphi_0) \tag{11.3}$$

即物体系作简谐振动,其中

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{11.4}$$

上式中:ω_0 是振动系统的固有角频率,由系统本身决定;$m=m_1+m_0$ 是振动系统的有效质量,m_0 是弹簧的有效质量;A 是振幅,φ_0 是初相位,A 和 φ_0 由起始条件决定. 系统的振动周期为

$$T=\frac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{m_1+m_0}{k}} \tag{11.5}$$

本实验通过改变 m_1 测出相应的 T，来考察 T 与 m_1 的关系，并进而求出 k 和 m_0.

2. 简谐振动的运动学特征

把式(11.3)对时间求微商，有

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=A\omega_0\cos(\omega_0 t+\varphi_0) \tag{11.6}$$

可见 m_1 的运动速度大小 v 随时间的变化关系也是一个简谐振动，其角频率为 ω_0，振幅为 $A\omega_0$，而且 v 的相位比 x 超前 $\frac{\pi}{2}$.

由式(11.3)和式(11.6)消去 t，有

$$v^2=\omega_0^2(A^2-x^2) \tag{11.7}$$

即当 $x=A$ 时，$v=0$；当 $x=0$ 时，$v=\pm\omega_0 A$，这时 v 的数值最大，即

$$v_{\max}=\omega_0 A \tag{11.8}$$

本实验可以观测 x 和 v 随时间的变化规律及 x 和 v 之间的相位关系.

从式(11.4)和式(11.8)也可以求出

$$k=m\omega_0^2=m\frac{v_{\max}^2}{A^2} \tag{11.9}$$

3. 简谐振动的机械能

在实验中，任何时刻系统的振动动能为

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}(m_1+m_0)v^2 \tag{11.10}$$

系统的弹性势能为(以 m_1 位于平衡位置时系统的势能为零)

$$E_p=\frac{1}{2}kx^2 \tag{11.11}$$

系统机械能

$$E=E_k+E_p=\frac{1}{2}m\omega_0^2A^2=\frac{1}{2}kA^2 \tag{11.12}$$

式中：k 和 A 均不随时间变化.

(11.12)式说明简谐振动系统的机械能守恒.本实验通过测定在不同位置 x 上 m_1 的运动速度 v，从而求得 E_k 及 E_p，观测它们之间的相互转换并验证机械能守恒定律.

【实验装置】

1. 气轨设备及速度测量

在一般情况下，要使物体做匀速直线运动是很困难的，因为摩擦力总是难以消除.在实验室里，我们在气轨上做实验可以观察到近似的匀速直线运动.

实验室所用气轨是用一根约 2 m 长的三角形铝材做成的，气轨的一端堵死，另一端送入压缩空气，气轨的两个向上侧面各钻有两排小孔，空气就从小孔喷出(见图 11-2).我们把用合金铝做成的滑块放在气轨的两个喷气侧面上，滑块的内表面经过精加工与这两个侧面精确吻合，滑块与气轨之间就形成了一层很薄的气垫，使滑块“漂浮”在气垫上，因此滑块受到的摩擦力很小.

把气轨调至水平，并轻轻推动滑块，我们就可以观察到滑块作近似的匀速直线运动.为了抵消摩擦力的影响，我们常常把气轨调一个小倾角，让滑块下坡滑动，它的运动更接近于匀速运动

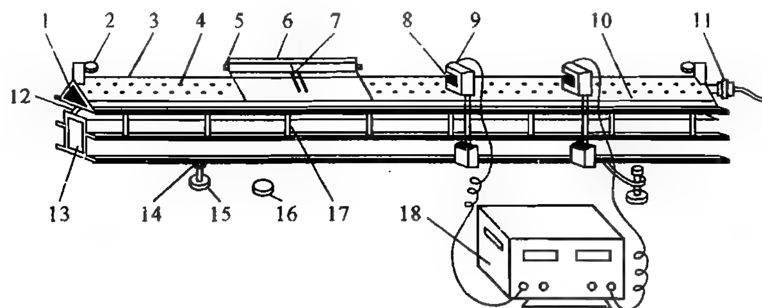


图 11－2　气轨实验装置示意图

1. 堵头　2. 缓冲弹簧　3. 导轨　4. 喷气小孔　5. 碰簧　6. 滑块　7. 挡光刀片　8. 聚光灯泡　9. 光电管　10. 标尺　11. 进气嘴　12. 压力测定孔　13. 口字形铸铝梁　14. 支脚调节螺丝　15. 座垫　16. 垫块　17. 调整螺杆　18. 光电计时器

了，对滑块一定的速度有一个最合适的倾角．

怎样检查滑块的运动是不是匀速的呢？我们只要在任意两个地点测出滑块的速度，看它们是否相等就可以做出判断了．

要测准滑块的速度就要准确地测量时间，一方面计时器要准确，另一方面开启和停止的动作要迅速、及时，用手按停表是达不到要求的．本实验采用光电计时器计时，可读到 0.01 ms，开启和停止动作是由光电三极管和挡光刀片（见图 11－3）控制的，误差可小于 0.01 ms．光电三极管固定在气轨近旁，它被铅直向上的光（由红光发光二极管发出）所照亮．挡光刀片装在滑块上，随滑块在气轨上运动，它的$\overline{11'}$边和$\overline{33'}$边放在垂直气轨的方向．当刀片移到光电三极管下方时，就把光挡住了．它的第一个边$\overline{11'}$刚挡住光，三极管就发出信号使计时器开启．当第二个边$\overline{22'}$移过后，刀片有一缺口，光可通过去照亮三极管，这时计时器继续计时．当第三个边$\overline{33'}$再次把光挡住时，三极管又发出信号使计时器停止并显示出两次挡光的时间间隔 δt．我们用游标卡尺或读数显微镜测出$\overline{11'}$边与$\overline{33'}$边的垂直距离 δs，就可算出滑块的运动速度

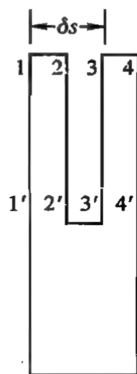


图 11－3　挡光刀片

$$v = \frac{\delta s}{\delta t}$$

2. 周期测量

在水平的气垫导轨上，两个相同的弹簧中间系一滑块做往返振动，如图 11－4 所示，由于空

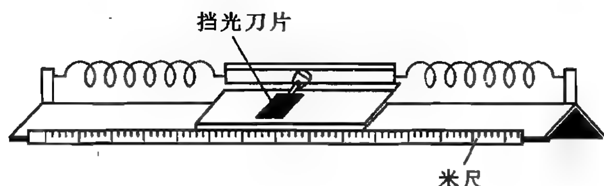


图 11－4　气轨上弹簧振子振动装置示意图

气阻尼及其他能量损耗很小，可以看作是简谐振动．滑块上装有平板型挡光刀片，可用来测量振动周期．在滑块处于平衡位置（$x=0$）时，把光电门的光束对准挡光刀片的中心位置．用光电计时器测量平板型挡光刀片第一次挡光到第三次挡光之间的时间间隔，这便是滑块的振动周期 T．

【实验内容】

(1) 测量弹簧振子的振动周期并考察振动周期和振幅的关系．滑块振动的振幅 A 分别取 10.0，20.0，30.0，40.0 cm 时，测量其相应的振动周期．分析和讨论实验结果可得出什么结论？（若滑块做简谐振动，应该有怎样的实验结果？）

(2) 研究振动周期和振子质量之间的关系．在滑块上加骑码（铁片）．对一个确定的振幅（如 $A=40.0$ cm）每增加一个骑码测量一组 T．（骑码不能加得太多，以阻尼不明显增加为限．）

作 T^2-m_1 图，如果 T 与 m_1 的关系确如式(11.5)所示，则 T^2-m_1 图应为一直线，其斜率为 $\frac{4\pi^2}{k}$，截距为 $\frac{4\pi^2}{k}m_0$．用最小二乘法作直线拟合，求出 k 和 m_0．

*(3) 研究速度和位移的关系．在滑块上装上 U 形挡光刀片，可以测量速度．

作 v^2-x^2 图，看它是不是一条直线，并进行直线拟合，看斜率是不是 $-\omega_0^2$，截距是不是 $\omega_0^2A^2$，其中 $\omega_0=\frac{2\pi}{T}$，T 可以测出．

(4) 研究振动系统的机械能是否守恒．固定振幅 A（如 $A=40.0$ cm），测出不同 x 处的滑块速度 v，由此算出振动过程中系统经过每一个 x 处的动能和势能，并对各 x 处的机械能进行比较，得出结论．

*(5) 根据公式(11.9)，改变弹簧振子的振幅 A，测相应的 v_{max}，由 $v_{max}^2-A^2$ 关系求 k，与实验内容(2)的结果进行比较．

【思考题】

(1) 在气轨上做简谐振动实验时，事先是否要把气轨调水平？理论分析结论和实测结果是否一样？

(2) 气轨上滑块的振动不可避免地要受到黏性力的影响，在测量振动周期、振幅及对应不同的 x 处的 v 时，应怎样合理安排对这些参量的测量？

(3) 设法实测出 k_1 和 k_2，与实验得到的结果 k 进行比较，看用 k 替代 k_1+k_2 是否成立．

实验十二

扭摆的受迫振动

【目的要求】

(1) 研究扭摆在简谐外力矩的驱动下振幅与驱动力矩频率间的关系,观察共振现象;
(2) 观测不同阻尼情况下共振曲线的变化;
(3) 合理分布观测点,以获得共振曲线的总体图像;
(4) 研究简谐驱动力矩与扭摆受迫振动之间的相位差随驱动力矩频率的变化.

【仪器用具】

GZY－1 扭摆共振仪,电子秒表,光电计时器.

【实验原理】

1. 扭摆的幅频特性和相频特性

扭摆在受到周期性驱动力矩(即简谐驱动力矩)作用时,将做受迫振动.扭摆除了受驱动力矩 M 作用外,还受到阻尼力矩 M_2 和弹簧的弹性恢复力矩 M_1 的作用.其中

$$M = M_0\cos\omega t \quad (M_0 = c\theta_0)$$

$$M_1 = -k\theta$$

$$M_2 = -r\dot{\theta}$$

式中:k 为弹簧的劲度系数;θ_0 为外力扭转角的幅值即角位移幅值;ω 为角频率;θ 为扭摆的扭转角,即角位移;r 为阻矩系数.

扭摆的运动方程为

$$I\ddot{\theta} + r\dot{\theta} + k\theta = M_0\cos\omega t \tag{12.1}$$

令

$$2\beta = \frac{r}{I}, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{I}, \quad h = \frac{M_0}{I}$$

式中:I 是扭摆的转动惯量;β 为阻尼常量;ω_0 为扭摆的固有频率.式(12.1)改写为

$$\ddot{\theta} + 2\beta\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = h\cos\omega t \tag{12.2}$$

式(12.2)的稳态解为

$$\theta = A\cos(\omega t + \varphi) \tag{12.3}$$

式中:A 为角位移的振幅,表示为

$$A = \frac{h}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} \tag{12.4}$$

φ 为扭摆角位移 θ 时对应的相位相对于简谐外力矩的相位差,有

$$\begin{cases} \varphi = \arctan\left(\dfrac{-2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right) & \omega \leqslant \omega_0 \\ \varphi = -\pi + \arctan\left(-\dfrac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right) & \omega > \omega_0 \end{cases} \tag{12.5}$$

由式(12.3)可见,在稳态情况下,受迫振动的角频率与外加简谐力矩的角频率相同. 由(12.4)式可知. 当 h,ω_0,β 一定时,A 随 ω 变化的规律见图 12-1. 取导数$\dfrac{dA}{d\omega}=0$,求出角位移共振峰对应的角频率和角位移的极大值 $A_共$ 分别为

$$\omega_共 = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$

和

$$A_共 = \frac{h}{2\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}} \tag{12.6}$$

由式(12.5)可见,当 β,ω_0 一定时,φ 随 ω 变化. 当 $\omega=\omega_0$ 时,$\varphi=-\dfrac{\pi}{2}$,即受迫振动相位落后于外加简谐力矩的相位$\dfrac{\pi}{2}$;当 $0\leqslant\omega\leqslant\omega_0$ 时,相位落后 $-\dfrac{\pi}{2}\leqslant\varphi\leqslant 0$;当 $\omega_0<\omega<\infty$ 时,相位落后 $-\pi<\varphi<-\dfrac{\pi}{2}$. 不同 β 值时,φ 随 ω 的变化见图 12-2.

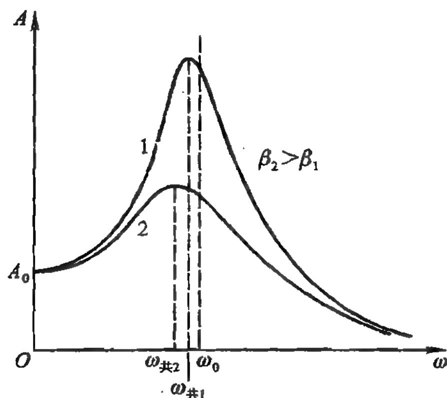


图 12-1 扭摆的幅频特性图

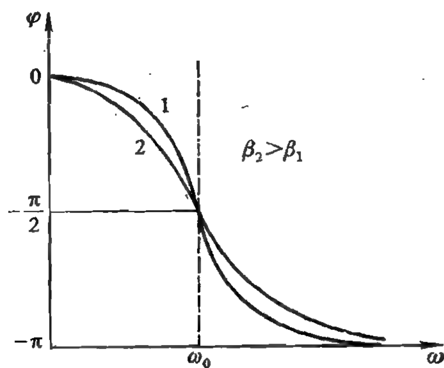


图 12-2 扭摆的相频特性图

2. 阻尼常量 β 的测定

当外加驱动力矩为零时,扭摆阻尼振动角位移 θ 随时间的变化规律为

$$\theta = A_0 e^{-\beta t}\cos\omega t \tag{12.7}$$

式中:A_0 为扭摆的初始振幅;ω 为扭摆的角频率,有

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\omega_0^2-\beta^2} \tag{12.8}$$

式中:T 为扭摆阻尼振动周期.

角振幅随时间按指数规律变化,即

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t} \tag{12.9}$$

为测量阻尼大小，引入一个量 λ，叫做对数减缩，其定义为相隔一个周期 T.前后两振幅之比的自然对数，表示为

$$\lambda=\ln\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}}=\beta T \tag{12.10}$$

还可以采用相隔 n 个周期的两个振幅之比，如 A_i/A_{i+n} 的自然对数，有

$$\lambda=\frac{1}{n}\ln\frac{A_i}{A_{i+n}}=\frac{1}{n}\ln\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+nT)}}=n\frac{1}{n}\beta T=\beta T$$

则

$$\beta=\frac{1}{nT}\ln\frac{A_i}{A_{i+n}} \tag{12.11}$$

若 n 较大，β 的测量结果可较准确.

3. 相位差 φ 的测定

本实验可以采用以下方法测定相位差 φ：在一定的阻尼下，当摇杆的指针按规定方向通过零点时，表示外力矩的相位是 $\omega t=2n\pi+\frac{\pi}{2}$，受迫振动扭摆的相位是 $\omega t+\varphi=2n\pi+\frac{\pi}{2}+\varphi$，由式(12.3)可知：

$$\theta'=A\cos\left(2n\pi+\frac{\pi}{2}+\varphi\right)=A\sin(-\varphi)$$

式中：A 为指针 Z 的振幅；θ' 为指针 K 按规定方向过零点时刻指针 Z 的角位移.

对某一个 ω，测出 A 及 θ' 就可求出 φ 值，即

$$\begin{cases}\varphi=-\arcsin\dfrac{\theta'}{A} & \omega\leqslant\omega_0\\ \varphi=-\pi+\arcsin\dfrac{\theta'}{A} & \omega\geqslant\omega_0\end{cases} \tag{12.12}$$

在此，给出在 $\omega\leqslant\omega_0$ 和 $\omega\geqslant\omega_0$ 两种情况下 $\omega t=2n\pi+\frac{\pi}{2}$ 时的矢量图，见图 12-3.

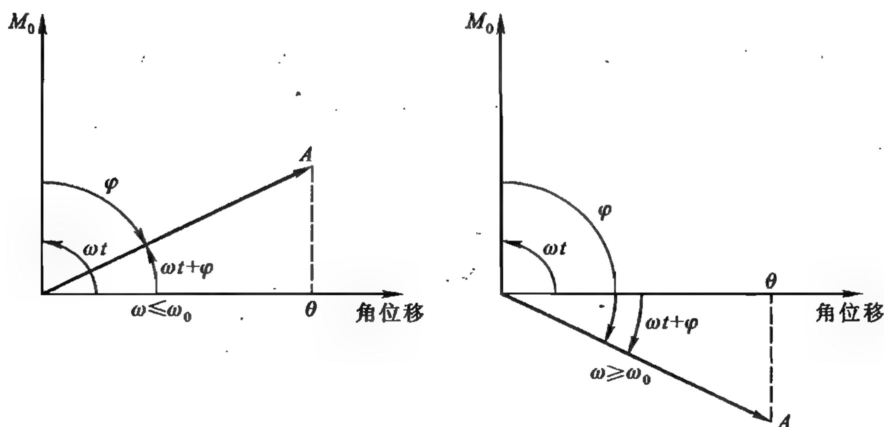


图 12-3 在 $\omega\leqslant\omega_0$ 和 $\omega\geqslant\omega_0$ 两种情况下，$\omega t=2n\pi+\frac{\pi}{2}$ 时的矢量图

【实验装置】

扭摆共振仪如图 12－4 所示，R 为一铝质扭摆，它与盘形弹簧 S 的内端相连，并可绕铅直轴左右摆动，其角振幅 A 或某一时刻的角位移 θ 可由指针 Z 在外环标尺上读出. 弹簧 S 的外端固定在摇杆 G 上，由它把外力矩传递到扭摆上，摇杆 G 与连杆 L 相连，L 的另一端与偏心轮 P 相连，偏心轮的转速可由调速系统进行调节，外力矩的角振幅 A 可由摇杆 G 的末端指针 K 在标尺上读出. 阻尼的大小是由改变永久磁铁 M_e 与扭摆的相对位置来调节的，扭摆摆动时，因处于 M_e 的磁场中而产生涡流，它与磁场相互作用产生电磁阻尼.

为测量外加力矩和受迫振动二者之间的相位差 φ，在环形标尺的零点下方设置了光电触发器，当指针 K 按规定方向(例如由右向左)通过平衡位置(零点)时，由光电触发器产生一高压脉冲，使扭摆指针 Z 的尖端与标尺之间产生一个放电火花，由火花的位置 θ' 及相应的幅值 $\boldsymbol{A}$ 就可计算出 φ 值.

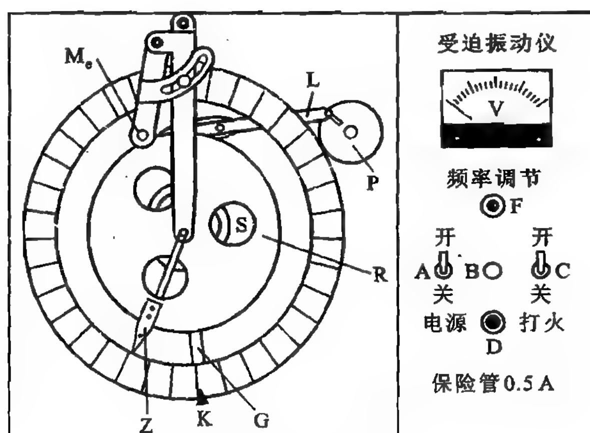


图 12－4　扭摆共振仪

控制箱部分由电源开关 A、指示灯 B、打火开关 C、电压表 V 及频率调节旋钮 F 组成. 频率调节旋钮用来调节偏心轮 P 的转速，从而调节摇杆 G 的振动频率. 电压表 V 用来指示加在偏心轮电机上的电压，可参照此电压或参照调节旋钮上的刻度调节摇杆的振动频率. 打火开关 C 用来接通和关断打火电路的电源.

使用时应先将旋钮 F 逆时针旋到头，再将电源开关置于"开"的位置，此时指示灯亮，表示电源接通. 顺时针调节旋钮 F，摇杆的振动就会由慢逐渐加快……当需要用打火的方法测定相位差 φ 时，可将打火开关置于"开"的位置，摆轮指针 Z 便在摇杆指针 K 单向过零时刻打火，从而指示此时刻扭摆的角位移 θ'.

【实验内容】

(1) 测定扭摆的固有频率 ω_0. 仪器不通电，并将磁铁 M_e 移向标尺外，此时扭摆所受的驱动力矩为零，阻尼力矩最小. 使指针 K 停在零点，把指针 Z 拉至外环标尺上 140°左右，然后释放. 用

电子秒表连续测量其摆动 10 个周期的时间 T_0，则

$$\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}\times 10$$

(2) 观察共振现象，并测定受迫振动振幅 A 与驱动力矩(即简谐外力矩)频率 ω 的关系，即幅频特性；测定受迫振动角位移相对简谐外力矩的相位差 φ 与驱动力矩频率 ω 的关系，即相频特性：

① 开启电源开关，用"频率调节"电位器改变驱动力矩的频率，注意观察扭摆 R 的指针 Z 的摆幅变化，移动磁铁位置，对扭摆加适当阻尼，以使扭摆 R 共振时指针 Z 指示的振幅在 100°～120°范围，设此时阻尼常量为 β_1.

② 改变驱动力矩频率，测量每一给定的频率 ω_i(要求测 5 个周期)，并在摆幅达稳定后读出此时指针 Z 的摆幅(要求测 $A_{i左}$，$A_{i右}$，多读几组数据求平均)，另外，记录指针 Z 打火花的位置 θ'(多次读数求平均).

③ 改变磁铁 M_e 位置，增大阻尼，设此时阻尼常量为 β_2，重复上述②的内容.

④ 画出受迫振动的幅频特性和相频特性曲线.

*(3) 测定阻尼常量 β_1，β_2，并用公式(12.6)计算 $\omega_共$，与实验结果进行比较.

【思考题】

(1) 每改变一次外加驱动力矩的频率 ω 后，能否立即测量 $A(\omega)$？

(2) 为得到较好的共振曲线，应如何分布测量点？

(3) 用公式(12.5)计算在一定的阻尼常量，如 β_1，β_2下，各 ω 对应的 φ 值，与公式(12.12)得到的 φ 值进行比较，并讨论之.

实验十三

复 摆 实 验

【目的要求】

(1) 研究复摆的物理特性;
(2) 用复摆测定重力加速度;
(3) 用作图法和最小二乘法研究问题及处理数据.

【仪器用具】

复摆,光电计时器,电子天平,米尺等.

【实验原理】

1. 复摆的振动周期公式

在重力作用下,绕固定水平转轴在竖直平面内摆动的刚体称为复摆(即物理摆).设一复摆(见图 13-1)的质量为 m,其重心 G 到转轴 O 的距离为 h,g 为重力加速度,在它运动的某一时刻 t,参照平面(由通过 O 点的轴和重心 G 所决定)与铅垂线的夹角为 θ,相对于 O 轴的恢复力矩为

$$M = -mgh\sin\theta \tag{13.1}$$

根据转动定理,复摆(刚体)绕固定轴 O 转动,有

$$M = I\beta \tag{13.2}$$

式中:M 为复摆所受外力矩;I 为其对 O 轴的转动惯量;β 为复摆绕 O 轴转动的角加速度,且

$$\beta = \ddot{\theta}$$

则有

$$M = I\ddot{\theta} \tag{13.3}$$

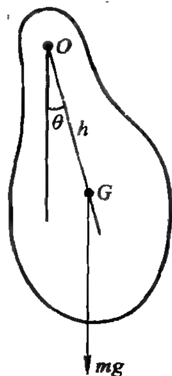


图 13-1 复摆示意图

结合式(13.1)和式(13.3),有

$$I\ddot{\theta} + mgh\sin\theta = 0 \tag{13.4}$$

当摆角很小的时候,$\sin\theta \approx \theta$,式(13.4)化为

$$\ddot{\theta} + \frac{mgh}{I}\theta = 0 \tag{13.5}$$

解得

$$\theta = A\cos(\omega t + \theta_0) \tag{13.6}$$

式中:A,θ_0 由初条件决定;ω 是复摆振动的角频率,$\omega = \sqrt{\dfrac{mgh}{I}}$,则复摆的摆动周期

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \tag{13.7}$$

2. 复摆的转动惯量，回转半径和等值单摆长

由平行轴定理，$I=I_G+mh^2$，式中 I_G 为复摆对通过重心 G 并与摆轴平行的轴的转动惯量，(13.7)式可写为

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I_G+mh^2}{mgh}} \tag{13.8}$$

可见，复摆的振动周期随悬点 O 与质量中心 G 之间的距离 h 而改变. 还可将 $I=I_G+mh^2$ 改写为

$$I=mR_G^2+mh^2 \tag{13.9}$$

式中 $R_G=\sqrt{\frac{I_G}{m}}$，称为复摆对 G 轴的回转半径；同样也有 $R=\sqrt{\frac{I}{m}}$，R 称为复摆对悬点 O 轴的回转半径. 复摆周期公式也可表示为

$$T=2\pi\sqrt{\frac{\frac{R_G^2}{h}+h}{g}} \tag{13.10}$$

事实上，总可以找到一个单摆，它的摆动周期等于给定的复摆的周期，令

$$L=\frac{R_G^2}{h}+h \tag{13.11}$$

则

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \tag{13.12}$$

式中 L 称为复摆的等值单摆长. 这样，就它的振动周期而论，一个复摆的质量可以被认为集中到一个点上，这个点距悬点(支点)的距离为

$$L=\frac{I}{mh}=\frac{R_G^2}{h}+h$$

则这个点被称为复摆的振动中心.

3. 复摆的共轭性

图 13-2 给出一个复摆的示意图，假如它的振动中心在 C 点，悬点(支点)在 O 点. C 点和 O 点有下列特性：如果这个摆绕过 C 点的一个新轴摆动，且该新轴平行于过 O 点的轴，它的周期不变. 而 O 变成了新的振动中心，这个悬点 O 和振动中心 C 被称作互为共轭，即这个复摆以 O 为悬点和以 C 为悬点时有相同的周期，分别用 T_1 和 T_2 表示，且 $T_1=T_2$. 还有 $\overline{OG}=h_1$，$\overline{CG}=h_2$. 从公式(13.10)得到

$$h^2-\frac{T^2}{4\pi^2}gh+R_G^2=0 \tag{13.13}$$

式(13.13)是 h 的二次方程式，有两个根 h_1 和 h_2，它们之间有以下关系

$$h_1h_2=R_G^2 \tag{13.14}$$

$$h_1+h_2=\frac{T^2}{4\pi^2}g \tag{13.15}$$

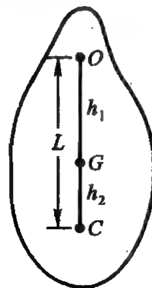


图 13-2 复摆共轭性示意图

很容易得到 $L=h_1+h_2$，此结果表示式(13.13)的两个根 h_1 和 h_2 之和恰等于复摆的等值单摆长.(注意:这里一般 $h_1 \neq h_2$.)

4. 利用复摆测定重力加速度 g

(1) 由公式(13.8)可直接得到复摆振动周期 T 与 h(摆动轴到重心距离)的关系

$$mgT^2h=4\pi^2 I_G+4\pi^2 mh^2$$

改变 h，有相应的 T. T^2h 与 h^2 成直线关系，由直线斜率可求出 g.

(2) 还可由公式(13.8)

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{I_G+mh_1^2}{mgh_1}},\quad T_2=2\pi\sqrt{\frac{I_G+mh_2^2}{mgh_2}}$$

将两式中 I_G 消去，则有

$$\frac{4\pi^2}{g}=\frac{h_1T_1^2-h_2T_2^2}{h_1^2-h_2^2}$$

分项得

$$\frac{4\pi^2}{g}=\frac{T_1^2+T_2^2}{2(h_1+h_2)}+\frac{T_1^2-T_2^2}{2(h_1-h_2)} \tag{13.16}$$

利用式(13.16)可以较精确地测定 g. 在(13.16)中，令

$$A=\frac{T_1^2+T_2^2}{2(h_1+h_2)},\quad B=\frac{T_1^2-T_2^2}{2(h_1-h_2)}$$

可以看出，A 项是能被精确测定的，B 项则不能被精确测定，因为其中包含了对重心位置的测定. 不过，当 $T_1\approx T_2$ 时，B 项的分子很小，而又可使分母 $|h_1-h_2|$ 比较大，这一不能被精确测定的项 B 的数值很小，从而对 g 的影响不大. 我们也可将 B 项看作是由于两悬点间距离 $\overline{OC}$ 不等于等值单摆长 L 而作的修正.

(3) 利用复摆周期与摆轴位置的关系图求 g. 图 13－3 给出一个质量分布均匀的复摆的周期 T 与 h 的关系图. 图中坐标轴上 O 点为复摆的重心位置，h_1，h_2 分别为复摆重心到重心两侧悬挂点间的距离，$T-h$ 图是两条对称曲线，T 有极小值. 由公式(13.10)，对 h 求微商，有

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}h}=\pi\left(\frac{R_G^2}{gh}+\frac{h}{g}\right)^{-\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{g}-\frac{R_G^2}{gh^2}\right) \tag{13.17}$$

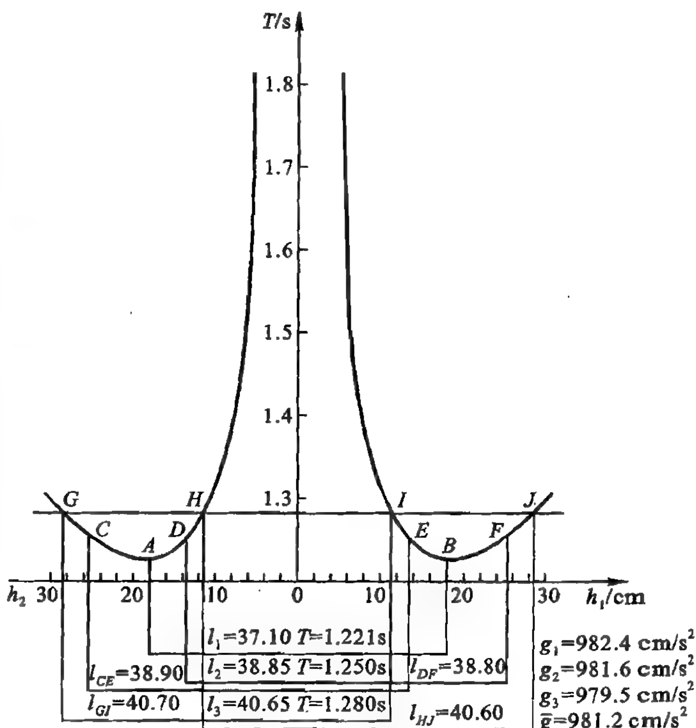


图 13－3 质量分布均匀的复摆的周期 T 与 h 的关系图

由极值位置,可得

$$R_G = h$$

也是图中两条曲线的极小值之间的距离 $h_1 + h_2 = 2R_G$. 很显然此时图中两条曲线的极小值距离 $L_{AB} = h_1 + h_2 = L_0$ 为复摆的等值单摆长,即 $T = 2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}}$,可以求出 g. 也可以从图上任取一个周期 T,找到对应的 h_1 和 $h_2(h_1 \neq h_2)$,用 $L = h_1 + h_2$ 等值单摆长代入单摆公式,求出 g.

【实验装置】

实验室所用复摆及其测量装置如图 13-4 和图 13-5 所示.

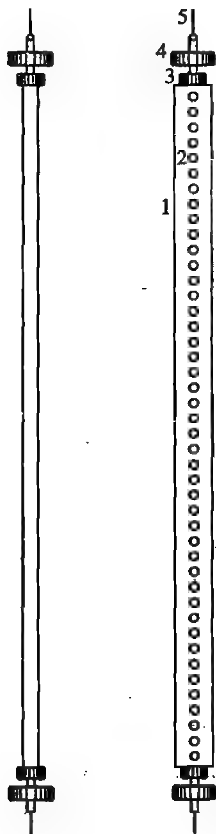


图 13-4 实验室用的复摆

1. 摆杆 2. 圆孔 3. 固定螺母 4. 微调螺母 5. 挡光针

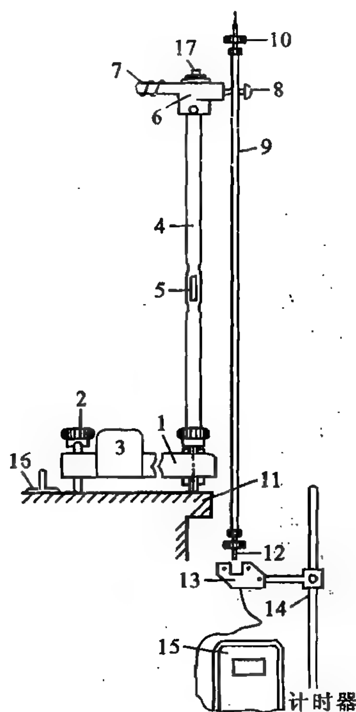


图 13-5 复摆实验装置示意图

1. T 形座架 2. 调节螺丝 3. 平衡块 4. 立柱 5. 立柱的接拆部 6. 立柱上座 7. U 形刀承 8. 刀口 9. 摆杆 10. 微调螺母 11. 桌子 12. 挡光针 13. 光电门 14. 光电门支架 15. 光电计时器 16. 桌上刀口 17. 固定上座的螺丝

复摆摆杆是一个厚 6 mm 的矩形扁钢，杆长 600 mm，杆上每隔 10 mm 钻一个直径为 8 mm 的圆孔，可用来支承刀口或插入刀口．摆杆上自中心起向两端以米尺刻度，分度值为 1 mm．杆的两端各有一个微调螺母，还有一个指针，作挡光计时用．一个带有平衡块的 T 形座架，放在桌上或桌边上，座架上安装一可接拆的立柱，立柱顶端安装一个"上座"，其一侧是一个三角形的刀口，正好可套人摆杆上的圆孔内，另一侧是一个 U 形刀承，当在摆杆的圆孔中加上"插入刀口"后，也可将摆支承于此进行实验．加重安装柱固着于咬合板上，用一对咬合板可以抱合在摆杆的任何部位，可加上加重片，其示意图见图 13－6．这个附件作周期微调用．还有一个桌上刀口，是测定摆的质心位置用的，见图 13－5 之 16．铁锤、塑料锤大小各一个，可以套在摆杆上，并予以固定，组装成如图 13－7 所示的复摆．整套装置均可接拆，连同各种附件装于木箱中．

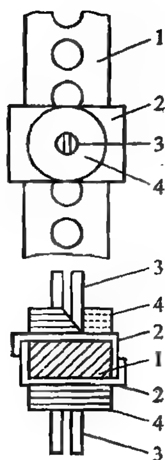


图 13－6　加重片及其安装示意图

1．摆杆　2．咬合板

3．加重安装柱　4．加重片

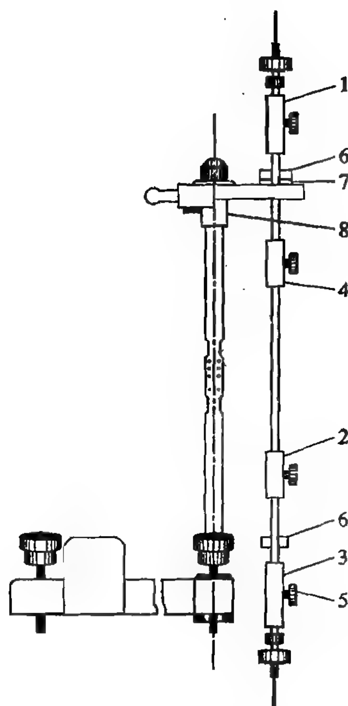


图 13－7　复摆及其附件示意图

1．大塑料锤　2．小塑料锤　3．大铁锤

4．小铁锤　5．固定螺丝　6．插入刀口

7．U 形刀承　8．支柱上座

【实验内容】

(1) 安装、调整复摆．

(2) 测定复摆对重心的转动惯量和回转半径．

(3) 测定复摆重心 G 的位置．

(4) 研究复摆的振动周期与悬点(支点)位置的关系并测定 g．改变悬点位置，从摆杆一端开

始直到摆杆另一端，测定对应的周期 T，合理分布测量点，作 $T-h$ 图，试从图上求出复摆的等值单摆长，计算 g；用公式(13.16)计算 g；作 T^2h-h^2 图，考察其线性关系，并用线性回归方法由直线的斜率计算 g. 试对以上三种方法得到的结果进行比较.

*(5) 将一对大小相同的重锤(一个铁锤和一个塑料锤)对称地安装于摆杆两端，用实验内容(4)中所述方法研究振动周期与悬点位置的关系，并求出 g.

【思考题】

(1) 根据本实验装置及测定 g 的各种数据处理方法，试对结果进行误差分析.

(2) 怎样减小本实验中周期测量的误差?

(3) 复摆的重心位置与刻度原点不重合时，用作图法处理数据时应如何解决?

(4) 试研究摆杆上加重物与否以及重物位置的变化对 T 大小的影响.

实验十四

测定空气的密度

【目的要求】

(1) 测定空气的密度；

(2) 学习使用气压计、湿度计、机械真空泵和精密天平.

【仪器用具】

电子分析天平，电子天平，真空系统，火花检漏器，气压计，湿度计，带有真空活塞的比重瓶.

【实验原理】

1. 根据定义计算空气密度

$$\rho=\frac{m}{V} \tag{14.1}$$

式中：m 为空气的质量；V 为相应的体积.

设装有空气的比重瓶在抽真空后的质量为 m_1，装入待测空气后的质量为 m_2，则

$$\rho=\frac{m_2-m_1}{V} \tag{14.2}$$

比重瓶的容积 V 由实验室提供. 由此就可以测出实验室内取样的空气的密度.

2. 利用理想气体物态方程测单一气体密度

理想气体的物态方程为

$$pV=\frac{m}{M}RT \tag{14.3}$$

式中：p，V，T，m 和 M 分别是气体的压强、体积、绝对温度、质量和摩尔质量；R 是摩尔气体常量，$R=(8.314\ 4\pm0.000\ 4)\ \mathrm{J/(mol\cdot K)}$.

根据理想气体物态方程(14.3)，可以得到气体密度 ρ 的公式

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{pM}{RT} \tag{14.4}$$

可见，对于已知其成分的气体，只要测出它的压强和温度，就能知道其密度. 例如，氢气的摩尔质量 $M_{\mathrm{H}}=2.016\ \mathrm{g/mol}$，在室温 $T=300\ \mathrm{K}$ 和 $p=1.000\times10^5\mathrm{Pa}(1\ \mathrm{Pa}=1\ \mathrm{N/m^2})$下，有

$$\rho_{\mathrm{H}}=\frac{pM_{\mathrm{H}}}{RT}=\frac{1.000\times10^5\times2.016\times10^{-3}}{8.31\times300}\mathrm{kg/m^3}=8.09\times10^{-2}\mathrm{kg/m^3}$$
$$=8.09\times10^{-5}\mathrm{g/cm^3}$$

又如，空气的等效摩尔质量 $M_{\mathrm{a}}=28.952\ \mathrm{g/mol}$，在标准状态($T=273.15\ \mathrm{K}$，$p_0=1.013\ 25\times10^5\mathrm{Pa}$)下

$$\rho_{air}=\frac{p_0 M_a}{RT_0}=\frac{1.013\ 25\times10^5\times28.952\times10^{-3}}{8.314\ 4\times273.16}\text{kg/m}^3$$

$$=1.291\ 7\ \text{kg/m}^3=1.291\ 7\times10^{-3}\text{g/cm}^3$$

3. 利用理想气体物态方程测定空气密度

空气中包含的氮、氧、氩、二氧化碳及其他少量气体的比例是比较稳定的，因此在一定的温度和压力下，这些混合气体（干空气）的密度也是很稳定的. 例如在标准状态下，干空气的密度已经作为标准数据测出为 $1.292\ 9\times10^{-3}$ g/cm^3. 同样可测出干空气分子的等效摩尔质量为 28.952 g/mol，但是，在大气中总是含有水蒸气. 而且水蒸气压可达 1×10^3 Pa，其随时间、地点变化的幅度很大（相对湿度常常在 20%～98% 的范围里变化），因此，大气中空气的密度不但取决于温度和大气压强，还取决于水汽的含量. 根据分压定律和理想气体物态方程

$$p=p_a+p_w \tag{14.5}$$

$$\begin{cases} p_a V=\dfrac{m_a}{M_a}RT \\ p_w V=\dfrac{m_w}{M_w}RT \end{cases} \tag{14.6}$$

式中：p_w，m_w 分别为空气中水汽组分的分压和质量；p_a，m_a 分别为空气中干空气组分的分压和质量；M_w 为水汽的摩尔质量（18.016 g/mol）. 可以得到空气密度

$$\rho=\frac{m}{V}=\frac{m_a+m_w}{V}=\frac{p_a M_a+p_w M_w}{RT}$$

$$=\frac{pM_a-p_w(M_a-M_w)}{RT}$$

$$=\frac{3.482\times10^{-3}(p-0.377\ 7p_w)}{T} \tag{14.7}$$

式中：空气中水汽的分压等于相对湿度与室温下水的饱和蒸气压的乘积；相对湿度可从湿度计上测出；饱和蒸气压可从本实验附表中查到.

于是，只要测出室温（用热力学温度 K）、大气压强（单位为 Pa）和水汽分压（单位为 Pa），就可得到这种状态下空气的密度，其单位为 kg/m^3.

以上由式(14.2)和式(14.7)给出了两种测定空气密度的方法. 至于准确程度，根据定义测量的办法主要误差来源是天平称量误差和真空度造成的误差. 而公式(14.7)的误差来源主要是测量温度、压强和相对湿度引入的误差. 在温度和压强测得很准时，还要考虑理想气体物态方程式引入的理论误差.

上述两个测量结果应该是相符的.

4. 标准状态下干燥空气的密度

W.H. Westphal 所著的《物理实验》一书中的叙述采用的是另一种思路，现介绍如下：

设空气样品中干燥空气和水蒸气的密度、分压及摩尔质量分别为 ρ_a，ρ_w，p_a，p_w 及 M_a，M_w，把空气及水蒸气都当作理想气体，在温度为 T 时，有

$$\rho_a=\frac{p_a M_a}{RT} \tag{14.8}$$

$$\rho_w=\frac{p_w M_w}{RT} \tag{14.9}$$

由公式(14.2)所测得的含有水蒸气的空气密度为

$$\rho=\rho_a+\rho_w=\rho_a\left(1+\frac{M_w}{M_a}\frac{p_w}{p_a}\right) \tag{14.10}$$

在室温下，$p_w \ll p_a$，有

$$\rho_a \approx \rho\left(1-\frac{M_w}{M_a}\frac{p_w}{p_a}\right) \tag{14.11}$$

从气压计测得的空气压强

$$p=p_a+p_w=p_a\left(1+\frac{p_w}{p_a}\right) \tag{14.12}$$

或

$$p_a \approx p\left(1-\frac{p_w}{p_a}\right) \tag{14.13}$$

标准状态下(p_0，T_0)干空气的密度

$$\rho_0=\frac{p_0 M_a}{RT_0} \tag{14.14}$$

由式(14.8)，(14.11)，(14.13)，(14.14)，考虑 $p_a \gg p_w$ 取一级近似，并取$\frac{M_w}{M_a}\approx\frac{5}{8}$，有

$$\rho_0 \approx \rho\frac{p_0}{p}\left(1+\frac{3}{8}\frac{p_w}{p}\right)(1+\alpha t) \tag{14.15}$$

式中：$T=T_0(1+\alpha t)$，$\alpha=\frac{1}{273.15}℃^{-1}$，$t$ 为摄氏温度，p_w为水的蒸气压，是该温度下的饱和水蒸气压 p_s(参看附表)乘以相对湿度．

【实验装置】

1．气压计

气压计有多种式样，这里介绍一种常用的、简单的水银大气压计(福廷式气压计)，如图14－1所示．

一长约 80 cm 的玻璃管 A，上端封口，下端开口，竖直放于水银杯 B 内，水银杯可以上升或下降，玻璃管 A 套在保护用的铜管 C 内，铜管上装有水银温度计 D，铜管上端开着一个矩形的缝口 H，用来观察上方的水银面．由于玻璃管 A 内为真空，而杯 B 内水银面处的压强为大气压，所以按流体静力学原理，水银将在管 A 内上升一定高度．通过测量这个高度就能确定大气压强的数值．

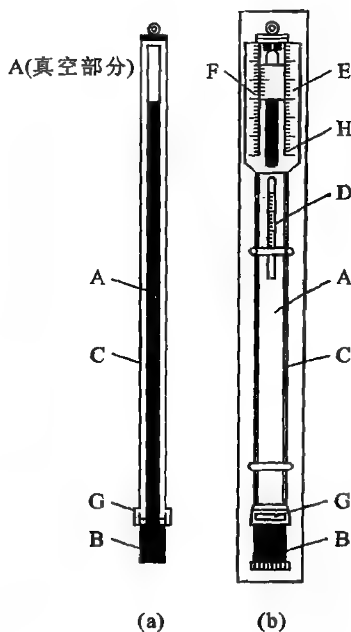


图 14－1 福廷式气压计

(a) 剖面图；(b) 外观图

测量方法如下：

(1) 记下保护管上温度计 D 指示的温度．

(2) 旋转气压计下端的水银杯 B，使其升到杯中水银面刚好触及象牙针 G 的尖端为止．若水银表面足够纯净，这时就能看到

针尖和它的影子彼此刚好相接.在适当的照明下,特别是利用放大镜助视时,这种调节可以做到很准.还要注意,当管中水银上升时,它的凸面格外凸出;反之,当下降时,它就凸得不很显著.为使凸面有正常形状,可用手指在保护管上端靠近水银面处轻轻地弹一下,使水银振动,因之就能使凸面自由地形成.

(3) 读取水银柱的高度.可把游标F升高些,以便它的下侧边缘和水银凸面间能够透光.然后降低游标,直到游标的下端面刚好与水银凸面的顶接触为止,亦即在两个边缘上刚好不透光为止,这时就可以从米尺及附加的游标上读出水银柱的高度.

(4) 精确测量时,还必须考虑下列几项修正:

① 温度的修正:由于水银及标尺的热膨胀影响读数,应作修正.设温度 t 时从气压计读得大气压强为 p_t,这时实际的大气压强 p 应为

$$p = p_t - (0.000\,182 - \beta) p_t t \tag{14.16}$$

β 是标尺材料的线膨胀系数,对于黄铜标尺,$\beta = 0.000\,019$ ℃$^{-1}$;对于不锈钢,T 在 293～373 K 时,$\beta = 1.00\times10^{-5}$℃$^{-1}$.

② 重力加速度的修正:由于不同地区纬度不同、海拔不同或其他因素造成的重力加速度 g 的数值不同,会使同样高的水银柱具有不同的压强.因此,在作精密测量时要作修正.即 p(或 p_t,以水银柱高度表示)要乘上一个因子 $\frac{g}{g_0}$,g_0 是标准重力加速度,其数值为 980.665 cm/s^2.本气压计示数为 mmHg,应将之换算为 Pa 表示,1 mmHg = 133.322 4 Pa.

③ 由于毛细作用所导致的水银面的降低,以及针尖 G 与标尺零点不一致所要求的修正,这项修正一般定期与标准气压计相比较后作为仪器常数给出.

2. 干湿球温度计

本实验用的温度计是干湿球温度计,它由两支相同的温度计 A 和 B 组成(图 14-2).其中一支的测温球 C(酒精的)上裹着细纱布,布的下端浸在水槽 D 内.由于纱布上水的蒸发吸热,温度计 B 所指示的温度要低于 A 所指示的温度.周围空气的湿度越小,蒸发越快,两支温度计示数相差就越大.各温度下温度差与相对湿度可以直接读出.有些湿度计中间有一个标尺筒 E 列出了这个表.

3. 真空系统及比重瓶

本实验中所用的比重瓶是一个带有真空活塞 3 的玻璃泡,可接在真空系统上抽气.真空系统的示意如图 14-3 所示.1,2,3 为活塞,A 为机械真空泵,B 为比重瓶.操作步骤如下:

(1) 合电闸、按电钮、开动机械泵.

(2) 拧三通活塞 1,使机械泵和待抽真空系统接通.

(3) 拧活塞 2,使机械泵和比重瓶接通(活塞 2 平常处于关闭状态).

当机械泵声音正常后(如果没有漏气,这个过程约 2～3 s),用火花检漏器的枪头对着比重瓶壁,并继续按检漏器的电门,观察比重瓶中辉光的颜色,并判断真空度的量级.

注意:火花检漏器只能断续开,并且只能短时间使用,最好不要超过 10 s.

(4) 通常比重瓶连通机械泵后抽气 3～5 min 就可以了.

(5) 比重瓶拔下后,再检漏一次,如果辉光颜色没有明显变化,或其对应的真空度不低于所要求的真空度就可拿去进行称量.称量完毕后,应再进行一次检漏,检查是否还保持真空度.

4. 电子分析天平

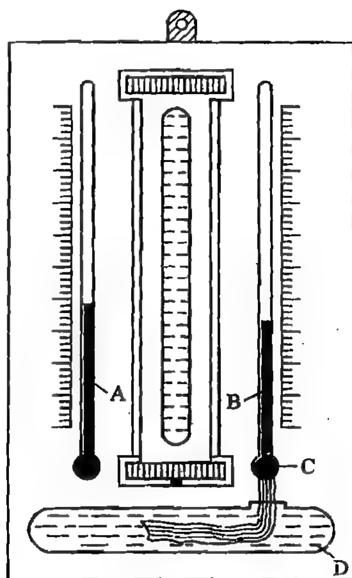


图 14－2 干湿球温度计

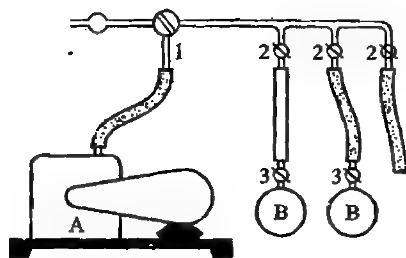


图 14－3 真空系统示意图

本实验室使用的电子分析天平是 sartorius BP221S 型，如图 14－4 所示，其称量为 220 g，分度为 0.1 mg. 天平的操作步骤、操作方法及使用注意事项请见实验室内说明板.

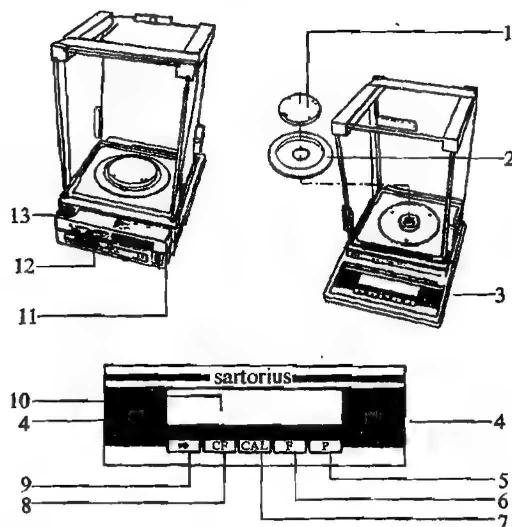


图 14－4 电子分析天平示意图

1. 称重盘 2. 防护环 3. 水平调节底脚 4. 置零和去皮键 5. 打印键(数据输出) 6. 功能键 7. 调节/校准键 8. CF 键(功能清除键) 9. 开关键(待用) 10. 重量显示 11. 直流插座 12. 数据接口 13. 水平指示

【实验内容】

(1) 将比重瓶抽真空，然后在电子分析天平上称出空瓶质量 m_1；缓慢地放入空气，测出 m_2.

(2) 测出实验室环境下的温度、大气压强和相对湿度.

(3) 分别用公式(14.2)和(14.7)算出 ρ，用公式(14.15)计算标准状态下干空气密度 ρ，并与标准值进行比较.

【思考题】

(1) 要求 ρ 的测量结果的相对误差的绝对值达到 0.1%，真空泵的真空度应为________Pa（相对误差 $=\frac{\rho-\rho'}{\rho'}$，其中 ρ 为测量值，ρ' 为相对真值或称约定真值，是假设比重瓶中的空气全部抽出后算出的空气密度值）.

(2) 如果实验室各处温度随时间改变，那么应该在________________（填什么时候）测量________________________处的温度.

(3) 在实验过程中________________不能用手握比重瓶（填什么时候，或什么操作阶段）.

(4) 如果测 m_1 后称 m_2 前，很快拧开比重瓶的活塞，使比重瓶迅速充气，进行称量. 预计结果和实验中缓慢放气操作结果有什么不同. 进行称量观察，看看与你预计的结果是否相同.

【附表】

表 14-1　冰(0 ℃以下)饱和水蒸气压 p_s(单位:Pa)与温度的关系

温度/℃	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0
-10.0	260.8	238.6	218.1	199.3	182.0	166.1	151.4	138.0	125.6	114.3
-0.0	610.7	562.6	517.8	476.4	438.0	402.4	369.4	338.9	310.8	284.8
0.0	610.7	656.6	705.5	757.7	813.1	872.2	934.9	1 001.7	1 072.6	1 147.8
10.0	1 227.8	1 312.4	1 402.3	1 497.3	1 598.1	1 704.9	1 817.9	1 937.3	2 063.6	2 196.9
20.0	2 337.8	2 486.6	2 643.5	2 809.1	2 983.6	3 167.6	3 361.3	3 565.3	3 780.0	4 005.4
30.0	4 243.3	4 493.0	4 755.3	5 030.9	5 320.1	5 623.7	5 942.2	6 276.2	6 626.3	6 993.2
40.0	7 377.4	7 779.9	8 201.1	8 641.8	9 102.9	9 584.8	10 088.6	10 615.0	11 164.9	11 739.0
50.0	12 338.3	12 963.7	13 616.1	14 296.4	15 005.6	15 744.0	16 514.6	17 315.9	18 150.5	19 019.8
60.0	19 923.7	20 865.0	21 842.2	22 859.5	23 915.4	25 013.9	26 153.8	27 337.8	28 567.0	29 842.9
70.0	31 165.4	32 538.7	33 962.5	35 438.4	36 969.0	38 552.8	40 195.4	41 895.2	43 656.4	45 478.9
80.0	47 364.1	49 314.6	51 331.1	53 419.6	55 578.1	57 807.2	60 112.4	62 492.2	64 952.0	67 490.4
90.0	70 111.6	72 818.0	75 609.8	78 490.9	81 462.6	84 527.7	87 687.5	90 944.5	94 301.6	97 761.3
100.0	101 325	104 973								

实验十五

测定媒质中的声速

【目的要求】

(1) 了解位移驻波和声压驻波的概念；
(2) 学习测定空气中声速的原理和方法；
(3) 测定空气中和水中的声速；
(4) 熟练使用示波器和信号发生器.

【仪器用具】

声速测定仪(分为空气中和水中两种),信号发生器,读出示波器,气压计,干湿球温度计,温度计.

【实验原理】

空气中的声速 v,可通过测定空气中声波波长 λ 来求得.如果已知声源振动的频率 f,则

$$v = f\lambda \tag{15.1}$$

如果空气中一个平面状声源沿与平面垂直的 x 方向做角频率为 $\omega(\omega=2\pi f)$、振幅为 a 的简谐振动,就会形成一列沿 x 方向传播的平面纵波.如果该声波在前进中遇到一个垂直于 x 方向的刚性平面,就会反射回来,与入射声波发生干涉而形成驻波.若将声源所在位置定为坐标原点,在驻波场中,坐标为 x 的空气质点,它的位移 ξ 可表示为

$$\xi = \frac{a\sin[k(l-x)]}{\sin kl}\cos \omega t \quad \left(k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{\omega}{v}\right) \tag{15.2}$$

式中:k 为波数;l 为声源与刚性平面之间距离.该式的推导见本实验的附录.对于某一确定的 l,满足 $|\sin[k(l-x)]|=1$ 的那些地方,振幅最大,称为波腹;满足 $\sin[k(l-x)]=0$ 的那些地方,称为波节;两相邻波节或波腹之间的距离 $\lambda/2$ 称为半波长.位移 ξ 还是 l 的函数.当 $|\sin kl|=1$ 时,波腹最小;当 $\sin kl=0$ 时,波腹趋于∞,这表示达到共振状态.由于声波传播中的阻尼衰减,实际上,共振时的波腹只能达到有限的数值.式(15.2)描述的驻波称为空气质点的位移驻波.

在驻波场中,空气质点位移的图像是不能直接观察到的.而声压却可以通过仪器加以观测.所谓声压就是空气中由于声扰动而引起的超出静态大气压强的那部分压强,它通常用 p 来表示.根据声学理论

$$p = -\rho_0 v^2\frac{\partial \xi}{\partial x} \tag{15.3}$$

式中:ρ_0为空气的静态密度.于是声压驻波可表示为

$$p = \rho_0 \omega v a\frac{\sin\left[k(l-x)+\frac{\pi}{2}\right]}{\sin kl}\cos \omega t \tag{15.4}$$

将空气质点的位移驻波表达式与声压驻波表达式加以比较，可以知道：在声场中空气质点位移为波腹的地方，声压为波节；而空气质点位移为波节的地方，声压为波腹．在作为反射面的刚性平面处，$x=l$，空气质点的位移恒为零，而这里的声压则恒为波腹．将 $x=l$ 代入式(15.4)，得到刚性平面处声压振幅为

$$|p(l)|=\frac{\rho_0 \omega v a}{|\sin kl|} \tag{15.5}$$

式(15.5)表明，当 l 改变时，刚性平面处的声压振幅也随之改变，其数值在极大值与极小值之间周期地变化．而当 l 改变 $\lambda/2$ 时，$|p(l)|$ 又复原，即

$$\left|p\left(l\pm\frac{\lambda}{2}\right)\right|=|p(l)|$$

刚性平面处声压振幅的大小，可以通过示波器观测．根据 $|p(l)|$ 随 l 周期变化的原理，可求出半波长 $\lambda/2$．如果声源频率已知，便可求出声速．这是第一种方法．

实际上，在发射器(声波处)和接收器(刚性平面处)之间存在的是驻波与行波的叠加．由于接收器的反射面不是理想刚性平面，它对入射声波能量有吸收以及空气对声波的吸收作用，声波振幅将随传播距离而衰减．所以，还可以通过比较声源处的声压 $p(0)$ 与刚性平面处的声压 $p(l)$ 的相位来测定声速．这是求声速的第二种方法，称为相位法或行波法．

下面，从行波的模型出发，看它们的相位差是多少．设声源发射的平面行波(用空气质点的位移来表示)为

$$\xi=a\cos(\omega t-kx)$$

由式(15.3)有

$$p(0)=-\rho_0 v\omega a\sin \omega t$$

$$p(l)=-\rho_0 v\omega a\sin(\omega t-kl)$$

$p(l)$ 比 $p(0)$ 的相位落后 kl．

分别将声源和接收器两处的电压信号接示波器的两个通道 CH_1 和 CH_2，并按下 X－Y 键，选择 X－Y 显示模式，将会在荧光屏上看到李萨如图形．随着反射面位置的变化，图形在椭圆与直线间周期地变化．当 l 的改变量为一个波长 λ 时，图形便恢复原状．根据这一原理，便可测出声波波长 λ．

另外，通过声波在理想气体中传播速度与气体状态参量的关系，也可以计算出声速．声波在理想气体中的传播可认为是绝热过程，因此传播速度可表示为

$$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \tag{15.6}$$

式中：R 为摩尔气体常量，$R=8.314\ \mathrm{J/(mol\cdot K)}$；$\gamma$ 是比热容比(气体比定压热容与比定容热容之比)；M 为摩尔质量；T 为气体的开氏温度，若以摄氏温度 θ 计算，则

$$T=T_0+\theta,\qquad T_0=273.15\ \mathrm{K}$$

代入式(15.6)得

$$v=\sqrt{\frac{\gamma R}{M}(T_0+\theta)}=\sqrt{\frac{\gamma R}{M}T_0}\cdot\sqrt{1+\frac{\theta}{T_0}}=v_0\sqrt{1+\frac{\theta}{T_0}} \tag{15.7}$$

若将空气当成理想气体来处理，对于空气介质，0 ℃时的声速 $v_0=331.45\ \mathrm{m/s}$．若同时考虑到空

气中水蒸气的影响，校准后声速公式为

$$v(\mathrm{m/s}) = 331.45\sqrt{\left(1+\frac{\theta}{T_0}\right)\left(1+\frac{0.3192\,p_w}{p}\right)} \tag{15.8}$$

式中：p_w为水蒸气的分压强，p 为大气压强．而 $p_w = p_s H$，其中 p_s为测量温度下空气中水蒸气的饱和蒸气压(可从饱和蒸气压和温度的关系表中查出，见实验十四的附表)，H 为相对湿度，可从干湿温度计上读出．

【实验装置】

声速测定仪的主要部件是两只相同的压电陶瓷换能器．其功能分别是将电能转化为声能和将声能再转化为电能．前一功能的实现是通过信号发生器给一只换能器输入一定频率和一定功率的信号，使之作为声源发出声波；后一个功能是通过另一只换能器作为声波的接收端来实现，这一只换能器还起声波反射面的作用．两只换能器分别与示波器的两个通道相连接，可以同时观测到声源信号和接收端的声压信号．测定空气中和水中声速使用不同的换能器，其谐振频率分别在 30～50 kHz 之间和 200～300 kHz 之间，它们都在超声波频率范围．两只换能器在声速测定仪上的方位可以调节，其间的距离 l 也可以调节，并可由仪器上的标尺测定．

本实验使用的信号发生器为函数信号发生器，具有功率输出功能．其输出正弦波的频率范围为 0.3 Hz～300 kHz，输出电压幅度为 50 V_{p-p}，输出电流为 1 A_{p-p}．示波器为双迹(双通道)读出示波器．关于信号发生器和示波器的原理及使用方法请分别参考本书实验五、实验二十一【附录】和实验室内的使用说明书．

【实验内容】

1．用第一种方法测空气中声速

(1) 按图 15－1 接好线路．调节两换能器端面平行，然后锁定．

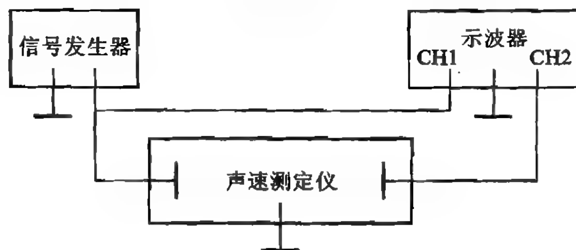


图 15－1 实验装置接线图

(2) 测定换能器的谐振频率．使两换能器间有适当距离，功率函数发生器有适当输出电压，调节示波器，使荧光屏上出现稳定的、大小适当的正弦波图形．改变信号发生器频率，并略微改变接收端位置，使正弦波有最大振幅，此时信号的频率即换能器的谐振频率 f_0，使换能器工作在谐振状态，可以提高测量的灵敏度．

(3) 将两换能器的间距 l 从大约一两个半波长起，缓慢地增加，记录下荧光屏上依次出现正

弦波振幅极大值时标尺上的示数 $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$，然后缓慢地减小间距 l，记录下依次出现正弦波振幅极大值时标尺上的示数 $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$，用逐差法处理数据，对上述两种情况分别求出 $\lambda_1/2$ 和 $\lambda_2/2$ 的平均值，再将两者平均求出 $\lambda/2$.

(4) 因为声速与温度有关，应记录下室温. 由 f_0 和 λ 求出室温条件下的声速 v.

2. 用第二种方法测空气中声速

(1) 仍按图 15－1 连接线路，将示波器的"水平显示"功能中的"X－Y"键按下，调节信号电压和示波器两个通道的增益（即"垂直偏转因数"），使示波器显示稳定的、大小适当的李萨如图形.

(2) 记录下荧光屏上依次出现相同直线时游标卡尺上的示数 $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$，用逐差法求出波长 λ 的平均值.

(3) 计算出室温条件下的声速 v.

3. 由气体参量计算出空气中声速

正确而仔细地测量室温 θ，并测出相对湿度 H，查表得出测量温度下的饱和蒸气压 p_s，从而求出 p_w 值，再测量大气压强 p，从式(15.8)求出声速值. 如考虑要简单些，也可只测量室温 θ，由式(15.7)计算声速值.

将计算出的声速值与使用上述两种实验方法所得的测量结果进行比较.

关于气压计、湿度计的仪器描述和使用方法，请参见实验十四"测定空气的密度".

4. 测定水中声速

用实验室提供的专用实验装置，测量方法与实验内容 1. 中测定空气中的声速相同. 实验中请注意尽可能满足原理要求的"边界条件"（是什么?）.

【思考题】

(1) 为什么不测量单个的 $\lambda/2$ 或 λ，而要测量多个? 在计算 $\lambda/2$ 或 λ 时，将所测数据首尾相减，再除以 $\lambda/2$ 或 λ 的个数. 这种计算方法与逐差法比较，哪一种较好?

(2) 用第一种方法，为什么要在正弦波振幅为极大时进行测量? 用第二种方法，为什么要在李萨如图形呈直线时进行测量?

【附录】

1. 公式(15.2)的推导

驻波可以看作两列反向传播的同频率行波的叠加，设该两列行波为（用复数表示）

$$\xi_1 = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - kx)}$$
$$\xi_2 = B\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t + kx)}$$

边界条件为

$$x = 0, \quad \xi = a\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$$
$$x = l, \quad \xi = 0$$

于是有方程组

$$A + B = a$$
$$A\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kl} + B\mathrm{e}^{\mathrm{j}kl} = 0$$

解出待定常数 A 和 B，就得到驻波的表达式（取实部后）

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = \frac{a \sin[k(l - x)]}{\sin kl} \cos \omega t$$

2. 声波的速度

表 15－1　气体中的声速

气体	$v/(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$		气体	$v/(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$	
	0 ℃	20 ℃		0 ℃	20 ℃
二氧化碳	259	258	氧	316	324
氮	334	348	氢	1 284	1 300

表 15－2　空气中的声速

温度/℃	0	10	20	30
$v/(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$	332	338	344	350

表 15－3　20 ℃时各种液体中的声速

液体	$v/(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$	液体	$v/(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$
水	1 480	甘油	1 920
重水	1 399	海水	1 470
煤油	1 451	乙醇	1 165
丙酮	1 192	汞	1 460

实验十六

弦上驻波实验

【目的要求】

(1) 观察在两端被固定的弦线上形成的驻波现象；了解弦线达到共振和形成稳定驻波的条件；

(2) 测定弦线上横波的传播速度；

(3) 用实验的方法确定弦线作受迫振动时的共振频率与驻波波长、张力和弦线线密度之间的关系.

(4) 对(3)中的实验结果用对数坐标纸作图、用最小二乘法作线性拟合和处理数据，并给出结论.

【仪器用具】

弦音计装置一套(包括驱动线圈和探测线圈各一个、1 kg 砝码和 6 根不同线密度的吉他弦)，信号(功率函数)发生器，数字示波器，千分尺，米尺.

【实验原理】

1. 横波的波速

横波沿弦线传播时，在维持弦线张力不变的情况下，横波的传播速度 v 与张力 T 及弦线的线密度(即单位长度的质量) μ 之间的关系为

$$v=\sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{16.1}$$

公式(16.1)的推导详见【附录】.

2. 在两端被固定的弦线上形成的驻波

考虑两列振幅、频率相同，有固定相位差，传播方向相反的简谐波

$$u_1(x,t)=A\cos\,(kx-\omega t-\varphi)$$

和

$$u_2(x,t)=A\cos(kx+\omega t)$$

式中：u 为质点在 x 处 t 时刻的位移；A 为振幅；ω 为各质点运动的角频率；k 为波数；φ 为 u_1 与 u_2之间的相位差的叠加，其合成运动为

$$u(x,t)=u_1(x,t)+u_2(x,t)=2A\cos\left(kx-\frac{\varphi}{2}\right)\cos\left(\omega t+\frac{\varphi}{2}\right) \tag{16.2}$$

由式(16.2)可见，空间各点仍以角频率 ω 做简谐振动，但振幅不同.还可见空间和时间部分是分离的，某个 x 点的振幅不随时间改变，为

$$A(x)=\left|2A\cos\left(kx-\frac{\varphi}{2}\right)\right|$$

在$\left|\cos\left(kx-\frac{\varphi}{2}\right)\right|=1$的那些点$A(x)=2A$,振幅最大,是波腹;在$\left|\cos\left(kx-\frac{\varphi}{2}\right)\right|=0$的那些点$A(x)=0$,没有振动,是波节,上述运动状态为驻波.

驻波中振动的相位取决于$\cos\left(kx-\frac{\varphi}{2}\right)$因子的正负,它每经过波节变号一次.所以,相邻波节之间各点具有相同的相位,波节两侧的振动相位相反,即相位差π.

对两端($x=0,L$)固定的弦(L为弦线的有效长度),任何时刻都有

$$(u_1+u_2)\Big|_{x=0}=0,\text{则}\cos\left(-\frac{\varphi}{2}\right)=0 \tag{16.3}$$

和

$$(u_1+u_2)\Big|_{x=L}=0,\text{则}\cos\left(kL-\frac{\varphi}{2}\right)=0 \tag{16.4}$$

由式(16.3)得$\varphi=\pi$,意味着入射波u_1和反射波u_2在固定端的相位差为π,即有半波损.在φ确定以后,式(16.4)就限制了k的取值,有$kL=n\pi(n=1,2,3,4,\cdots)$,或$\lambda=2\frac{L}{n}$.驻波的频率为

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{kv}{2\pi}=n\frac{v}{2L} \tag{16.5}$$

$$f_n\equiv nf_1\equiv n\frac{v}{2L}=\left(\frac{n}{2L}\right)\sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{16.6}$$

式中:f_1称为基频;$f_n(n>1)$称为n次谐波.

3. 共振条件

前面所述驻波是由两列振幅、频率相同,传播方向相反(即一对入射波和反射波)的简谐波叠加形成.事实上,对于两端固定的弦线上的每一列波在到达弦的另一端时都被反射.通常,多列反射波不总是同相位,并且叠加后的振幅小.然而在某些确定的振动频率下,所有的反射波有相同相位时,就会产生很大的振幅,这些频率被称作共振频率.通常当波长满足下列条件,即当

$$\lambda=2\frac{L}{n}\quad(n=1,2,3,4,\cdots) \tag{16.7}$$

时,共振现象发生.式(16.7)还可以表述为:当弦线的长度为半波长的整数倍n时,弦上形成驻波且振幅最大最稳定(这也是实验中判断驻波形成的标准).这意味着弦线被固定的两端是波节,n为弦线上驻波的波腹个数.

在此要提醒的是,非正弦信号或用手随意拨弄使弦线起振时,弦线的振动会有无穷多个圆频率.还有,若驱动信号是正弦信号,但是信号频率不是共振频率,上述波的叠加结果也不会得到稳定波形,也就不是驻波.

【实验装置】

本实验装置由三部分组成:弦音计、信号发生器和数字示波器.

1. 实验装置的主体

弦音计(sonometer)装置由吉他弦、固定吉他弦的支架和基座、琴码、砝码支架、驱动线圈和探测线圈以及砝码等组成,其示意图如图16-1所示.其中弦线所受张力的示意图请见图16-2.实验室使用的弦音计有两种型号:一种为XY-Ⅰ型弦音计,另一种为pascoWA-9611弦音计.驱动线圈和探测线圈是本装置的重要部分,驱动线圈通过信号发生器提供的一定频率的功率信号

产生交变磁力使金属弦线振动；探测线圈将弦线的振动转换成电信号，由示波器进行观察．XY－I型弦音计配套的一对线圈结构相似，都是由以永磁体为铁心，其外缠绕一定阻值的铜丝线圈组成．该装置的驱动线圈和探测线圈参数：驱动线圈为 $\phi0.4$，2.8 Ω，700 圈；探测线圈为 $\phi0.07$，3 160 Ω，14 000 圈．pascoWA－9611 型弦音计配套的驱动线圈结构与前述线圈的区别在于线圈内使用的是软铁心．

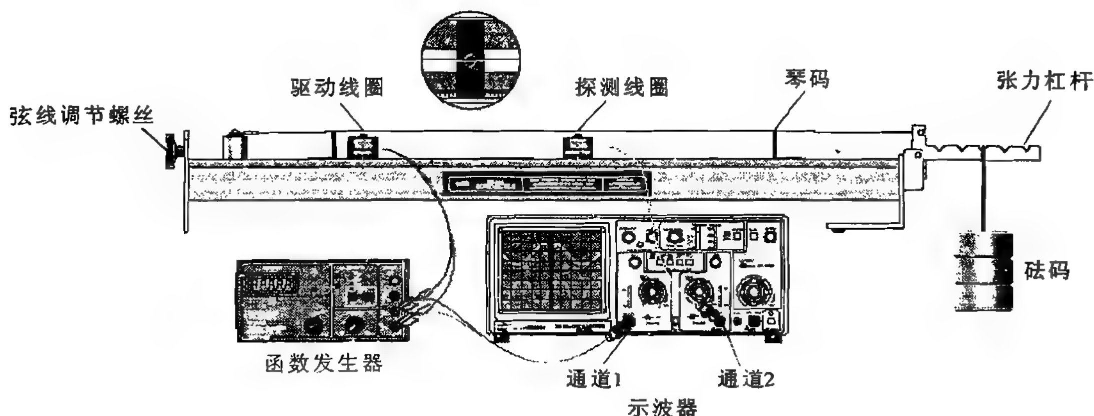


图 16－1　弦上驻波实验总装置图

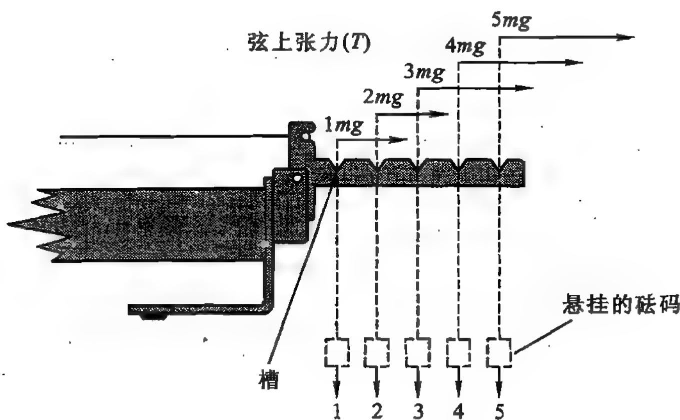


图 16－2　弦线所受张力示意图

2．信号发生器

实验室使用的仪器名称为低频功率信号发生器，型号 DF1027B，其输出信号的频率从 10 Hz 到 1 MHz，功率输出最大可达 5 W(f<200 kHz)和 10 W(f<100 kHz)．使用方法请参考实验室提供的使用说明书．本仪器是用来为驱动线圈提供上述频率范围和一定功率的正弦信号．

3．数字示波器

型号 SS7802A，双通道数字显示．使用方法请参考本书实验二十二的【附录】．本仪器用来观

察信号源的波形和显示由探测线圈接收到的弦线振动的波形,这样便可以及时观察弦线的振动现象.

【实验内容】

(1) 认识和调节仪器:

① 实验室提供的弦音计已被安装上一根弦线,请根据说明书,搞清弦音计装置中各部分的功能和作用,并进行实验前的调节;

② 用三通接头将驱动线圈分别与信号发生器和示波器的一个通道连接,将探测线圈连接到示波器的另一通道.

(2) 固定弦上的张力,调节信号发生器的输出频率,观察在两端被固定的弦线上形成的稳定的具有 $n(n=1,2,3,4,\cdots)$ 个波腹的驻波.

(3) 测定弦音计上弦线的线密度.

(4) 测定弦线上横波的传播速度.

(5) 确定弦线作受迫振动时的共振频率(只取基频)与弦线有效长度以及与张力之间的关系.

*(6) 确定弦线作受迫振动时的共振频率与弦线线密度之间的关系.

*(7) 对实验室提供的两种型号的弦音计,分别观察每种装置的驱动频率与探测频率之间的非线性关系,并通过实验数据总结出规律(可参考【参考文献】3).

【注意事项】

(1) 要满足弦线上所受张力是所期望的数值(即要保证张力杠杆的水平),请按说明书的要求认真调节.

(2) 在用示波器观察弦线的振动波形时,(由于实验装置本身性能的限制)信号发生器的输出信号尽可能小,至少不要调到电压输出指示的最大值 10 Vrms(电压有效值).

(3) 由于装置的特定结构,实验中不可避免会出现非线性现象(即驱动频率与探测频率的关系),请同学们注意识别和找到实验条件下基频信号的频率值.

(4) 实验时不要使探测线圈离驱动线圈太近,保持二者距离至少 10 cm,以避免受到干扰.

(5) 实验室备有测量弦线的线密度的专用样品,请不要将装置上的弦线卸下进行测量(注意看就会知道,装置上的弦线不能直接用来测量线密度).

数据处理要求:

对实验内容(4)、(5)中的每一个实验结果用两种方法处理数据:

① 用对数坐标纸作图和处理数据,并给出结论;

② 用最小二乘法作线性拟合和处理数据,并给出结论.

说明:用对数坐标纸作图和处理数据的方法以及用最小二乘法作线性拟合处理数据的方法请参考本书的实验八.

【参考文献】

1 赵凯华,罗蔚茵.新概念物理教程·力学.北京:高等教育出版社,1995

2　卢德馨. 大学物理学. 北京:高等教育出版社,1998(2001 重印)
3　程熹,樵春,舒达. 两端固定张紧弦“奇异”共振现象的初步研究. 物理实验,2005

【附录】

柔软弦上横波的波动方程的推导

如图 16-3 所示取一段弦,其位移是 $u(x,t)$,长度是

$$ds=\sqrt{dx^2+du^2}=dx\sqrt{1+\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2}$$

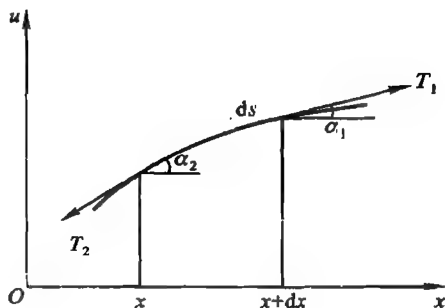


图 16-3　横波中的位移

运动方程为

$$T_1\cos\alpha_1-T_2\cos\alpha_2=0$$

$$T_1\sin\alpha_1-T_2\sin\alpha_2=(\mu ds)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

对于小振动,有

$$\cos\alpha_1\approx\cos\alpha_2\approx 1$$

$$\sin\alpha\approx\tan\alpha\approx\frac{\partial u}{\partial x},ds\approx dx$$

进一步有

$$T_1=T_2\equiv T$$

则

$$T\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{x+dx}-T\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{x}=(\mu dx)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

将上述方程在 x 处展开,则变为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0$$

这个方程是线性齐次常系数方程,其中有

$$v=\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

式中:v 是波速.

此方程也就是柔软弦上横波的波动方程.

实验十七

冷却法测定液体的比热容

【目的要求】

(1) 用实验的方法考察热学系统的冷却速率同系统与环境之间温度差的关系；
(2) 用冷却法测液体的比热容；
(3) 用最小二乘法求经验公式中直线的斜率.

【仪器用具】

测液体比热容装置.数字温度计(两台).停表,电子天平,热水,待测饱和热盐水.

【实验原理】

实验表明,一个表面温度为 T 的物体,在温度为 θ 的环境中冷却($T>\theta$),它在单位时间里散失的热量$\frac{dq}{dt}$与温差($T-\theta$)有密切关系.如果物体为热的良导体,温度变化过程为准静态过程.这种关系可表示为

$$\frac{dT}{dt}=\frac{k}{C}(T-\theta)^n \tag{17.1}$$

式中:$\frac{dT}{dt}$为物体的冷却速率;C 为物体的热容;k 为物体的散热系数,其数值与物体的表面性质、表面积、物体周围介质的性质和状态、物体温度等许多因素有关.k 的数值为负数;n 是一个大于1的数.当 $T-\theta$ 很小时,n 趋近于1.

式(17.1)称为物体的冷却定律,它是一个实验定律.k 和 n 的数值一般要由实验测定.

在我们的实验中.$T-\theta$ 大约在10~30 ℃之间,经实验测定,n 的数值约为1.5,因此

$$\frac{dT}{dt}=\frac{k}{C}(T-\theta)^{\frac{3}{2}} \tag{17.2}$$

如果实验中使环境温度 θ 保持恒定,(17.2)式可改写为

$$(T-\theta)^{-\frac{3}{2}}d(T-\theta)=\frac{k}{C}dt$$

将上式积分,可得

$$\frac{1}{\sqrt{T-\theta}}=-\frac{k}{2C}t+b=\frac{|k|}{2C}t+b \tag{17.3}$$

式中:b 为积分常数.

将实验中测得的数据作$\frac{1}{\sqrt{T-\theta}}-t$ 图,如果得到一条直线,则说明我们研究的系统的冷却

速率同系统与环境之间温度差的$\frac{3}{2}$次方成正比.

本实验通过比较两次冷却过程来测定液体的比热容.在这两次冷却过程所观测的系统中,一次包含有待测液体,另一次包含有比热容为已知的作为标准样品的液体.两次冷却过程的实验条件是完全相同的.这种具体的热学实验方法称之为冷却法.又因为它是通过比较两条冷却曲线而得到实验结果的,所以还可以称之为比较法.比较法作为一种实验方法有更广泛的应用,不仅限于热学实验领域.

下面我们利用式(17.3)来测定饱和盐水的比热容.方法是分别测出水(标准样品)和盐水(待测样品)的冷却曲线,得到

$$\left(\frac{1}{\sqrt{T-\theta}}\right)_{水}=\frac{|k'|}{2C'}t+b'$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{T-\theta}}\right)_{盐水}=\frac{|k''|}{2C''}t+b''$$

式中:C'和 C''分别为盛水和盐水时系统的热容.

实验中用同一个容器分别盛水和盐水,并保持系统的初始温度、表面积、环境温度等基本相同,则有

$$k'=k''=k$$

令 S'和 S''分别代表$\frac{1}{\sqrt{T-\theta}}-t$图中两条直线的斜率,即

$$S'=\frac{|k|}{2C'},\quad S''=\frac{|k|}{2C''}$$

可得

$$S'C'=S''C'' \tag{17.4}$$

S'和 S''可用作图法或最小二乘法求出.热容 C'和 C''分别为

$$C'=m'c'+m_1c_1+m_2c_2+\delta'C$$

$$C''=m''c_x+m_1c_1+m_2c_2+\delta''C$$

式中:m',m'',c',c_x分别为水和盐水的质量及比热容;m_1,m_2,c_1,c_2分别为内筒和搅拌器的质量及比热容;$\delta'C$,$\delta''C$是温度计浸入已知和待测液体部分的等效热容.

由于数字温度计探头进入液体部分的等效热容相对很小,可以忽略不计.于是

$$c_x=\frac{1}{m''}\left[\frac{S'C'}{S''}-(m_1c_1+m_2c_2)\right] \tag{17.5}$$

其中水的比热容 $c'=4.18\times10^3$ J/(kg·K),铜的比热容 $c_1=c_2=0.389\times10^3$ J/(kg·K).

【实验装置】

本实验所用装置是一个具有内外筒的量热器,如图 17－1 所示.为了保证环境温度 θ 变化很小,外筒用一个很大的双壁水筒作成,里面有自来水从其中不断流过,以保持恒温.内筒盛所要测的液体(或水).内筒、内筒搅拌器及液体(或水)组成我们所要考虑的系统.外筒中也有搅拌器.实验进行时要不停地缓慢搅拌.

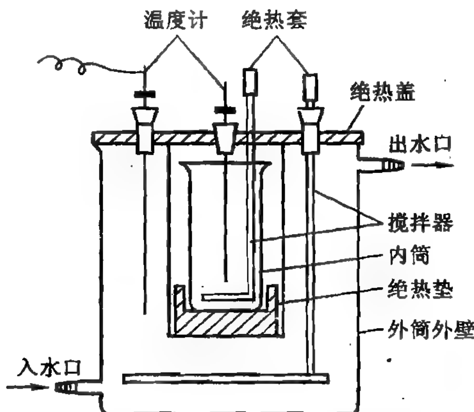


图 17－1 测定液体比热容装置图

这样的装置是要设法使系统在温度恒定的环境中冷却.

【实验内容】

用冷却法测定饱和盐水的比热容，取$(T-\theta)$为 20～30 ℃之间，每隔 1 min 记录一次 T 和 θ，对水与待测液体各测 20 min.

注意：

(1) 控制水龙头使外筒里的水装满而又不溢到外面来，并设法使 θ 尽量保持稳定.

(2) 要避免直接用火对内筒加热，这样会引起内筒表面的氧化，以致表面性质改变而使散热常数 k 发生变化.

(3) 待测液体与水的初温相差不超过 1 ℃，它们所处的环境温度 θ 应该相等；待测液体与水的体积应取得大致相等.

(4) 用搅拌器不停地轻轻搅拌，以使系统温度更快地达到均匀.

【数据处理】

(1) 在同一张坐标纸中，对水及盐水作$\frac{1}{\sqrt{T-\theta}}-t$ 图，检验是否为一直线.

(2) 取$\frac{1}{\sqrt{T-\theta}}$及相应的 t 的数据，用最小二乘法求直线斜率 S'及 S''，并由此求出 c_x.

【思考题】

(1) 本实验为什么要采用冷却水装置？在对水和盐水的两次冷却过程中，要保证哪些相同的实验条件？

(2) 实验中温度计的等效热容量($\delta'C$和$\delta''C$)是否可以忽略不计？试用实验方法粗略估计.

(3) 如何用实验的方法求出(17.1)式中的 n 值？

实验十八

直流电桥测量电阻

【目的要求】

(1) 直流电桥的基本原理；
(2) 直流电桥的灵敏度及影响它的因素；
(3) 平衡电桥测量电阻的误差来源.

【仪器用具】

电阻箱3个，指针式检流计，碳膜电位器，箱式电桥，待测电阻3个，直流稳压电源，开关，导线.

【实验原理】

直流电桥的电路图如图18－1所示. 四个电阻R_1，R_2，R_x，R_0连成一个四边形$ABCD$，每个边称作电桥的一个臂. 在四边形的对顶点A，C端加上电源E，对顶点B，D端联上检流计G. 所谓“桥”是指这两条对角线而言，它的作用是利用检流计将“桥”的两个端点(对电源而言，A，C也是“桥”)的电位直接进行比较. 当B，D两点电位相等时. 检流计中无电流通过，称电桥达到平衡. 电桥平衡时，有

$$I_g = 0$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_x}{R_0} \tag{18.1}$$

$$R_x = R_0\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \tag{18.2}$$

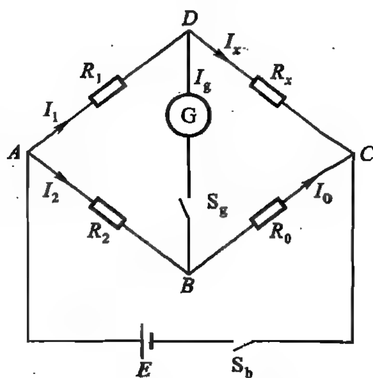


图18－1 直流电桥原理图

如果R_1，R_2，R_0均已知(或R_0和比率R_1/R_2已知)，则当电桥平衡时，由(18.2)式可求出R_x.

电桥是用比较法测电阻的仪器. 平衡公式(18.2)表明，电桥拿未知电阻与标准电阻相比较，由检流计示零来判断电桥平衡，对电源的稳定度要求不高. 只要检流计足够灵敏，用标准电阻作桥臂，被测电阻R_x就可达到同其他桥臂同样的精度. 这两个特点使电桥成为准确测量电阻的仪器.

平衡电桥测量电阻的误差有两个来源：

(1) 桥臂电阻带来的误差：平衡公式(18.2)是理想化了的，实际的电桥结构中必定会有小量接触电阻、接线电阻、漏电阻和接触电势等，但正确的设计和工艺可以保证在一定量程内忽略它们，主要还是R_1，R_2，R_0本身的误差对R_x的影响. 则R_x的测量误差可以用下列相对不确定度公

式估计：

$$\frac{\sigma_{R_x}}{R_x}=\left[\left(\frac{\sigma_{R_1}}{R_1}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{R_2}}{R_2}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{R_0}}{R_0}\right)^2\right]^{1/2} \tag{18.3}$$

式中：σ_{R_1}，σ_{R_2}，σ_{R_0}分别为 R_1，R_2和 R_0的测量不确定度，它既包含仪器误差，又包含由于测量带来的误差.

为了消除 R_1/R_2的比值的系统误差对测量结果的影响，可交换 R_0和 R_x的位置再测一次，取两次测量结果 R_{x1}和 R_{x2}的平均值作为 R_x，可得

$$R_x=(R_{x1}\cdot R_{x2})^{1/2} \tag{18.4}$$

(2) 电桥灵敏度带来的误差：在实验中，电桥是否平衡，是通过检流计指针有无偏转来判断的. 当通过检流计的电流小于 10^{-7} A 时，指针偏转小于 0.1 格. 此时电桥中 U_{BD}虽不等于零，但眼睛已经无法觉察出来了. 这表示电桥不够灵敏，它会给测量结果带来误差.（检流计的使用参见本实验附录.）

定义电桥灵敏度 S 为

$$S=\frac{\Delta n}{\dfrac{\Delta R_x}{R_x}} \tag{18.5}$$

它表示电桥平衡后，R_x的相对改变量$\left(\dfrac{\Delta R_x}{R_x}\right)$所引起的检流计偏转格数 Δn. 显然相同的$\dfrac{\Delta R_x}{R_x}$所引起的 Δn 越大，电桥的灵敏度越高. 在满足测量误差要求的范围内，适当高的电桥灵敏度 S 值，可以保证判断所得的平衡点的精确性，使由电桥灵敏度带来的误差小到满足实验要求. 过高的电桥灵敏度 S 值，对判断直流电桥的平衡并无好处，它会使 Δn 过大而无法判断桥路是否平衡. 可以证明，改变任何一个桥臂电阻得到的电桥灵敏度是相同的. 具体测量时，待测电阻 R_x是不能改变的. 我们以测量臂电阻 R_0的改变$\left(\dfrac{\Delta R_0}{R_0}\right)$来代替$\dfrac{\Delta R_x}{R_x}$.

电桥灵敏度对测量结果的影响可以这样理解：例如 $S=100$ 格 $=\dfrac{0.1\text{ 格}}{0.1\%}$，这表示电桥平衡后 R_0改变 0.1%，检流计会显示 0.1 格的偏转. 如果 R_0的改变小于 0.1%，检流计只会显示为零，即由于电桥灵敏度限制带来的误差小于 0.1%.

在此引入电桥灵敏阈的概念：电流计偏转值取分度值(1 格)的 1/5(即 0.2 格)时所对应的被测量 R_x的变化量 δR_x. 电桥灵敏阈 δR_x反映了电桥平衡判断中可能包含的误差. 由电桥灵敏度及灵敏阈的定义

$$S=\frac{\Delta n}{\dfrac{\Delta R_x}{R_x}}=\frac{0.2}{\dfrac{\delta R_x}{R_x}}$$

有

$$\delta R_x=\frac{0.2\Delta R_x}{\Delta n}=\frac{0.2R_1\cdot\Delta R_0}{\Delta n\cdot R_2} \tag{18.6}$$

考虑到桥臂电阻和灵敏度两个因素，由式(18.3)和(18.6)可得到直流电桥测量 R_x的不确定度为

$$\sigma_{R_x}=\left[(\delta R_x)^2+\left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2\sigma_{R_1}^2+\left(\frac{R_0R_1}{R_2^2}\right)^2\sigma_{R_2}^2+\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\sigma_{R_0}^2\right]^{1/2} \tag{18.7}$$

实际测量时，应该注意观察电桥灵敏度对测量的影响.

电桥灵敏度的大小与那些因素有关？由定义出发，忽略电源内阻，解基尔霍夫方程组，可以得到下面公式：

$$S=\frac{S_i\cdot E}{R_1+R_2+R_0+R_x+R_g\left(2+\dfrac{R_1}{R_x}+\dfrac{R_0}{R_2}\right)} \tag{18.8}$$

由此可见，检流计的灵敏度 S_i，电源电压 E，桥臂电阻的比例(R_1/R_x)、(R_0/R_2)及桥臂电阻之和 $R_1+R_2+R_x+R_0$，检流计的内阻 R_g都影响电桥灵敏度的大小. 因此测量时，应该根据待测电阻的值选取适当的比率臂以获得较高的电桥灵敏度. 测量中如发现电桥灵敏度偏低，可以采取相应措施来提高，如换用灵敏度更高的检流计或在桥臂电阻额定功率容许的情况下提高电源电压.

【实验内容】

1. 用箱式电桥测量 3 个未知电阻(几十欧、几百欧和几千欧电阻各 1 个)及相应的电桥灵敏度

箱式电桥电路基本与图 18－1 相同，只是把整个装置放在箱内. QJ23 型直流电桥面板外型如图 18－2(a)所示，内部接线如图 18－2(b)所示. QJ23 型直流电桥的比率臂(R_1/R_2)由一个旋钮调节，它采用十进固定值，分 0.001，0.01，0.1，1，10，100，1 000 共 7 个挡. 测量臂的标准可变电阻为一个四旋钮电阻箱，最小改变量为 1 Ω. 箱式桥的检流计有 3 个接线柱，中间的接线柱与相邻两个之间分别标有“内接”和“外接”字样，使用时，应将所备有的铜片将紧邻“外接”字样的两

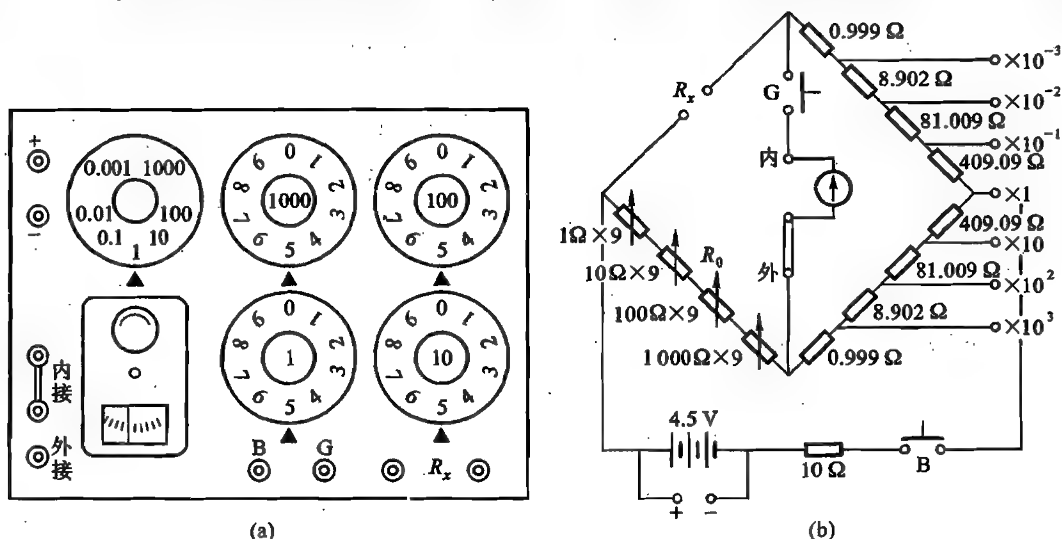


图 18－2　直流箱式电桥

(a) 外观图；(b) 内部线路图

个接线柱短接在一起.这时箱式桥接通内部检流计.使用完毕,要用铜片将紧邻“内接”字样的两个接线柱接在一起,以保护箱式桥内部检流计.此外,如果需要,也可在“外接”的两个接线柱上另外加接更加灵敏的检流计,以提高电桥的灵敏度,开关 B 和 G 相当于图 18-1 中的 S_b和 S_g.标有 R_x字的两个接线柱是用来连接待测电阻的.仪器的内部电源用 2 号干电池 3 节,约 4.5 V.若不用仪器内部的电源,可以根据需要用电桥左上方的标有“+”和“-”号的接线柱加接外部电源.

用直流电桥精确测量未知电阻 R_x时,首先应该用万用电表的电阻挡粗略测量其电阻值,然后根据此粗测的 R_x值,选定适当的比例臂(即 R_1/R_2的比值)和 R_0的值,使 $R_x=R_0(R_1/R_2)$这一关系得到满足,桥路接近平衡.通过反复调节 R_0,达到桥路平衡,由(18.2)式求出未知电阻 R_x的精确值(即有效数字位数是四位的电阻值).

(1) 用 QJ23 型直流电桥测量未知电阻:测量实验室给的 3 个待测电阻,每个电阻测量一次.因为测量臂 R_0的电阻有四个旋钮,测量结果应当有 4 位有效数字.为此根据待测电阻值正确选取比率臂数值,使能有 4 位有效数字.如待测电阻为几十欧,则比率臂应取 0.01.

(2) 测定 QJ23 型直流电桥的灵敏度:测量未知电阻 R_x时,当电桥平衡后,使比较臂电阻 R_0的值改变一个小量 ΔR_0,破坏电桥平衡,检流计相应偏转 Δn 格,例如 3~5 格,根据(18.5)式计算电桥的灵敏度.测量 3 个待测电阻时,各测一次电桥灵敏度,并估计此灵敏度对 R_x引起的测量误差是多少.

2. 用自组电桥测量未知电阻及相应的电桥灵敏度

用 3 个电阻箱和一个待测电阻如图 18-3 所示组成自组电桥,分别测量 3 个未知电阻阻值 R_x,估算其合成不确定度 ΔR_x,并测量计算相应的电桥灵敏度.

在图 18-3 中,电源电压取 $E=4$ V.对几十欧、几百欧、几千欧的待测电阻各测量一次.在保证桥路有较高灵敏度并能得到 4 位有效数字的前提下,自己确定 R_1/R_2的比值.

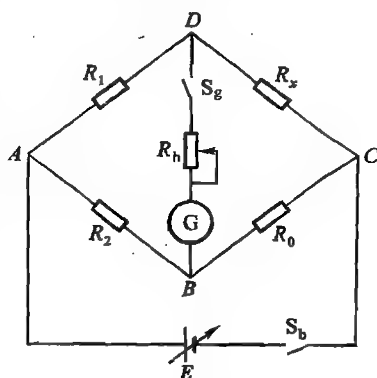


图 18-3 自组电桥

调节电桥平衡是在保护检流计的条件下使电桥逐步趋近平衡,并正确判断平衡点.为此应注意下列各点:

(1) 根据实验室给出的 R_x的粗测值及比率臂 R_1/R_2的值,确定测量臂 R_0的初始值,使得通电时电桥尽可能接近平衡.

(2) 为防止过大的电流通过检流计,测量前保护电阻 R_h应调至最大.随着电桥逐步逼近平衡,逐渐减小保护电阻 R_h的数值,直到零,保持桥路的灵敏度.

(3) 为了保护检流计,应该注意开关顺序.接通电路时,应先合 S_b,后合 S_g;断开电路时,应先断开 S_g,后断开 S_b.这一点在测量有感电阻时应特别注意.

(4) 调 R_0的过程中,检流计相邻两次偏转方向可能相同,也可能相反.分别说明 R_0是偏大还是偏小? 下一步应当怎样调节 R_0?

(5) 为了最后判断电桥是否真正达到平衡,还需要下列两种操作来检查:

① 反复通断 S_g,看检流计是否偏转(跃接法);

② 少量增减 R_0 以破坏电桥平衡，当相应的检流计偏转方向不同时，则原来的 R_0 值所得的平衡是真实的. 电桥平衡后，若从 0 到 9 改变 R_0 电阻箱的最后一位（$\times 0.1$），检流计均无偏转，继而改变 R_0 电阻箱的 $\times 1$，$\times 10$，…挡，直到检流计有可观察的偏转（0.1 格）为止，则 R_0 的有效数字就记录到这一位.

3. 了解影响直流电桥灵敏度的因素

取 $E = 4$ V，待测电阻为几百欧，$R_1 = R_2 = 100\ \Omega$，改变下列因素，观察电桥灵敏度的变化：

(1) 改变电源电压.

(2) 改变桥臂电阻. $R_1 = R_2$，取值为几十欧，几百欧，几千欧.

(3) 改变检流计灵敏度. 可以通过给检流计串并联电阻的方法减小检流计的灵敏度.

【思考题】

(1) 下列因素是否会加大测量误差？

① 电源电压大幅度下降；

② 电源电压稍有波动；

③ 在测量较低电阻时，导线电阻不可忽略；

④ 检流计零点没有调准；

⑤ 检流计灵敏度不够高.

(2) 如果按图 18－3 连好实验电路，接通电源后发现如下情况：

① 检流计指针总不偏转；

② 检流计指针总向一边偏转.

问电路有何故障？

【附录】

1. 检流计简介

检流计是一种用于检测微安级或更小电流的仪器. 它的内阻较小，如本实验中所用张丝式指针检流计的内阻约为 60 Ω，其电流计常数约为 1.6×10^{-6} A/格. 可见检流计所能承受的电压也很小，约为 0.1 mV 的量级. 实验室中所给的检流计的两个接线柱上通常连接着一个电阻，称作阻尼电阻. 它的作用是在检流计工作时，指针由于某种原因而左右摆动不停时，起着减少指针摆动次数，尽快停在平衡位置的作用，实验时不必将之取下. 当然由于阻尼电阻的接入，检流计的灵敏度略有降低，但基本上不影响测量的准确度. 在检流计使用之前应先把其指针通过调零旋钮调至零刻线处. 检流计上有一个锁扣开关，平常它是处于将指针锁定状态，以保护检流计的指针不会因种种意外原因而剧烈摆动，致使张丝扭断. 在将检流计接入桥路后开始测量前，应先将此锁扣开关拨离锁定位置，使指针处于自由运动状态. 检流计上的短路开关通常是处于打开状态，只有当检流计因某种原因指针摆动不停时，才合上短路开关使指针迅速停在零刻线处.

2. 直流电桥的测量误差简析

QJ23 型电桥的准确度等级指数为 $\alpha = 0.2$，表明在一定参考条件下（20℃附近、电源电压偏离额定值不大于 10%，绝缘电阻符合一定要求，相对湿度为 40%～60%等），电桥的基本误差极

限 ΔR_{lim}可用下式表示：

$$\Delta R_{\mathrm{lim}} = \pm \frac{\alpha}{100}\left(CR_0 + \frac{CR_N}{10}\right)$$

式中：C 是比率值，即图 14－1 中的 R_1/R_2值．第一项正比于被测电阻值，第二项是常数项．对 QJ23 型电桥，规定 R_N的值可暂取 5 000 Ω．

把 R_N代入上式，可求出 ΔR_{lim}值．在实验中我们不要求考虑实验条件偏离上述参考条件时所产生的附加变差，所以通常把基本误差极限 ΔR_{lim}的绝对值 $\Delta\alpha$ 直接当作测量结果的不确定度．可见，$\Delta\alpha$ 和等级指数 α 成正比，而 α 主要反映了电桥中各标准电阻（比率值 C 和比较臂 R_0）的准确度．等级指数 α 往往还与一定的测量范围、电源电压和电流计的条件相联系．以 QJ23 型电桥为例，这些范围和条件在它的铭牌及说明书上已经列表标出．

实验十九

非平衡电桥测量铂电阻的温度系数

【目的要求】

(1) 了解铂电阻温度传感器的温度特性；
(2) 了解电阻的三线接法以及传感器电路的静态特性；
(3) 学习非平衡电桥的测量方法；
(4) 学习测量铂电阻温度传感器电路的输出－输入特性，并测定铂电阻的温度系数.

【仪器用具】

铂电阻实验元件盒，恒流源，数字万用表(3 位半)2 块，电阻箱，数字温度计，电热杯，保温杯，导线，开关.

【实验原理】

传感器是能感受规定的被测量并按照一定的规律转换成可用输出信号的器件或装置，通常由敏感元件和转换元件组成.通过传感器将温度、压力、湿度等非电学量转换为电压等电学量进行检测，作为现代信息技术的基础——传感器技术越来越广泛地应用在非电学量测量和智能检测、自动控制系统中.使用电阻型传感器时(如温度、压力等)，经常用到非平衡电桥电路.本实验用非平衡电桥和铂电阻温度传感器组成测温电路，测量此电路的输出－输入特性，并测定铂电阻的温度系数.

1. 铂电阻温度传感器的温度特性

当温度变化时，导体或半导体的电阻值随温度而变化，这称为热电阻效应.根据电阻与温度的对应关系，通过测量电阻值的变化可以检测温度的改变，由此可制成热电阻温度传感器.一般将金属材料的电阻温度传感器称为热电阻；半导体材料的则称为热敏电阻.

通常金属材料的电阻值随温度升高而增大.这是因为温度越高，晶格振动越剧烈，从而使电子和晶格的相互作用越强，因此金属热电阻一般具有正温度系数.常用的热电阻材料有铜和铂.

工业用铂热电阻(Pt10、Pt100)广泛用来测量 －200～850 ℃ 范围的温度.在少数情况下，低温可测至 －272 ℃(1 K)，高温可测至 1 000 ℃.标准铂电阻温度计的准确度最高，可作为国际温标中 961.78 ℃ 以下内插用标准温度计.它具有准确度高、灵敏度高、稳定性好等优点.

工业铂热电阻温度特性如下：

在 －200～0 ℃ 时，有

$$R_T = R_0[1 + AT + BT^2 + C(T - 100)T^3] \tag{19.1}$$

在 0～850 ℃ 时，有

$$R_T = R_0(1 + AT + BT^2) \tag{19.2}$$

式(19.1)和式(19.2)中,R_T为温度 T 时的铂电阻阻值,R_0为 0℃时铂电阻的阻值.式中系数为

$$A=3.908\,3\times10^{-3}℃^{-1}$$
$$B=-5.775\times10^{-7}℃^{-2}$$
$$C=-4.183\times10^{-12}℃^{-4}$$

在 −200~850 ℃,B级工业铂热电阻有关技术参数①如下:

测温允许偏差/℃:$\pm(0.30+0.005|T|)$

电阻比 $W_{100}(R_{100}/R_0)$:1.385 ± 0.001

当 $T=0$ ℃时,$R_0=100\ \Omega$;$T=100$ ℃时,$R_{100}=138.5\ \Omega$

在 0~ 100 ℃范围内(19.2)式可近似为

$$R_T=R_0(1+A_1T) \tag{19.3}$$

式中:A_1为正温度系数,约 $3.85\times10^{-3}℃^{-1}$.

使用铂电阻测温时,可根据需要将其封装成不同形状的温度传感器.实验用铂电阻封装在不锈钢管中,位于前端约 1 cm 处.使用注意事项请参见附录.

2. 用非平衡电桥测量铂电阻的温度系数

使用平衡电桥可以准确地测量电阻.如果将平衡电桥电路中的待测电阻换成一个电阻型传感器.在某一条件下,先调整电桥达到平衡,当外界条件改变时,传感器阻值会有相应变化,这时电桥不再平衡,桥路两端的电压随之而变.由于桥路的非平衡电压能反映出桥臂电阻的微小变化,因此通过测量非平衡电压可以检测外界物理量的变化.

使用非平衡电桥测量铂电阻温度系数的电路如图 19-1 所示.图中 I 为恒流源;R_1,R_2为固定电阻,组成比例电阻;R_P为可调电阻,用作平衡电阻;R_T为铂电阻;U_{out}为非平衡电桥的输出电压,则

$$U_{out}=I_1R_T-I_2R_P \tag{19.4}$$

如果取 $R_1=R_2$,且 $R_1\gg R_T$,$R_2\gg R_P$,则

$$U_{out}=\frac{I_0}{2}(R_T-R_P) \tag{19.5}$$

令 R_P等于铂电阻在 0℃时的阻值 R_0,代入(19.5)式,则上式可写为

$$U_{out}=\frac{I_0}{2}\cdot\Delta R=\frac{I_0}{2}\cdot R_0\cdot A_1\Delta T \tag{19.6}$$

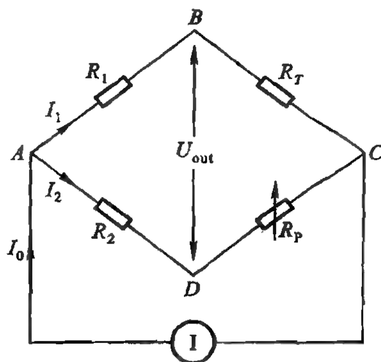


图 19-1 非平衡电桥原理图

由上式可知,如果电流 I_0保持恒定,检测 U_{out}的电压表内阻足够大,非平衡电桥输出电压 U_{out}和温度的改变量 ΔT 近似成线性关系.

3. 电阻的三线接法

使用热电阻测量时,热电阻的引出线有以下几种方式:二线式、三线式和四线式.采用二线式接法,显然导线电阻会给测量带来影响.在测量精度量要求不高、测量仪表与热电阻距离较近时,常采用二线式.

① 铂电阻的有关参数引自《常用热电偶、热电阻分度表》(1999 年中国计量出版社出版).

三线式非平衡电桥电路如图 19 - 2 所示．热电阻三线式接法分为单线端、双线端；双线端又分为电流接头和电压接头(图中 C 为电压接头，C'为电流接头)．为了分析电路，将引线电阻和接触电阻都画在图上，分别用 R_3，R_4和 R_5表示．调节 R_P使电桥达到平衡时，抵消了 R_3(包括导线电阻和接触电阻)的影响；由于 U_{out}与 ΔR 成正比，当温度改变时，R_3，R_4的影响互相抵消；R_5因串入总电流回路可忽略其影响．三线式接法简单且精度高，在远距离测量时，这种接法的优越性更为明显．

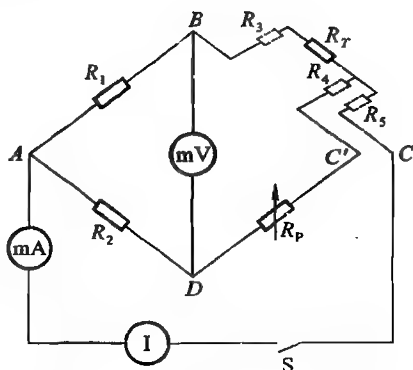


图 19 - 2　三线式非平衡电桥

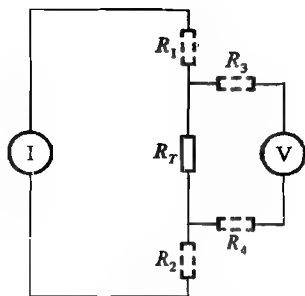


图 19 - 3　四端电阻接法

四线式接法电路如图 19 - 3 所示．与前两种方式不同，四线式不构成桥路，而使用伏安法测量．电路中采用恒流源；为了减小测量电压时的漏电流，使用高阻抗的电压表．R_1，R_2，R_3和 R_4分别是引线电阻和接触电阻．由 R_1，R_2带来的测量误差远小于铂电阻，可忽略不计，R_3，R_4因串入电压测量回路可忽略其影响．测得铂电阻阻值，查表即可知待测温度．精密测量时常采用四线式接法．有关铂电阻四线式接法的应用及铂电阻与温度的对应数值，请参见实验三十五“高温超导材料特性测试和低温温度计”．

4．传感器电路非线性特性的线性化

当传感器的输入量处于稳定状态时，传感器的输出 - 输入特性称为静态特性．静态特性包括：线性度、灵敏度、分辨率、阈值、迟滞和重复性，这里仅介绍前三项．

使用传感器进行非电量测量时，总希望被测物理量和输出电学量之间满足线性关系．然而实际中，两个物理量之间严格满足线性关系的情况并不多见．由(19.5)式可知，铂电阻阻值和温度并非严格满足线性关系．通常采取一些措施，使传感器输出 - 输入线性在一定范围内、一定条件下得以改善，这称作传感器非线性特性的线性化，在传感器应用中这是十分重要的问题．

改善传感器输出 - 输入特性的方法很多，大多是在电路上增加线性校正环节．在传感器非线性特性不十分突出时，常采用直线拟合的方法使其“线性化”．取定拟合直线的方法不止一种，其中精度最高的是使用最小二乘法拟合．本实验正是采用了这种方法．

测量传感器电路的输出 - 输入特性，以确定其对应关系，通常称作标定(或校正)．在使用传感器时，这是重要的实验步骤．本实验标定方法如下：首先在测温范围下限(如 $T = 0℃$)调节电桥平衡；再调整并测出测温范围上限(如 $T = 100℃$)的非平衡输出电压 U_{out}；然后在测温范围之内，取若干点进行线性校正，即改变温度，测量 U_{out}和 T；再将测量数据进行线性拟合，即可确定

U_{out}和 T 的对应关系，由拟合直线的斜率即可求出铂电阻的温度系数 A_1.

经过标定之后，以后测量时根据 U_{out} 即可知道待测温度. U_{out} 可以作为前级信号送到运算放大器放大，再经 A/D 转换器可制成数字温度计；也可以构成智能检测或控制系统，将 U_{out} 和 T 的拟合关系写入微处理器，使输出－输入非线性得到改善.

需要注意的是：标定时检测仪表的精度应高于被测对象. 本实验只是学习测量方法. 实验中采用了恒流源，实际应用中还常使用恒压源. 另外，由于铂电阻阻值和温度的对应数值查表可得，也可以根据 $R-T$ 的关系进行校准.

5. 传感器检测电路的灵敏度和分辨率

灵敏度：线性传感器的校准线的斜率就是静态灵敏度，它是传感器的输出量变化(Δy)和输入量变化(Δx)之比，即

$$K=\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

对于非线性传感器、其灵敏度可以用拟合直线的斜率表示. 在实验中，如果 $U_{out}-T$ 拟合直线斜率$K=0.77\ \text{mV/℃}$，其含义为：当温度变化 1℃ 时，$\Delta U_{out}=0.77\ \text{mV}$，对于非线性特别明显的传感器，其灵敏度可用 $\mathrm{d}y/\mathrm{d}x$ 来表示，显然它是 x 的函数.

传感器电路的灵敏度与传感器本身的灵敏度、检测仪表以及检测电路的有关参数有关，例如实验中电流 I_0 的大小、检测 U_{out} 的电压表的灵敏度等. 与平衡电桥类似，过分强调灵敏度高不一定是必要的. 需要注意的是电路灵敏度是否能够满足测量精度的要求，以及电路中元件、仪表精度是否匹配.

分辨率：当传感器的输入从非零的任意值缓慢增加，只有在超过某一输入增量后输出才有变化，这个输入增量称为传感器的分辨率. 分辨率说明了传感器的最小可测出的输入变量.

【实验内容】

1. 观察铂电阻的温度特性

用数字万用表测量 Pt100 铂电阻温度传感器在室温下的阻值；再用手握住传感头，观察阻值变化.

2. 恒流源的使用

恒流源与恒压源不同，当负载电阻在一定范围内变化时，输出电流保持不变. 其主要规格是：最大输出电压，电流稳定度等. 实验用恒流源最大输出电压为 18 V. 电流稳定度可达 0.1%. 为熟悉恒流源性能和使用方法可做如下模拟实验：

将一电阻箱(R 取作 1 kΩ)连到恒流源的输出端，串入电流表监测电流变化. 打开恒流源开关，量程选择 10 mA 挡，调节输出电流为 4 mA. 改变负载电阻数值(由 0～4 kΩ)，观察电流变化. 需要注意：恒流源的输出电流受到仪器最大输出电压和负载的制约，如果增大输出电流时发现电流不再变化，这表示对于这一负载. 恒流源已达到的最大输出电流，不要再继续调大了.

3. 测量铂电阻测温电路的输出－输入特性，并测定铂电阻的温度系数

电路如图 19－2 所示. 实验装置上的部分电路已连接好，用实线表示；请参考电路图自己连接其他部分连线. 电阻板上接有 R_1，R_2，Pt100 三个电阻. $R_1=R_2=9\ \text{k}\Omega$；Pt100 采用三线接法，用电阻箱作平衡电阻 R_P. 用两块数字万用表分别测量 U_{out} 和 I_0，$I_0=4\ \text{mA}$. 由数字温度计读出

温度,其使用方法见附录.

(1) 标定测温范围下限.将数字温度计和铂电阻传感器放入冰水混合物中,在 $T=0$℃ 时调节电桥平衡,记录 T,U_{out}及 R_P数值,由此确定铂电阻的 R_0数值.想一想,R_P预先取多大数值比较合适?以后实验中 R_P是否还需要调整?为什么?

铂电阻具有正温度系数,这表示在 $T=0$ ℃时调节电桥平衡后,随着温度升高 U_{out}应为正值.如果实验中发现 U_{out}为负值,是何原因?请纠正.

(2) 测量室温条件下的 T 和 U_{out}.将数字温度计和铂电阻传感器放入盛有室温水的容器中,待温度稳定后,记录 T 和 U_{out}.

(3) 测量标定测温范围上限.$T=100$ ℃时测量 T 和 U_{out}.将数字温度计和铂电阻传感器放入盛水的电热杯中,加热到水沸腾,记录 T 和 U_{out}.

(4) 改变温度,测量 T 和 U_{out}.应注意等温度稳定以后再读数.

(5) 如时间允许,可重复测量或者变换实验条件再做一次,如:改变电流 I_0、测温范围、取点间隔等.

4. 用自组铂电阻测温电路测量人体温度

将测量结果和使用数字温度计测量的结果进行比较.

*5. 测量铂电阻的 $R-T$ 关系

【注意事项】

(1) 实验中使用数字温度计测量范围为 $-20\sim125$ ℃;允差为±0.3%测量值+1 个字;分辨率为 0.1 ℃.使用方法及注意事项如下:传感器外壳为不锈钢,在测量酸碱溶液时,需加保护管.不得超范围使用.测量时应使用传感器敏感部位——前端 10 mm 以内与被测物体贴紧,以保证快速准确测量,测量液体温度时,应使传感器的 80%浸入液体内,仪器响应时间一般为几秒至几十秒,待数字稳定或显示温度与温度变化同步方可读值.仪表应尽量远离强磁场.

(2) 铂电阻温度传感器使用注意事项同上.

(3) 实验时注意,尽量将加热器具放在塑料盘内操作,避免水溅到桌面上.实验结束后,将水倒掉,用毛巾将传感器擦干,收拾好有关器具.

【数据处理】

(1) 将测量结果作 $U-T$ 图,并进行线性拟合,求出铂电阻的温度系数 A_1.

(2) 对实验结果进行误差分析,估算铂电阻温度系数 A_1的不确定度.

*(3) 分析此传感器测温电路(0～100 ℃)的灵敏度和分辨率.

【思考题】

(1) 实验中有哪些因素会引起输出－输入非线性误差?对测量的影响有多大?本实验采取了什么措施,用以改善非平衡电桥的线性?

(2) 处理实验数据时,如果发现 $U_{out}-T$ 拟合直线截距不为零,是何原因?这是否会影响测温精度?

(3) 电桥灵敏度与 I_0、检测仪表的灵敏度有关. I_0是否越大越好？实验中是否有必要用4位半数字万用表测量 U_{out}？为什么？

【参考文献】

1 张福学. 传感器应用及其电路精选. 北京：电子工业出版社，1993
2 张福学. 传感器电子学. 北京：国防工业出版社，1995

实验二十

霍尔效应测量磁场

【目的要求】

(1) 了解霍尔效应的基本原理；

(2) 学习用霍尔效应测量磁场.

【仪器用具】

霍尔效应仪，稳流电源，稳压电源，安培表，毫安表，功率函数发生器，特斯拉计，数字万用表，电阻箱，导线.

【实验原理】

1. 霍尔效应

若将通有电流的导体置于磁场 $\boldsymbol{B}$ 之中，磁场 $\boldsymbol{B}$(沿 z 轴)垂直于电流 I_H(沿 x 轴)的方向，如图 20－1 所示，则在导体中垂直于 $\boldsymbol{B}$ 和 I_H 的方向上出现一个横向电位差 U_H，这个现象称为霍尔效应.

这一效应对金属来说并不显著，但对半导体非常显著. 霍尔效应可以测定载流子浓度及载流子迁移率等重要参数，以及判断材料的导电类型，是研究半导体材料的重要手段. 还可以用霍尔效应测量直流或交流电路中的电流强度和功率以及把直流电流转成交流电流并对它进行调制、放大. 用霍尔效应制作的传感器广泛用于磁场、位置、位移、转速的测量.

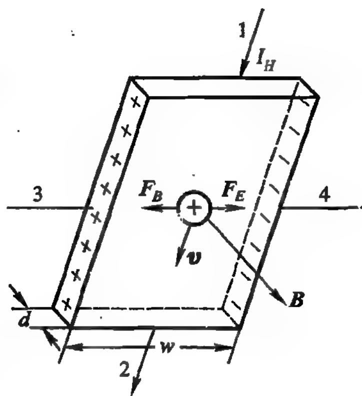


图 20－1 霍尔效应示意图
(正电荷、空穴型)

霍尔电势差是这样产生的：当电流 I_H 通过霍尔元件(假设为 P 型)时，空穴有一定的漂移速度 $\boldsymbol{v}$，垂直磁场对运动电荷产生一个洛伦兹力

$$\boldsymbol{F}_B = q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \tag{20.1}$$

式中：q 为电子电荷.

洛伦兹力使电荷产生横向的偏转，由于样品有边界，所以有些偏转的载流子将在边界积累起来，产生一个横向电场 $\boldsymbol{E}$，直到电场对载流子的作用力 $\boldsymbol{F}_E = q\boldsymbol{E}$ 与磁场作用的洛伦兹力相抵消为止，即

$$q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) = q\boldsymbol{E} \tag{20.2}$$

这时电荷在样品中流动时将不再偏转，霍尔电势差就是由这个电场建立起来的.

如果是 N 型样品，则横向电场与前者相反，所以 N 型样品和 P 型样品的霍尔电势差有不同

的符号，据此可以判断霍尔元件的导电类型.

设P型样品的载流子浓度为 p，宽度为 w，厚度为 d. 通过样品电流 $I_H = pqvwd$，则空穴的速率 $v = I_H/pqwd$，代入式(20.2)，有

$$E = |\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}| = \frac{I_H B}{pqwd} \tag{20.3}$$

上式两边各乘以 w，便得到

$$U_H = Ew = \frac{I_H B}{pqd} = R_H \frac{I_H B}{d} \tag{20.4}$$

$R_H = \frac{1}{pq}$称为霍尔系数. 在应用中一般写成

$$U_H = K_H I_H B \tag{20.5}$$

比例系数 $K_H = R_H/d = 1/pqd$ 称为霍尔元件灵敏度，单位为 mV/(mA· T)，一般 K_H愈大愈好. K_H与载流子浓度 p 成反比，半导体内载流子浓度远比金属载流子浓度小，所以都用半导体材料作为霍尔元件. K_H与片厚 d 成反比，所以霍尔元件都做得很薄，一般只有 0.2 mm 厚.

由式(20.5)可以看出，知道了霍尔片的灵敏度 K_H，只要分别测出霍尔电流 I_H及霍尔电势差 U_H，就可算出磁场的大小. 这就是霍尔效应测磁场的原理.

2. 用霍尔效应法测量电磁铁的磁场

测量磁场的方法很多，如磁通法、核磁共振法及霍尔效应法等. 其中霍尔效应法用半导体材料构成霍尔片作为传感元件，把磁信号转换成电信号，测出磁场中各点的磁感应强度. 能测量交、直流磁场，是其最大的优点. 以此原理制成的特斯拉计能简便、直观、快速地测量磁场.

电路如图 20－2 所示. 直流电源 E_1 为电磁铁提供励磁电流 I_M，通过变阻器 R_1，可以调节 I_M的大小. 电源 E_2通过可变电阻 R_2(用电阻箱)为霍尔元件提供霍尔电流 I_H，当 E_2电源为直流时，用直流毫安表测霍尔电流，用数字万用表测霍尔电压；当 E_2为交流时，毫安表和毫伏表都用数字万用表.

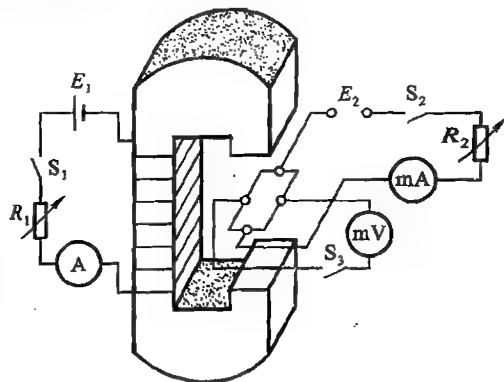


图 20－2 霍尔效应的实验电路

半导体材料有 N 型(电子型)和 P 型(空穴型)两种，前者载流子为电子，带负电；后者载流子为空穴，相当于带正电的粒子. 由图 20－1 可以看出，若载流子为电子，则 4 点电位高于 3 点电位，$U_{H3,4}<0$；若载流子为空穴，则 4 点电位低于 3 点的，电位 $U_{H3,4}>0$，如果知道载流子类型，就可以根据 U_H的正负定出待测磁场的方向.

由于霍尔效应建立电场所需时间很短(约 $10^{-12} \sim 10^{-14}$ s)，因此通过霍尔元件的电流用直流或交流都可以. 若霍尔电流为交流，$I_H = I_0 \sin \omega t$，则

$$U_H = K_H I_H B = K_H B I_0 \sin \omega t \tag{20.6}$$

所得的霍尔电压也是交变的. 在使用交流电情况下(20.5)式仍可使用，只是式中的 I_H和 U_H应理解为有效值.

3. 消除霍尔元件副效应的影响

在实际测量过程中，还会伴随一些热磁副效应，它使所测得的电压不只是 U_H，还会附加另外一些电压，给测量带来误差.

这些热磁效应有埃廷斯豪森效应，是由于在霍尔片两端有温度差，从而产生温差电动势 U_E，它与霍尔电流 I_H、磁场 $\boldsymbol{B}$ 方向有关；能斯特效应，是由于当热流通过霍尔片(如 1,2 端)在其两侧(3,4 端)会有电动势 U_N产生，只与磁场 $\boldsymbol{B}$ 和热流有关；里吉 - 勒迪克效应，是当热流通过霍尔片时两侧会有温度差产生，从而又产生温差电动势 U_R，它同样与磁场 $\boldsymbol{B}$ 及热流有关(见本实验附录).

除了这些热磁副效应外还有不等位电势差 U_0，它是由于两侧(3,4 端)的电极不在同一等势面上引起的，当霍尔电流通过 1,2 端时，即使不加磁场，3 和 4 端也会有电势差 U_0产生，其方向随电流 I_H方向而改变.

因此，为了消除副效应的影响，在操作时我们要分别改变 I_H的方向和 $\boldsymbol{B}$ 的方向，记下 4 组电势差数据(S_1,S_2换向开关"上"为正)：

当 I_H正向，$\boldsymbol{B}$ 正向时： $U_1 = U_H + U_0 + U_E + U_N + U_R$

当 I_H负向，$\boldsymbol{B}$ 正向时： $U_2 = -U_H - U_0 - U_E + U_N + U_R$

当 I_H负向，$\boldsymbol{B}$ 负向时： $U_3 = U_H - U_0 + U_E - U_N - U_R$

当 I_H正向，$\boldsymbol{B}$ 负向时： $U_4 = -U_H + U_0 - U_E - U_N - U_R$

作运算 $U_1 - U_2 + U_3 - U_4$，并取平均值，有

$$\frac{1}{4}(U_1 - U_2 + U_3 - U_4) = U_H + U_E \tag{20.7}$$

由于 U_E方向始终与 U_H相同，所以换向法不能消除它，但一般 $U_E \ll U_H$，故可以忽略不计，于是

$$U_H = \frac{U_1 - U_2 + U_3 - U_4}{4} \tag{20.8}$$

温度差的建立需要较长时间(约几秒钟)，因此如果采用交流电，使它来不及建立，就可以减小测量误差.

【实验内容】

1. 测量霍尔电流 I_H与霍尔电压 U_H的关系

将霍尔片置于电磁铁中心处，励磁电流 $I_M = 0.6$ A，调节直流稳压电源 E_2及制流电阻 R_2，使霍尔电流 I_H依次为 2 mA，4 mA，6 mA，8 mA，10 mA，测出相应的霍尔电压，每次消除副效应. 霍尔电流分别从 1,2 端(S_2键)和 3,4 端(S_3键)通入，测量相应的霍尔电压. 作 $U_H - I_H$图，验证 I_H与 U_H的线性关系.

2. 测量 K_H

学会使用特斯拉计. 特斯拉计是利用霍尔效应制成的磁强计. 霍尔探头是由极薄的半导体材料制成，很脆、易碎，操作必须小心！用毕必须立即用套管保护好.

霍尔电流保持 $I_H = 10$ mA. 由 1,2 端输入. 将特斯拉计的探头小心地伸入电磁铁间隙中心

处，励磁电流 I_M从 0.1～1.0 A，每隔 0.1 A 分别测出磁场 $\boldsymbol{B}$ 的大小和样品的霍尔电压 U_H（注意磁场方向要与探头霍尔片垂直，同学自己判断）．用公式(20.5)算出相应的 K_H．

3．测量磁化曲线

霍尔电流保持在 $I_H=10$ mA，由 1，2 端（S_2键）通入，通过电磁铁线圈的励磁电流 I_M从 0 每隔 0.2 A 变到 1.0 A，测量霍尔电压．由步骤 2 测得的 K_H计算磁场 $\boldsymbol{B}$ 的大小，从而得到磁场与励磁电流的关系 $B-I_M$曲线．测量霍尔电压时要消除副效应（励磁电流开关 S_1 及霍尔电流开关 S_2"上"为正）．

励磁电流由稳流电源供给，电压调节钮要放到足够大的位置，调节电流控制钮，当面板上"CC"指示红灯亮时表示仪器处于稳流状态，在整个测量过程中必须保持稳流状态．

4．测量电磁铁磁场沿水平方向分布

调节支架旋钮，使霍尔片从电磁铁中心处移到支架的左端．励磁电流固定在 $I_M=0.6$ A，霍尔电流 $I_H=10$ mA，调节支架使霍尔片由电磁铁左边向右慢慢进入电磁铁间隙间，由左到右测量磁场随水平 x 方向分布的 $B-x$ 曲线．x 位置由支架上水平标尺上读得（磁场随 x 方向分布不必考虑消除副效应）．

*5．交流霍尔电流 I_H测磁场

用函数发生器替代直流稳压电源 E_2，使 $f=500$ Hz，调节输出电压和限流电阻 R_2，使交流霍尔电流保持 $I_H=10$ mA，电磁铁的励磁电流依次为 0.2，0.4，0.6，0.8，1.0 A，由 1，2 端输入，测量霍尔电压 U_H．算出相应的磁场，作 $B-I_M$图．

【注意事项】

(1) 霍尔片又薄又脆，切勿用手摸．
(2) 霍尔片允许通过电流很小，切勿与励磁电流接错！
(3) 电磁铁通电时间不要过长，以防电磁铁线圈过热影响测量结果．

【思考题】

(1) 分析本实验主要误差来源，计算磁场 $\boldsymbol{B}$ 的合成不确定度（分别取 $I_M=1.0$ A，$I_H=10$ mA）．
(2) 以简图示意，用霍尔效应法判断霍尔片上磁场方向．
(3) 在测量 $B-I_M$曲线中，$I_M=0$ 时仍有较小的霍尔电压，这是为什么？
(4) 如何测量交变磁场，写出主要步骤．
(5) 如何测量电磁铁铁心磁导率，写出主要步骤和公式．

【附录】

（一）热磁副效应

在此介绍由于温度梯度存在，伴随霍尔效应而产生的一些热磁副效应．

1．埃廷斯豪森效应

1887 年埃廷斯豪森(Ettingshausen)发现当金属片铋沿 x 方向通过电流，z 方向加磁场（见

图 20-3)，则在金属片的两侧(沿 y 方向)有温度差，所产生的温度梯度与通过样品的电流与磁场成正比，即

$$\frac{\partial T}{\partial y}=PI_{H}B \tag{20.9}$$

P 称为埃廷斯豪森系数. 温度梯度引起温差电动势 U_{E}，则

$$U_{E}=U(T,T+\Delta T)$$

所以

$$U_{E}\propto I_{H}B \tag{20.10}$$

温差电动势与霍尔电流 I_{H} 及磁场 $\boldsymbol{B}$ 的方向有关.

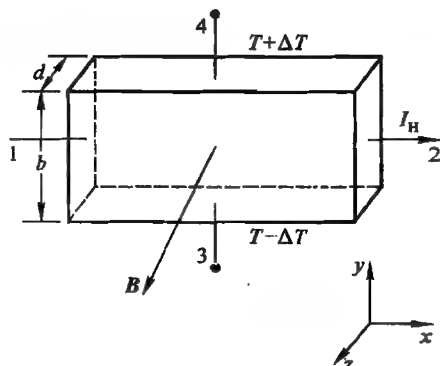


图 20-3 副效应示意图

2. 能斯特效应

能斯特(Nernst)和埃廷斯豪森在研究金属铋的霍尔效应时发现，当有热流通过霍尔片时，在热能流及磁场的垂直方向产生电动势 U_{N}. 改变磁场或热流方向，电动势方向也将改变. 这个现象称为能斯特效应.

在 P 型霍尔片中，如果样品电极 1,2 端(图 20-3)接触电阻不同，就会产生不同的焦耳热，使两端温度不同. 沿温度梯度 dT/dx 有扩散倾向的空穴受到磁场的偏转，会建立一个横向电场，与洛伦兹力相抗衡，则在 y 方向电极 3,4 之间产生电势差

$$U_{N}=-Q\frac{\partial T}{\partial x}B \tag{20.11}$$

式中：Q 称为能斯特系数.

U_{N} 的方向与磁场 $\boldsymbol{B}$ 方向有关(热流方向一定)，而与通过样品的电流 I_{H} 方向无关.

3. 里吉－勒迪克效应

1887 年里吉和勒迪克(Righi-Leduc)几乎同时发现，当有热流通过霍尔片时，与样品面垂直的磁场可以使霍尔片的两旁产生温度差，如果改变磁场方向，温度梯度的方向也随着改变.

在图 20-3 中 1,2 端(沿 x 方向)有温度梯度 $\partial T/\partial x$，热流沿 x 方向通过，在 y 方向的 3,4 端就会产生温度梯度，磁场 $\boldsymbol{B}$ 方向沿 z 方向，则有

$$\frac{\partial T}{\partial y}=S\frac{\partial T}{\partial x}B \tag{20.12}$$

S 称为里吉－勒迪克系数.

根据埃廷斯豪森效应，在 y 方向的温度差产生温差电动势 U_{R}. U_{R} 和 $\frac{\partial T}{\partial y}$ 成正比，所以 U_{R} 的方向随磁场 $\boldsymbol{B}$ 的方向而改变，与霍尔电流 I_{H} 无关.

(二) HL-4 霍尔效应仪

由西安理工大学科教仪器研究所研制开发的 HL-4 霍尔效应仪，采用霍尔效应法测量磁场. 能判断材料的导电类型，测定材料的霍尔函数，由二维调节机构测量磁场的分布.

电 磁 铁：有效磁场范围为 40 mm×20 mm，电极间隙约 5 mm

励磁电流为 0.1～1.0 A，连续可调，间断通电

气隙中心磁感应强度为 10～350 mT，连续可调

霍尔元件：工作电流为 0～10 mA(≤15 mA)

霍尔灵敏度≥1.00 mV/(mA·mT)

不等位电势差 U_0≤1.0 mV

外形尺寸：330 mm×265 mm×210 mm，质量 7.5 kg

实验二十一

RC 和 *RL* 串联电路的稳态特性

【目的要求】

(1) 观测 RC 和 RL 串联电路的幅频特性和相频特性；
(2) 学习用读出示波器测量相位差；
(3) 了解 RC 电路的滤波原理及应用.

【仪器用具】

信号发生器，读出示波器，标准电容，标准电感，电阻箱，开关.

【实验原理】

在交流电路中，电容、电感元件的阻抗都与频率有关.把简谐交流电压加到电阻、电感和电容的串联电路，当电源频率改变时，容抗和感抗随之而变.引起电路中的电流、各元件上的电压以及相位差也相应变化，这称作电路的频率特性，也称作稳态特性.电流、电压的幅值与频率的关系称为幅频特性；电流和电源电压之间以及各元件上的电压和电源电压之间的相位差与频率的关系称为相频特性.

1. RC 串联电路

电路如图 21－1 所示.令 ω 表示电源的角频率，U，I，U_R，U_C分别表示电源电压、电流、R 上的电压、C 上的电压的有效值，则

$$I=\frac{U}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \tag{21.1}$$

$$U_R=IR \tag{21.2}$$

$$U_C=\frac{I}{\omega C} \tag{21.3}$$

又令 φ 表示电流和电源电压间的相位差，则

$$\varphi=-\arctan\frac{1}{\omega CR} \tag{21.4}$$

从式(21.1)、(21.2)及(21.3)可知，当电源的频率增加时，电流 I 的幅值和 R 上的电压 U_R 幅值均增加，而 C 上的电压 U_C幅值则减小.式(21.4)表示 RC 电路的相频特性.当频率很低时，φ 接近于 $-\pi/2$；当频率很高时，φ 接近于零，即电流和电压同相位，式中负号表示电流的相位超前于电源电压.RC 电路的相频特性曲线如图 21－2 所示.

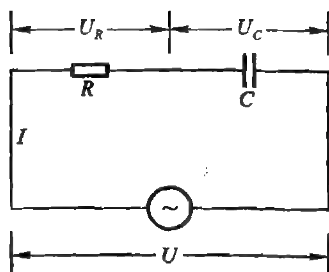


图 21 - 1 RC 串联电路

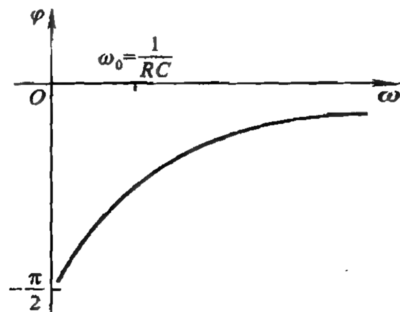


图 21 - 2 RC 的相频特性

2. *RL* 串联电路

电路如图 21 - 3 所示,有

$$I=\frac{U}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \tag{21.5}$$

$$U_R=IR \tag{21.6}$$

$$U_L=I\omega L \tag{21.7}$$

$$\varphi=\arctan\frac{\omega L}{R} \tag{21.8}$$

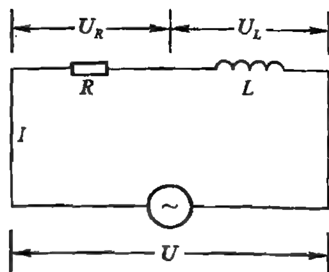


图 21 - 3 RL 串联电路

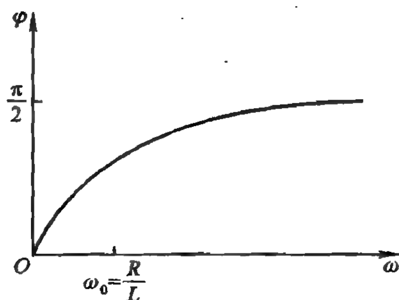


图 21 - 4 RL 的相频特性

RL 的幅频特性与 *RC* 电路相反. 当 ω 增加时, I 和 U_R 均减小, 而 U_L 则增大, *RL* 的相频特性如图 21 - 4 所示, 当 ω 低时, φ 接近于零; 当 ω 很高时, φ 接近于 $\pi/2$.

根据 *RC* 和 *RL* 电路的相频特性,可制成移相器;根据 *RC* 和 *RL* 电路的幅频特性可制成各种滤波器,在实际工作中应用普遍. *RC* 滤波器是电子线路中用途最广的基本电路. 下面分别介绍 *RC* 低通滤波和 *RC* 高通滤波电路,这里采用电子线路中对电路频率特性的分析方法,与前述方法稍有不同.

3. *RC* 低通滤波电路

RC 低通滤波电路如图 21 - 5 所示. 图中 $u_i(j\omega)$ 为输入电压, $u_o(j\omega)$ 为输出电压,二者之比称为电路的传递函数,用 $T(j\omega)$ 表示为

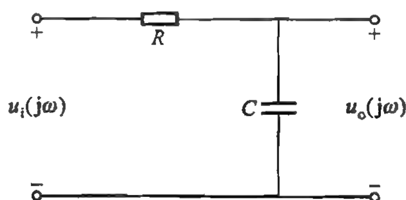


图 21－5　RC 低通滤波电路

$$T(j\omega)=\frac{u_o(j\omega)}{u_i(j\omega)}=\frac{1}{1+j\omega RC} \tag{21.9}$$

$T(j\omega)$为一复数，它的模和幅角分别为

$$|T(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}},\quad \varphi(\omega)=-\arctan\omega RC \tag{21.10}$$

令 $\omega_0=\dfrac{1}{RC}$，由上式可知

$\omega=0$ 时：　$|T(j\omega)|=1$，　$\varphi(\omega)=0$

$\omega=\omega_0$ 时：　$|T(j\omega)|=0.707$，　$\varphi(\omega)=-\dfrac{\pi}{4}$

$\omega=\infty$ 时：　$|T(j\omega)|=0$，　$\varphi(\omega)=-\dfrac{\pi}{2}$

$|T(j\omega)|$随 ω 变化称为幅频特性，$\varphi(\omega)$随 ω 变化称为相频特性，如图 21－6 所示.

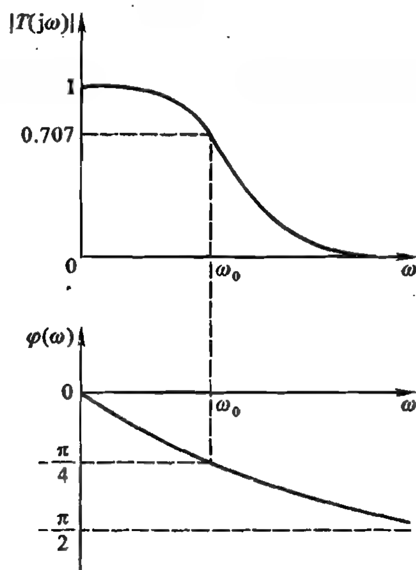


图 21－6　RC 低通滤波电路的频率特性

在实际应用中规定，输出电压下降到输入电压的 0.707 为最低限，这时 $\omega=\omega_0$. 频率范围

$0<\omega\leqslant\omega_0$称为通频带；$\omega_0$称为截止频率，又称半功率点频率，因为这时电路的输出功率已下降到输入功率的一半．

由图 21－6 及上述分析可知，当 $\omega<\omega_0$ 时，$|T(j\omega)|$变化不大，接近于 1；当 $\omega>\omega_0$ 时，$|T(j\omega)|$明显下降．此电路具有使低频信号较易通过，阻止较高频率信号的作用，常称作低通滤波电路．

4．RC 高通滤波电路

RC 高通滤波电路如图 21－7．电路的传递函数 $T(j\omega)$为

$$T(j\omega)=\frac{u_o(j\omega)}{u_i(j\omega)}=\frac{j\omega RC}{1+j\omega RC} \qquad (21.11)$$

它的模和幅角分别为

$$|T(j\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{\omega RC}\right)^2}},\ \varphi(\omega)=\arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right) \qquad (21.12)$$

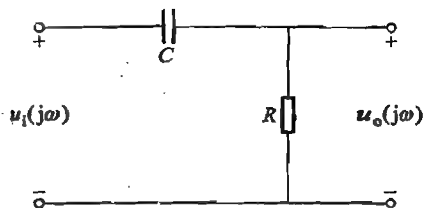


图 21－7 RC 高通滤波电路

其幅频和相频曲线如图 21－8 所示．

同样令 $\omega_0=\frac{1}{RC}$，电路的频率特性如下：

$\omega=0$ 时： $|T(j\omega)|=0$， $\varphi(\omega)=\frac{\pi}{2}$

$\omega=\omega_0$时： $|T(j\omega)|=0.707$， $\varphi(\omega)=\frac{\pi}{4}$

$\omega=\infty$时： $|T(j\omega)|=1$， $\varphi(\omega)=0$

由上述分析可知，此电路具有使高频信号较易通过而阻止较低频率信号的作用，常称为高通滤波电路．

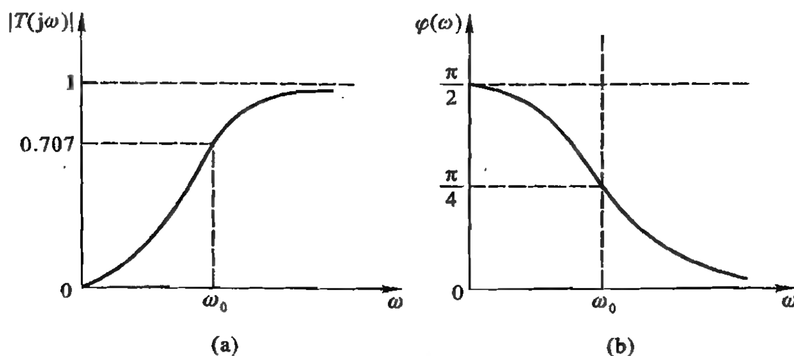


图 21－8 RC 高通滤波器的频率特性

(a) 幅频特性；(b) 相频特性

【实验内容】

1．RL 串联电路

(1) 观测 RL 电路的相频特性：电路连接如图 21－9 所示，由信号源输出正弦波作为电源电压 u. 将 u 和 u_R 分别接到示波器的两个输入通道 Y_1，Y_2. 注意如图将 u 和 u_R 两信号的公共接点作为示波器的接地端.

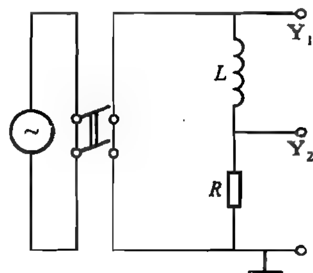


图 21－9　RL 实验电路

$L=0.1$ H，$R=500\ \Omega$. 频率可取几个特定数值，如取 $\varphi=0°$，30°，45°，60°，90°对应的频率进行测量. 其中 $\varphi=0°$，90°难以实现，可取 $f=50$ Hz，$f=5\ 000$ Hz 进行测量. 请预先估算上述相位差对应的频率. 用读出示波器法和李萨如图形法分别测量 φ.

接好电路之后，先进行粗测. 改变信号源频率，观察波形变化；然后再逐点进行测量.

(2) 观测幅频特性：元件及频率取值与(1)相同. 固定电源电压 $u_{pp}=4$ V，对每一取定频率分别测量 u_R，u_L. 应特别注意避免因 Y_1，Y_2 两输入线的接地端连到电路不同点而引起部分电路短路. 可以使用一个通道分别测量 u，u_R，u_L. 也可以令 Y_1 监测总电压 u，Y_2 测量 u_R，通过示波器的有关按钮得到 $u_L=u-u_R$. 想一想，应如何操作？这时应注意调节 Y_1，Y_2 的偏转因数相同.

2. RC 串联电路

观测 RC 电路的相频特性和幅频特性. $R=500\ \Omega$，$C=0.5\ \mu$F. 参照 RL 电路的实验内容，自己确定实验电路及操作步骤. 注意观察对比 RC 和 RL 电路特性有何异同.

3. RC 低通滤波电路

电路如图 21－5 所示. 将 u_1 和 u_2 分别接到示波器的输入通道 Y_1，Y_2. $R=500\ \Omega$，$C=0.5\ \mu$F.

(1) 观测相频特性：先确定 ω_0(如何定)；在 $\omega<\omega_0$，$\omega>\omega_0$ 各取 4 个频率，用双踪法测量相频特性.

(2) 观测幅频特性：频率取值同上，输入电压 $u_{ipp}=4$ V，测量输出电压 u_o，并计算电路传递系数的模 $|T(j\omega)|$.

*4. 半波整流滤波电路

半波整流滤波电路如图 21－10 所示. 图中交流电源电压 u_1 经变压器变换成整流电路所需要的电压 u_2，R_L，为负载电阻，u_o 为负载电压.

(1) 半波整流：电路参考图 21－10 所示. 先不并联电容，即为半波整流电路，观察分析二极管两端电压及流过其电流的波形.

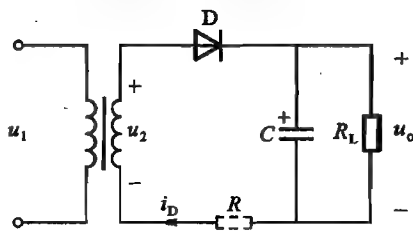


图 21－10　半波整流电路

(2) 半波整流滤波：在上述电路中并联上滤波电容 C，为观察电流波形，可串入一小电阻 R(50～100 Ω). 观察分析波形有何变化. 分析变压器输出电压 u_2 和负载电压 u_o、电流 i_D 之间的关系；注意观察二极管截止时承受的最高反向电压.

5. 分析测量数据

(1) 分析 RL 电路的相频特性：将测值与理论计算值进行比较.

(2) 分析 RL 电路的幅频特性：由 u_R，u_L 观测值计算得到总电压 u 值，与给定 $u_{pp}=4$ V 进

行比较，并分析 u_R 和 u_L 随电源变化的规律．

（3）分析 RC 低通滤波电路的频率特性：作相频特性、幅频特性曲线．

【思考题】

（1）电感的损耗电阻 R_L 是否给测量带来影响？用 RL 电路的实验测量数据分析说明．

（2）单相桥式整流电路如图 21－11 所示．由 4 个二极管可组成桥式整流电路，其电源利用率及整流电压的脉动程度显然要好于半波整流，这是工作中经常采用的整流电路．

观察分析电压 u_2，u_1 的波形及电路的工作原理．

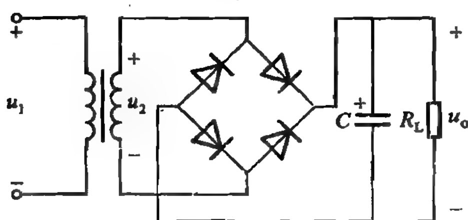


图 21－11 桥式整流电路

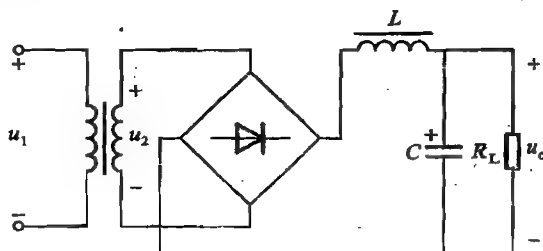


图 21－12 LC 滤波电路

（3）LC 滤波器由一个铁心电感线圈和电容组成，是工作中经常用到的滤波器之一．电路如图 21－12 所示（图中桥式整流电路采用了简化画法．）它适用于电流较大、输出电压纹波较小的情况，特别适用于高频情况．请分析解释 LC 滤波器为何具有上述特点．

（4）π 形 RC 滤波器也是工作中常用的滤波器，电路如图 21－13 所示．它的整流滤波效果更好，适用于负载电流较小而输出电压纹波很小的情况，请分析 π 形滤波器的工作原理，说明它为何具有上述特点．

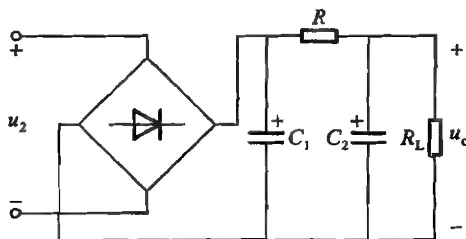


图 21－13 π 形滤波电路

【参考文献】

秦曾煌．电工学（下册）．北京：高等教育出版社，2000

实验二十二

LCR 电路的谐振现象

【目的要求】

(1) 研究 *LCR* 电路的谐振现象;

(2) 了解 *LCR* 电路的相频特性和幅频特性.

【仪器用具】

标准电感,标准电容,电阻箱,读出示波器,功率函数发生器,隔离变压器.

【实验原理】

同时具有电感和电容两类元件的电路,在一定条件下会发生谐振现象.谐振时电路的阻抗、电压与电流以及它们之间的相位差、电路与外界之间的能量交换等均处于某种特殊状态,因而在实际中有着重要的应用,如在放大器、振荡器、滤波器电路中常用作选频等.本实验中,通过 *LCR* 电路的相频特性、幅频特性的测量,着重研究 *LC* 电路的谐振现象.

1. 串联谐振

LCR 串联电路如图 22-1 所示.其总阻抗 $|Z|$、电压 u 与电流 i 之间的相位差 φ、电流 i 分别为

$$|Z|=\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2} \tag{22.1}$$

$$\varphi=\arctan\frac{\omega L-1/\omega C}{R} \tag{22.2}$$

$$i=\frac{u}{\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}} \tag{22.3}$$

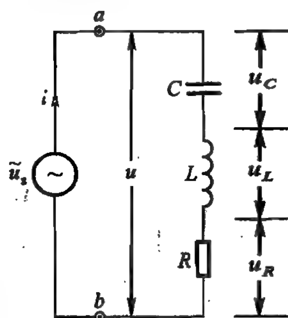


图 22-1 *LCR* 串联电路

其中 $\omega=2\pi f$ 为角频率(f 为频率),$|Z|$,φ,i 都是 f 的函数,当电路中其他元件参数取确定值的情况下,它们的特性完全取决于频率.

图 22-2(a)、(b)、(c)分别为 *LCR* 串联电路的阻抗、相位差、电流随频率的变化曲线.其中,(b)图 $\varphi-f$ 曲线称为相频特性曲线;(c)图 $i-f$ 曲线称为幅频特性曲线,它表示在总电压 u 保持不变的条件下 i 随 f 的变化曲线.相频特性曲线和幅频特性曲线有时统称为频[率]响[应]特性[曲线].

由曲线图可以看出,存在一个特殊的频率 f_0,特点为:

(1) 当 $f<f_0$ 时,$\varphi<0$,电流的相位超前于电压,整个电路呈电容性,且随 f 降低,φ 趋近于 $-\pi/2$;而当 $f>f_0$ 时,$\varphi>0$,电流的相位落后于电压,整个电路呈电感性,且随 f 升高,φ 趋近于 $\pi/2$.

(2) 随 f 偏离 f_0 越远,阻抗越大,而电流越小.

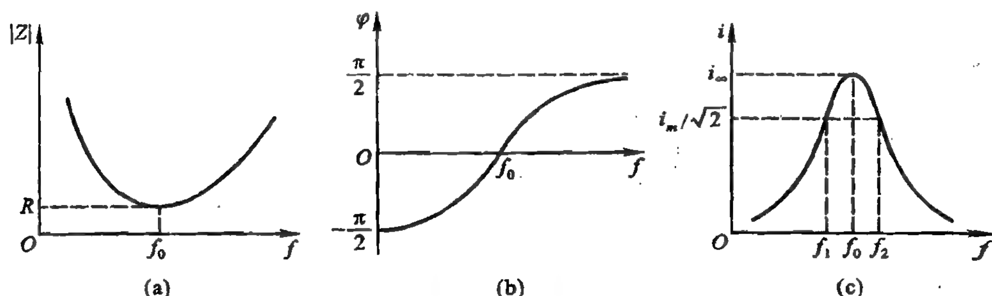


图 22－2 *LCR* 串联电路的频率特性

(a) 阻抗特性;(b) 相频特性;(c) 幅频特性

(3) 当 $\omega L-1/\omega C=0$,即

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\quad \text{或}\quad f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{22.4}$$

时,$\varphi=0$,电压与电流同相位,整个电路呈纯电阻性,总阻抗达到极小值 $Z_0=R$,而总电流达到极大值 $i_m=u/R$.这种特殊状态称为串联谐振,此时角频率 ω_0(或频率 f_0)称为谐振角频率(或谐振频率).在 f_0 处,$i-f$ 曲线有明显尖锐的峰显其谐振状态,因此,有时称它为谐振曲线.谐振时,有

$$u_L=i_m|Z_L|=\frac{\omega_0 L}{R}u,\quad \frac{u_L}{u}=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

而

$$u_C=i_m|Z_C|=\frac{1}{R\omega_0 C}u,\quad \frac{u_C}{u}=\frac{1}{R\omega_0 C}=\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

令

$$Q=\frac{u_L}{u}=\frac{u_C}{u}\quad \text{或}\quad Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{R\omega_0 C} \tag{22.5}$$

Q 称为谐振电路的品质因数,简称 Q 值.它是由电路的固有特性决定的,是标志和衡量谐振电路性能优劣的重要的参数.Q 值标志着:

(1) 储耗能特性:Q 值越大,相对[储能的]耗能越小,储能效率越高(可以证明 Q 值等于 LC 元件总储能与每周期内耗能之比的 2π 倍).

(2) 电压分配特性:谐振时 $u_L=u_C=Qu$,电感、电容上的电压均为总电压的 Q 倍,因此,有时称串联谐振为电压谐振.利用电压谐振,在某些传感器、信息接收中,可显著提高灵敏度或效率,但在某些应用场合,它对系统与人员却具有一定不安全性,故而在设计与操作中应予以注意.

(3) 频率选择性:设 f_1,f_2 为谐振峰两侧 $i=i_m/\sqrt{2}$ 处所对应频率(如图 22－2(c)所示),则 $\Delta f=f_2-f_1$ 称为**通频带宽度**,简称**带宽**.不难证明

$$Q=\frac{f_0}{\Delta f} \tag{22.6}$$

显然,Q 值越大,带宽越窄,峰越尖锐,频率选择性越好.Q 值对于放大器、滤波器的选频特性的影响甚大,因而在有关电路设计中是一个很重要的参数.

2. 并联谐振

如图 22－3 所示电路，其总阻抗 $|Z_p|$、电压 u 与电流 i 之间相位差 φ、电压 u(或电流 i)分别为

$$|Z_p|=\sqrt{\frac{R^2+(\omega L)^2}{(1-\omega^2 LC)^2+(\omega CR)^2}} \tag{22.7}$$

$$\varphi=\arctan\frac{\omega L-\omega C[R^2+(\omega L)^2]}{R} \tag{22.8}$$

$$u=i|Z_p|=\frac{u_{R'}}{R'}|Z_p| \tag{22.9}$$

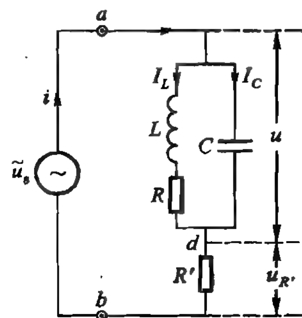


图 22－3　RLC 并联电路

显然，它们都是频率的函数．当 $\varphi=0$ 时，电流和电压同相位，整个电路呈纯电阻性，即发生谐振．由(22.8)式求得并联谐振的角频率 ω_p(或并联谐振频率 f_p)为

$$\omega_p=2\pi f_p=\sqrt{\frac{1}{LC}-\left(\frac{R}{L}\right)^2}=\omega_0\sqrt{1-\frac{1}{Q^2}} \tag{22.10}$$

式中：$\omega_0=2\pi f_0=1/\sqrt{LC}$，$Q=\omega_0 L/R=\sqrt{L/C}/R$.

可见，并联谐振频率 f_p 与 f_0 稍有不同，当 $Q\gg 1$ 时，$\omega_p\approx\omega_0$，$f_p\approx f_0$.

图 22－4(a)、(b)、(c)分别为 LCR 并联电路的阻抗、相位差、电流或电压随频率的变化曲线．由(b)图 $\varphi-f$ 曲线可见，在谐振频率 $f=f_p$ 两侧，当 $f<f_p$ 时，$\varphi>0$，电流的相位落后于电压，整个电路呈电感性；当 $f>f_p$ 时，$\varphi<0$，电流的相位超前于电压，整个电路呈电容性．显然，在谐振频率两边区域，并联电路的电抗特性与串联电路时截然相反．由(a)图 $|Z_p|-f$ 曲线和(c)图 $i-f$ 曲线可见，在 $f=f'_p$ 处(注意：f'_p 与谐振频率 f_p 稍有不同)总阻抗达到极大值，总电流达到极小值，而在 f'_p 两侧，随 f 偏离 f'_p 越远，阻抗越小，电流越大．不言而喻，这种特性，与串联电路时完全相反．(c)图 $u-f$ 曲线为在总电流保持不变的条件下，电感(或电容)两端电压 u 随频率的变化曲线．

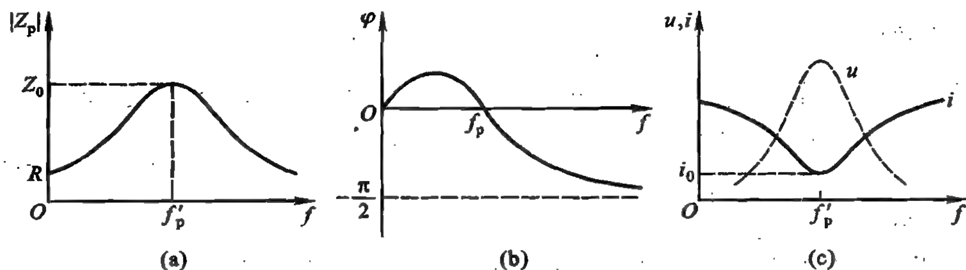


图 22－4　LCR 并联电路的频率特性

(a) 阻抗特性；(b) 相频特性；(c) 幅频特性

与串联谐振类似，可用品质因数 Q，即

$$Q_1=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{R\omega_0 C},\quad Q_2=\frac{i_C}{i}\approx\frac{i_L}{i},\quad Q_3=\frac{f_0}{\Delta f} \tag{22.11}$$

标志并联谐振电路的性能优劣，其意义也类同．不过，此时 $i_L\approx i_C=Qi$，谐振支路中的电流为总电流的 Q 倍．因此，有时称并联谐振为电流谐振．

【实验内容】

本实验用 SS7802 读出示波器测电压和相位差，关于读出示波器的使用方法见附录，在连接实验电路时，将函数发生器的正弦波输出电压接隔离变压器的初级（Ⅰ - Ⅰ端），从其次级（Ⅱ - Ⅱ端）输出电压作为 $\tilde{u}_s$，接本实验电路的 a 和 b 端做实验.

1. 测 LCR 串联电路的相频特性和幅频特性曲线

测量电路如图 22 - 1 所示. 取 $L=0.1$ H，$C=0.05$ μF，$R=100$ Ω，用 CH_1，CH_2 分别观测总电压 u 和电阻两端电压 u_R.（注意：两个通道输入线的地（黑色）端与 b 点共地.）

(1) 测相频特性曲线：用读出示波器（在双踪显示下）测出电压、电流间相位差 φ（参见公式(22.12)）. 信号频率约在 1.40 ~ 3.10 kHz 范围内，选择相应差约 ±15°，±30°，±45°，±60°，±72°，±80°所对应的频率，进行测量.

(2) 测幅频特性曲线：在总电压 $u_e=1.0$ V 或 $u_{pp}=3.0$ V 保持不变的条件下选择在 1(1) 中所选频率、再加选其相邻两频率间某一合适频率，测相应的 u_R.

(3) 在谐振频率 f_0 下，测 u_L，u_C（总电压仍取 $u_{pp}=3.0$ V）.（注意：在测 u_L，u_C 时，为防止 CH_1，CH_2 不共地而造成局部短路，去掉一个通道的输入线，只用一个通道观测.）

2. 测 LCR 并联电路的相频特性和幅频特性曲线

测量电路如图 22 - 3 所示，取 $L=0.1$ H，$C=0.05$ μF，$R'=5$ kΩ（电阻 R' 是为监测总电流 i 保持不变而串入的）. 为观测相位差 φ，把 CH_1，CH_2 的输入线地端接 d 点作共地，并用 CH_1 观测 u，用 CH_2（把其"极性转换"钮"推入"状态下）观测 $u_{R'}$（总电流 $i=u_{R'}/R'$）.（请同学自己思考：为什么"推入"?）

(1) 测相频特性曲线：参照 1.(1) 法，自行测量（选频率范围约 1.70 ~ 2.80 kHz）.

(2) 测幅频特性曲线：固定 $(u_{R'})_{pp}=2.0$ V 不变，参照 1.(2) 中方法，进行测量.

*3. 设计并实行用谐振法测定一个未知电感及其损耗电阻（限用本实验仪器）

【数据处理】

(1) 作 LCR 串联电路的 $\varphi-f$ 曲线和 $i-f$ 曲线. 用(22.5)式和(22.6)式计算出 3 个 Q 值并进行比较. 分析讨论以上结果.

(2) 作 LCR 并联电路的 $\varphi-f$ 曲线和 $u-f$ 曲线. 用(22.11)式计算出 3 个 Q 值并进行比较. 分析讨论结果.

*(3) 写出谐振法测定一个未知电感及其损耗电阻的实验原理，画电路图，写出测量步骤. 由测量数据算出结果.

【思考题】

(1) 若把图 22 - 1 中的 R 改为 500 Ω，而其他条件不变时，电路的谐振特性会有什么变化（用计算数据予以说明）?

(2) Q 表是常用的一种测量电抗元件 Q 值的仪器. 图 22 - 5 为其原理图. 待测样品为磁环上绕制的电感线圈，它等效于一个纯电感 L 和损耗电阻 r，C 为近乎无损耗的空气介质电容器，

f 为高频信号源，V，V_C 为毫伏表.

① 说明测量原理；

② 写出测量步骤；

③ 若在测某样品时，$C=330$ pF，$f_0=600$ kHz，$u=10$ mV，$u_C=1.00$ V，试求 L，r，Q 值.

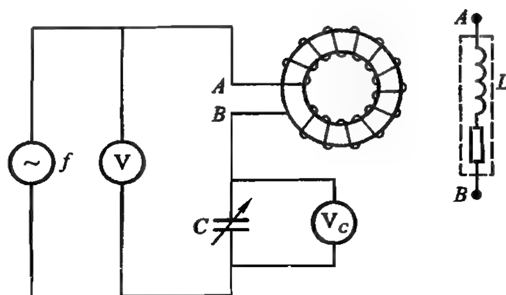


图 22－5　Q 表原理图

(3) 图 22－6 为某晶体管超外差收音机中波段的输入回路. B_1 为磁性天线线圈，$L_1=300$ μH，C_1 为可变电容器，其容量为 7/270 pF，$C_2=10$ pF(为 5/20 pF 半可调电容器)，设 a，b 两点间有分布电容 $C_0=10$ pF. 试求该波段接收信号频率范围.

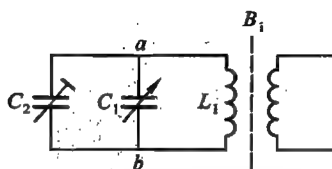


图 22－6　收音机调谐回路

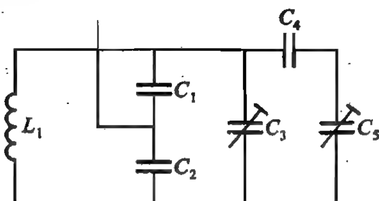


图 22－7　晶体振荡器的等效电路

(4) 图 22－7 为频率稳定度很高的某晶体振荡器中的正弦波振荡器部分的等效电路. 设谐振频率为 20 MHz，$C_1=50$ pF，$C_2=100$ pF，$C_3=C_5=10$ pF(均为 5/20 pF 半可调电容器)，$C_4=5.6$ pF. 试求电感 L_1 的值.

【附录】

读出示波器的使用

读出示波器不但具有普通示波器的各种功能，还增加了数字测量与显示功能，把示波器的工作状态、工作参数以及被测量的电压差或时间差以符号或数字的形式直接显示在屏幕上，使操作者随时了解其工作状态和测量结果，从而把示波测量变得简单易行，也提高了示波测量的精度.

读出示波器的基本工作原理与前面(实验五)的普通示波器没有差别，同样需要信号放大、扫描、同步……它们的区别是：读出示波器的工作状态如 X、Y 的偏转因子、触发源、触发电平等都显示在屏幕上；可通过屏幕上两条横向或纵向的光标线来测量光标间的电压差或时间间隔.

图 22－8 是 SS7802 型读出示波器的面板图，它可分为 9 个功能区，面板上各键钮的具体功能和操作方法参见表 22－1.

图 22－8 SS7802 型读出示波器的面板图

表 22-1 SS7802 型读出示波器键钮名称、功能、操作方法

键钮部位	英文名称	中文名称	操作方法	功能
1	POWER	电源	按下	接通～220 V 市电，再按时断开
2 屏幕调整部分	INTEN	辉度	旋转； 按	顺时针旋转时增亮(适中为宜)； 按住时，可做寻迹操作，松开后，取消寻迹状态
	READOUT	读出	旋转； 按	顺时针旋转时字符增亮(适中为宜)； 每按一次，读出字符，在显示与不显示间转换
	FOCUS	聚焦	旋转	调整扫迹、字符的清晰度
	SCALE	标尺	旋转	调整屏幕上标尺网格辉度
	TRACE ROTATION	扫迹旋转	用改锥旋转	使扫迹水平
3	CAL	校正信号	连线	输出 1 kHz，0.6 V 方波校正信号
	⊥	地端	连线	用于接地测量
4 垂直部分	CH_1，CH_2	输入端	连线	接 Y_1/Y_2 输入信号
	▲POSITION▼	垂直位移	旋转	调节扫迹的垂直位置
	CH_1，CH_2	通道	按	按 CH_1，CH_2；选择该通道示波，屏幕左下方显示该通道数 1 或 2；再按该键，就取消该通道示波
	VOLT/DIV	偏转因数	旋转；	每转一下响一声，其值在 5～2 mV/格(分 11 挡：5/2/1 V/格，500/200/100/50/20/10/5/2 mV/格)递减或递增，并在屏幕左下方显示当时偏转因数值
	VARIABLE	可调	按	按该钮设置偏转因数可调，此时，在屏幕偏转因数值前显示未校正符号“>”；再按该钮，取消可调
	DC/AC	直耦/交耦	按	直耦时，在屏幕偏转因数值后显示 V；交耦(经电容耦合)时显示 $\widetilde{V}$，每按一次，在直耦、交耦间转换
	GND	接地	按	按，该通道输入接地，在屏幕偏转因数值后显示⊥符号；再按该键，取消接地
	ADD	相加	按	按，设置相加，扫迹显示 Y_1+Y_2 波形，在屏幕通道数 2：前显示 + 号，即 +2；再按该键，取消相加
	INV	反相	按	按，Y_2 波形反相，在通道数 2：后显示↓号，若此时，设置 ADD，扫迹显示 Y_1-Y_2 波形；再按该键，取消反相

续表

键钮部位	英文名称	中文名称	操作方法	功能
5 水平部分	◀POSITION▶	水平位移	旋转;	调节扫迹的水平位置
	FINE	位移细调	按	按该键,设置水平位移细调,此时,旋转水平位移钮可作水平位移细调;再按该键,取消水平位移细调
	TIME/DIV	每格扫描时间	旋转;	每转一下响一声,其值在 500 ms/格 ~ 200 ns/格(共分 20 挡:500/200/100/50/20/10/5/2/1 ms/格,500/200/100/50/20/10/5/2/1 μs/格,500/200 ns/格)间递减或递增,并在屏幕左上方显示当时厘米扫描时间值
			按	按该钮设置厘米扫描时间可调,此时,屏幕显示未校正符号">";再按该钮,取消厘米扫描时间可调
	MAG×10	扫描放大	按	按,波形向左右放大 10 倍,在屏幕右下方显示 MAG,再按该键,取消扫描放大
	ALT CHOP	交替 切换	*按	*多通道显示时,按该键选择 ALT(交替扫描,适宜高频多道显示)或 CHOP(以 555 kHz 切换显示,适宜低频多道显示)
6 触发部发	SOURCE	触发源	每按一次,改选触发源	选择触发信号源,每按一次以 CH_1,CH_2,LINE(市电频率),EXT(外触发),VERT(选小序号通道信号做触发源)顺序,循环改选,其字符显示在屏幕左上方"每格扫描时间"后
	SLOPE	触发斜率	按	选择触发沿,上升沿 +,下降沿 -;显示在屏幕上方"触发源"后
	COUPL	触发耦合	按	每按一次,以 AC,DC,HF-R(衰减高频噪声),LF-R(衰减低频噪声)序改变耦合方式;其字符显示在屏幕上方"触发斜率"后
	TRIG LEVEL	触发电平	旋转	调它,实现触发扫描同步,此时,触发指示灯(TRIG'D)亮,波形稳定;其电平值及极性显示在屏幕上方"触发耦合"后
	略:*READY(单次触发指示灯);*TV(视频触发方式)			
7 水平显示	A	扫描显示	按	按该键,设置扫描显示方式,其字符显示在屏幕左上角
	X-Y	X-Y 显示	按	按该键,设置 X-Y 显示方式(X 轴:CH_1 信号,Y 轴:其他信号),用来观测 X-Y 函数图形;按 A 键,返回扫描显示

续表

键钮部位	英文名称	中文名称	操作方法	功能
8 扫描方式	AUTO	自动	按	若触发不成功时，自激扫描，适宜 50 Hz 以上信号观测
	NORM	常态	按	若无适当的触发信号时，不扫描；若触发源为 CH_1 或 CH_2 且其输入置 GND 时，将自激扫描，适宜各种频率信号观测
	略：* SGL/RST（单次扫描）			
9 功能部分	ΔV - Δt - OFF	电压 - 时间关闭	按	选择测量对象：ΔV 为电压量测，Δt 为时间量测，OFF 为不显示光标；两光标间 ΔV 值或 Δt 值，显示在屏幕左下方
	TCK/C2	光标设置	按	按该键设置可移动光标，每次一次，以光标 1，光标 2，跟踪（TCK）次序循环设置，被设置光标左或上端有可移动标记
	FUNCTION	功能调节	旋转按	用它可将光标移至测量位置：每转一下，光标移动一步（= 分度值 × 0.01）；每按一次，光标跳跃 25 步，连按连跳
	* HOLDOFF	* 释抑	* 按	* 按下该键选择释抑，旋转 FUNCTION 可调整释抑时间

注：有 * 号部分为非要求掌握的内容；相应键不要操作. 电压用 V 表示，是为了与仪器保持一致.

1. 参数显示

图 22 - 9 是 SS7802 型读出示波器屏幕上所显示的各种参数. 屏幕的顶端显示的是水平方向的工作状态和参数，从左至右依次为：扫描时间是否标定，“>”表示不标定，不显示“>”表示已标

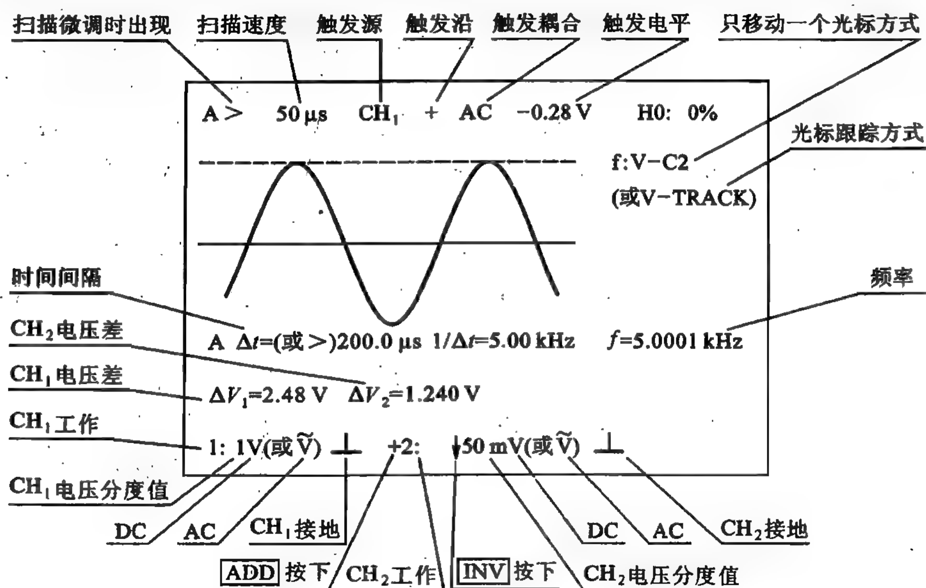


图 22 - 9 SS7802 型读出示波器屏幕上所显示的各种参数

定；扫描速度以每格的扫描所需的时间来表示，在 X－Y 工作模式时无此显示；触发源，CH_1 或 CH_2；触发斜率，上升沿触发用"＋"，下降沿触发用"－"；触发耦合方式，DC、AC 等；触发电平值以及释抑时间．屏幕最下端显示的是垂直方向的各种工作状态和参数，从左至右依次为：1：表示通道 1 处于工作状态，不工作时 1：消失；通道 1 的偏转因子，即每一格所对应的电压值；耦合方式，直流耦合时用 V，交流耦合时用 $\tilde{V}$，如接地则显示"⊥"；工作在 Y_1+Y_2 状态则显示"＋"号，反之不显示；2：表示通道 2 处于工作状态，如通道 2 处于反相状态则显示"↓"，反之不显示；通道 2 的偏转因子；耦合方式．右下角第一行显示被测信号的频率，其频率测量精度可达到 0.01％；第二行在横坐标放大时显示 MAG．读者可根据此原则来分析图 22－9 所显示的示波器的工作状态和各项参数．

2．电压和时间的测量

读出示波器还可测量电压差和时间间隔，其测量精度都是：测出值的 2％加满刻度值的 0.3％．测量时通过"电压－时间－关闭"键来设置测量的对象，并借助两条可移动光标的操作，把它们移至待测两点位置，就可测定该两点间电压[差值]或时间[间隔]，同时把测量值显示在屏幕上．操作步骤如下：

(1) 测电压：

① 按下"电压－时间－关闭"键，设置 ΔV 量测(此时，屏幕上出现两条横向的垂直测量用 V 光标 1 和 2)；

② 按下"光标设置(TCK/C2)"键，分别设置待移动光标 1 或 2(此时，在所置光标左端显示竖向可移动标记"－"，表示该光标可以竖向移动，在屏幕右上方处，功能显示为 f：V－C1 或 f：V－C2)；

③ 旋转或按"功能调节"钮，把 V 光标 1 移至低电位点、V 光标 2 移至高电位点，读出其差值 $\Delta V=V_2-V_1$．

注意：在设置移动光标时，每按一次"光标设置"键，以光标 1→光标 2→跟踪次序循环设置；在移动光标时，"功能调节"钮每旋转一下响一声竖向移动一步，步程＝偏转因数值×0.01，每按一次竖向跳移 25 步，每次行程＝偏转因数值×0.25，连按连跳；当"光标设置"为跟踪时，屏幕上功能显示为 f：V－TRACK，在两条光标左端同时显示可移动标记"－"，表示两条光标可同时移动，其间距不变．

(2) 测时间[间隔]：

① 按下"电压－时间－关闭"键，设置 Δt 量测(此时，屏幕上出现两条竖向的水平测量用 H 光标 1 和 2)；

② 按下"光标设置(TCK/C2)"键，分别设置待移动光标 1 或 2，此时，在所置光标上端显示横向可移动标记"I"，表示它可以横向移动，在屏幕右上方处，功能显示为 f：H－C1 或 f：H－C2；

③ 旋转或按"功能调节"钮，把 H 光标 1 移至左测量点、把 H 光标 2 移至右测量点，读出其差值 $\Delta t=t_2-t_1$．

注意：在移动光标时，"功能调节"钮每旋转一下响一声横向移动一步，步程＝厘米扫描时间值×0.01，每按一次横向跳移 25 步，每次行程＝厘米扫描时间值×0.25，连按连跳；当"光标设置"为跟踪时，屏幕上功能显示为 f：H－TRACK，在两条光标上端同时显示可移动标记"I"，表示

两条光标可同时移动，其间隔不变.

(3) 测频率：设置 Δt 量测，测出周期信号相邻两个同相位点间隔 $\Delta t(=T)$，其倒数 $1/\Delta t$(=频率)显示于屏幕上. 在其右侧，还有示波器内置频率计测的被观测信号频率读出值 f.

(4) 测相位差：测出同频率的两信号对应同相位点间隔 Δt，从屏幕上显示的其倒数 $1/\Delta t$ 和内置频率计读出值 f，不难算出相位差

$$\varphi=\frac{\Delta t}{T}\cdot 360^\circ=\frac{f}{1/\Delta t}\cdot 360^\circ \tag{22.12}$$

【思考题】

(1) 在用 SS7802 读出示波器进行示波测量时，遇到以下情况，使测量难以进行，如：

① 选择触发源和调节触发电平均无济于事，示波总不稳定；

② 示波扫迹宽粗且暗淡，甚至带毛刺；

③ 机内计数器乱计数. 试分析可能的原因；用什么办法去解决？

(2) 你在用 SS7802 读出示波器进行示波测量时，还遇到过什么问题？你是如何解决的？

(3) 你能读懂图 22-10 的屏幕吗？解释一下屏幕上各字符的意义. 什么键钮的操作使该字符改变(出现、消失或数值变化)？

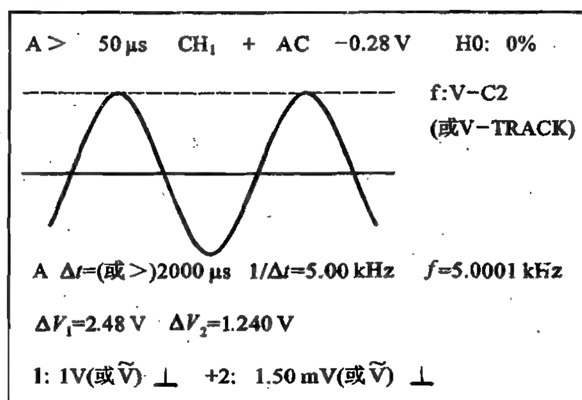


图 22-10

实验二十三

弗兰克－赫兹实验

【目的要求】

(1) 了解弗兰克－赫兹用伏－安法证明原子存在能级的原理和方法；
(2) 学习用伏－安法测量非线性器件；
(3) 学习微电流的测量.

【仪器用具】

弗兰克－赫兹管(充汞或氩)，F－H 管电源(三组直流电源，供灯丝和各栅极间的偏压)，扫描电源和微电流放大器(DC:0～90 V，电流范围 10^{-8}，10^{-7}，10^{-6}A)，电炉及控温仪.

【实验原理】

1. 弗兰克－赫兹实验

弗兰克－赫兹最初使用的实验装置如图 23－1 所示，图中采用的是三栅极式 F－H 管，管内充汞、氩等原子态气体. 阴极 K 通电后发射热电子，栅极 g 与阴极 K 之间加一可调的正电压 U_{Kg}，阴极发射的电子在 K－g 间被加速，增加了动能并与管内的气体碰撞，板极 p 与栅极 g 之间加一反向偏压 U_{gp}以阻止沿电场方向动能小于 $|eU_{gp}|$ 的电子到达板极 p. 弗兰克－赫兹最初充的是汞气，在适当的气压下 U_{Kg}与 I_p之间呈现如图 23－2 所示的关系. 它们的伏－安特性有明显的周期性，各极大值之间的间距均为 4.9 V.

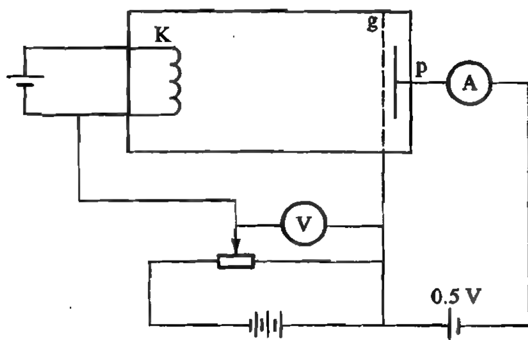


图 23－1　弗兰克－赫兹实验装置示意图

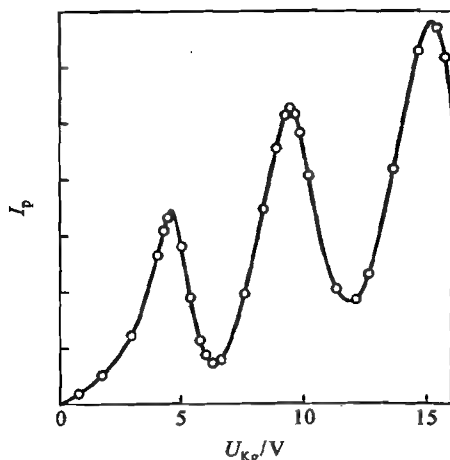


图 23－2　弗兰克－赫兹实验得到的管流与加速电压图

电流的周期性来源于电子与气体原子间的碰撞．电压从零开始增加时，电子动能也随之增加，射向阳极的电子数也增加，这时虽然电子与汞原子间有碰撞，但这时属于弹性碰撞，电子并不损失能量因而电流随电压增加而增加．当电压超过 4.9 V 时，电流突然下降说明电子与汞原子发生了非弹性碰撞，电子使汞原子从基态跃迁到激发态，电子因损失了动能而不能克服反向电压 U_{gp} 的阻滞到达板极 p，从而电流下降．如电压继续增加，发生非弹性碰撞后的电子动能继续增加，当电子的动能大于 $|eU_{gp}|$ 时，它就能到达板极 p，从而使电流上升．当电压超过 $2\times4.9\ V=9.8\ V$ 时，电子与汞原子又发生非弹性碰撞，电流再次下降．这样多次重复就形成了图 23－2 的特性曲线．

弗兰克和赫兹除测量周期为 4.9 V 的伏－安特性外，还拍摄到与能量相对应波长为 253.7 nm的光谱线．他们的实验完成于 1914 年，第一次从实验上支持了原子能级的概念．1920 年弗兰克对实验装置作了改进，提高了分辨率，测到了汞原子较高的激发能级和电离能，进一步证明了原子能级是量子化的，为此弗兰克和赫兹获得了 1925 年的诺贝尔物理奖．

图 23－3 为汞原子邻近基态的能级图．汞原子基态为两个 6s 电子组成的 $^1s_0$ 态．较近的激发态是由一个 s 电子和一个 p 电子构成的 $^1p_1$ 态单能级及由 $^3p_2$，$^3p_1$ 和 $^3p_0$ 组成三重态能级．其中 $^1s_0$ 和 $^3p_1$ 之间的能量差为 4.9 eV，与实验结果一致．$^1s_0$ 和 $^3p_0$ 之间能量差为 4.7 eV，小于 4.9 eV，在实验中却没有出现．这是由于 $^3p_1$ 能级的寿命很短，约在 10^{-8}s 之内，电子将汞原子碰撞到 $^3p_1$ 态后很快以自发辐射的方式退激到基态，并发射 $\lambda=4.9\ eV/hc=253.7\ nm$ 的紫外光，电子可不断地将它激发到 $^3p_1$ 态．而 $^3p_0$ 的寿命很长，约为 10^{-3}s，是亚稳态，$^3p_0\rightarrow{}^1s_0$ 是禁戒跃迁，故碰撞到 $^3p_0$ 态的汞原子很快就处于饱和状态，因而在实验中观察不到 4.7 eV 的吸收峰．

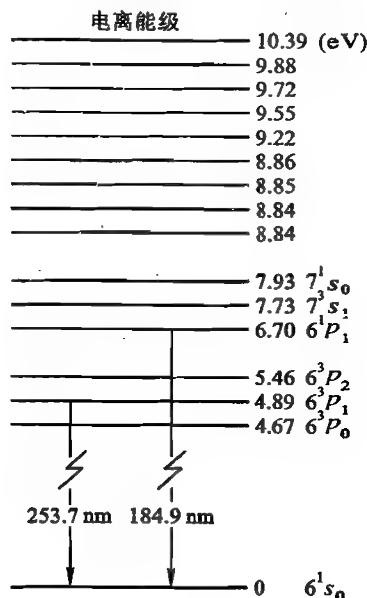


图 23－3　汞原子能级简图

2．微弱电流放大器

弗兰克－赫兹实验中达到板极的电流极弱，约为 $10^{-8}\sim10^{-7}$A，对电流计的灵敏度要求较高．虽然传统的用电流通过线圈在磁场中受力偏转的方法（光电检流计）也可以测到 $10^{-8}\sim10^{-7}$A，但更弱的电流用这种办法就不行了，且电流计的内阻较大（$10^2\sim10^3\ \Omega$）对原电路有影响．

目前弱电流测量中最常用的是弱电流放大器，其基本电路如图 23－4 所示．图中 K 为运算放大器，其开环增益为 G，输入阻抗为 R_i，R_f 为反馈电阻，改变 R_f 可改变放大器的量程，I 为被测电流，U_o 为输出电压．I_f 为通过反馈电阻 R_f 的电流，I_i 为通过输入阻抗的电流．由于 $U_+=0$ V，因而 $U_-\approx U_+\approx0$ V，而一般输入阻抗 R_i 较

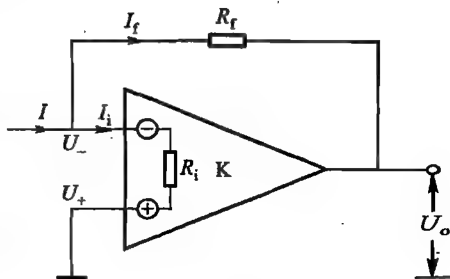


图 23－4　弱电流放大器示意图

高，故 I_i 可忽略不计，所以 $I_f = I$. 输出电压 U_o 与 I 的关系为

$$U_o = R_f I \quad 即 \quad I = \frac{U_o}{R_f} \tag{23.1}$$

整个电路的输入阻抗 Z_i 为

$$Z_i \approx \frac{R_f}{G} \tag{23.2}$$

由式(23.1)可知，改变 R_f 就可以改变电流计的量程. 若放大器的增益 G 为 10^6，R_f 取 10 MΩ，$I = 10^{-8}$ A，则 $U_o = 0.1$ V，$Z_i = 10$ Ω，因而它具有高灵敏度低内阻的优点. 实际使用时还应注意正确接地，以免引进干扰.

【实验装置】

测量第一激发能级的实验所用仪器如图 23 - 5 所示，它采用的是四栅极式 F - H 管. 此管采用傍热式加热，灯丝 F 和阴极 K 是分离的. 灯丝加热后使阴极 K 发射电子，K 上涂敷的特殊物质使其发射系数远大于直热式阴极. 控制灯丝电压 U_F 可改变灯丝的温度，从而控制发射电子的多寡. 测第一激发态时，第一栅极 g_1 的电位略高于阴极 K 的电位，用于消除热发射电子在阴极附近的空间电荷效应(电子堆积)，改变电压 U_{Kg1} 可控制阴极发射电子流的强弱. 第二栅极 g_2 与阴极 K 之间加一可变正电压，它使电子获得能量，速度加快并在这个区域内不断与原子发生碰撞. 减速电压 U_{g_2p} 的作用是使到达第二栅极 g_2 处的能量较低的电子不能达到板极 p，即刚在 g_2 附近发生了非弹性碰撞动能小于 eU_{g_2p} 的电子不能到达 p. 减速电压 U_{g_2p} 越高，板流 I_p 越小.

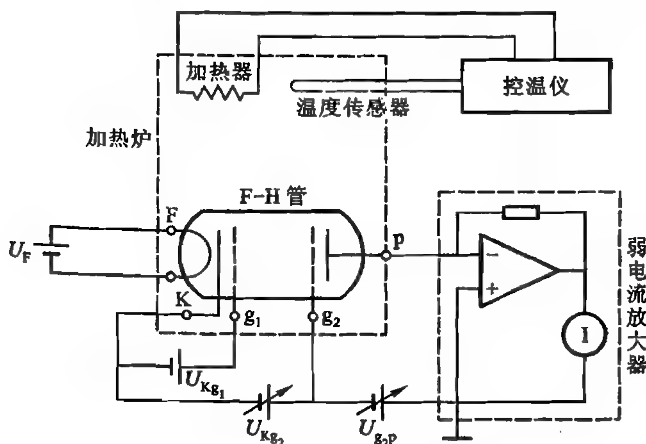


图 23 - 5　四栅式 F - H 管示意图

F - H 管内的气体的密度对测量结果有重要影响. 气体密度高，电子的自由程小，电子与气体原子碰撞的概率增加，曲线的起伏大、峰 - 谷比增大；气体密度低，电子的自由程大，碰撞概率减小，曲线的起伏小，峰 - 谷比减小. 对充惰性气体的 Ar 管来讲，室温状态就能正常工作，而对汞管而言，管温要达 180℃ 左右才能得到满意的峰 - 谷比. 因而用 Hg 管时需一加热炉，炉温由控温仪控制.

实验仪器由三部分组成：

(1) 加热炉和控温仪：炉中央有F-H管，温度传感器从炉顶小孔插入，其高度应与F-H管的高度一致以减小测量误差．控温仪上有温度设定旋钮，加热30 min后，炉温可达预定的温度，控温仪的精度为±0.5℃．F-H管各电极的接线柱位于炉子的面板，如图23-6所示．

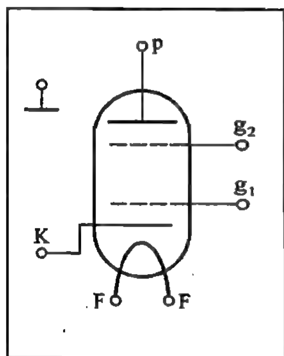


图23-6 加热炉面板上接线柱位置图

(2) 电源组：它包括三组独立的稳压电源，分别为供灯丝的电源U_F(1～5 V可调)；控制电子束强度的电源U_{Kg1}(0～5 V可调)以及减速电压U_{g_2p}(0～15 V可调)．三组电源均是独立悬浮的，彼此间的电位由外电路决定．

(3) 扫描电压(0～90 V)和微电流放大器：两者放在同一机箱内．扫描电压有“手动”和“自动”两种工作方式，“手动”时输出电压由多圈电位器控制，在0～90 V范围内可调．“自动扫描”时可输出锯齿波型电压，电压的上限可设定．输出电压由数字电压表显示．量程为199.9 V．微电流计的测量范围分为10^{-8}，10^{-7}，10^{-6}三挡．为减少干扰．微电流计的输入端采用屏蔽电缆，电缆的外屏蔽层也就是图23-5中的地线．

【实验内容】

(1) 如采用汞管，将温度传感器插入加热炉，炉温设定至180℃并开始加热．如采用氩管，则不必加热．

(2) 在加热的同时可按图23-5连接电路．

(3) 将各电源的调节电位器均逆时针方向旋到底；扫描选择“手动”；对汞管微电流放大器量程可置10^{-7}A挡，氩管置10^{-6}A挡．

(4) 根据实验室提供的F-H管各工作电压的参考数据，分别调好U_F，U_{Kg_1}，U_{g_2p}，预热3～5分钟．

(5) 缓慢调节“手动调节”电位器，增大加速电压；并注意观察微电流计指示，可观察到峰谷信号．对汞管，加速电压达到50～60 V时约有10个峰；对氩管，加速电压达90 V左右可有6～7个峰．测量过程中如电流表超量程可适当减小灯丝电压(每次减0.1～0.2 V)；反之，在整个测量范围内电流表指示偏小，可适当增加灯丝电压(0.1～0.2 V)．

(6) 调节各参数，选择一组峰-谷比大的条件，测量此条件下的$I_p-U_{Kg_2}$曲线．

(7) 画出$I_p-U_{Kg_2}$曲线图．测出各峰值(或谷值)电压值，如表23-1所示．并根据式(23.3)，用最小二乘法算出第一激发电位U_1及其标准差σU_1，拟合公式见实验八中第二部分“处理数据的几种方法”．

表23-1 峰值/谷值电压值

n	1	2	3	4	5	6	…	n
U_{Kg_2}/V								

$$U_{Kg_2}(n)=a+U_1 n \tag{23.3}$$

式中：$U_{Kg_2}(n)$表示第n个峰(或谷)的电压值；U_1为第一激发电位；a为常数．

【思考题】

(1) 改变炉温对曲线有何影响？并用实验验证.

(2) 改变减速电压 U_{g_2p}对曲线有何影响？并用实验验证.

【附录】

读出示波器的使用

1. 测量汞原子的高激发态

在测量汞原子的第一激发态的实验中，汞管的温度较高，汞的蒸气压大，原子密度大，以致电子的自由程较短，电子与汞原子碰撞的概率大，使电子的动能很难超过 4.9 eV. 要测汞原子的高激发态必须使电子的动能要大于 4.9 eV，因而首先必须增加电子的自由程使电子在与汞原子碰撞前获得较高的动能，其办法是降低管温(130℃左右)，减小汞原子的密度. 其次在电路上也作了改进以利于测量，具体线路如图 23－7 所示. 与测量第一激发态的线路图 23－5 相比，其最大的特点是将加速电压加在 K 和 g_1之间，使电子在很短的距离内加速到较高的动能以减少碰撞的概率. g_1，g_2两栅极连在一起或加一固定的小电压(1 V)形成一碰撞区，g_2和 p 间仍为一减速区. 实验时应调节各种参数，如 F－H 管的温度、灯丝电压与减速电压以确定最佳的工作条件. 图 23－8 为一典型的 $I_p - U_{Kg_1}$ 曲线，从中可观察到$^3P_1$态(11.5～6.55 V)和$^3P_2$态(12.05～6.55 V)和$^1P_1$态(13.25～6.55 V)，等等.

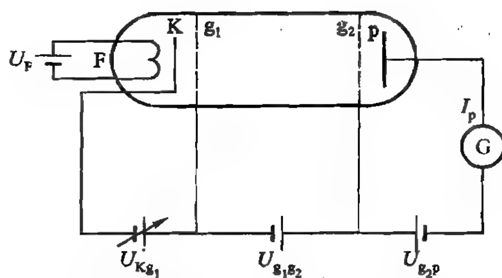


图 23－7 测高激发电位时 F－H 管的接线示意图

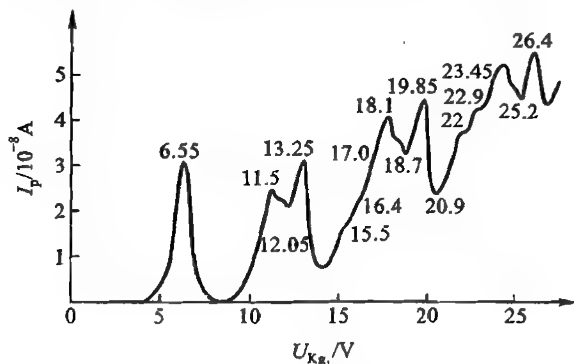


图 23－8 测量较高激发电位时的 $I_p - U_{Kg_1}$ 曲线

2. 测量第一激发态的典型实验曲线

见图 23 - 9

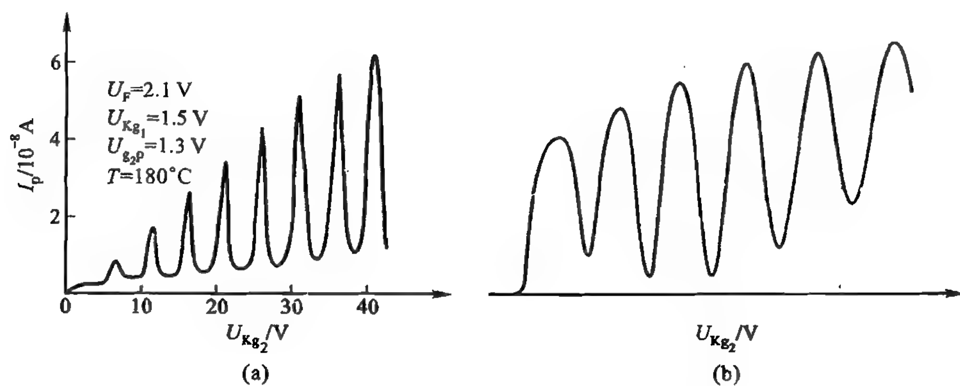


图 23 - 9　测量第一激发态的弗兰克 - 赫兹曲线

(a) Hg;(b) Ar

实验二十四

虚拟仪器基础——LabVIEW 入门

【目的要求】

(1) 了解虚拟仪器的概念;
(2) 了解图形化编程语言 LabVIEW;
(3) 学习简单的 LabVIEW 编程.

【仪器用具】

计算机(含操作系统),LabVIEW 软件,示波器.

【实验原理】

我们用到的测量仪器主要包括信号输入、分析处理、显示以及系统控制等几个部分.例如,在传统的示波器中,利用探头来输入信号,在显示屏上显示信号.有些示波器还具有对输入信号进行处理和分析的高级功能.对于整个过程我们可以通过示波器前面板上提供的控制按钮或触摸键进行控制.

计算机技术的迅速发展对现代测试测量技术产生了深远的影响.实际上,测量仪器与个人计算机系统的界限已经变得有些模糊了.虚拟仪器正是随着计算机在测试测量中的应用而提出的.虚拟仪器(virtual instrument,简称 VI)是基于通用计算机硬件平台的通过专用测试软件实现的一种计算机仪器系统.虚拟仪器最突出的一个外部特征是没有传统仪器的实物面板,所有的控制旋钮和指示器都“安放”在计算机的显示屏上,是一个虚拟的面板或称之为“软面板”.虚拟仪器利用了通用计算机的强大计算和处理功能,配合不同的传感器和接口卡实现信号的输入,同时利用键盘、鼠标和显示器来完成操作控制和信号显示等功能.用户自己可以设计定义虚拟仪器的面板以及测试功能.使用时,只需要使用鼠标和键盘就可完成测试测量操作.虚拟仪器的出现使得仪器使用者能够根据需要自行设计仪器,体现了“软件就是仪器”的新概念.虚拟仪器的研究中涉及的基础理论主要有计算机数据采集和数字信号处理.虚拟仪器的设计过程包括选择适当的硬件平台和接口卡,剩下的主要工作内容就是编制应用软件.

用于虚拟仪器系统开发的比较成熟的软件开发平台主要有两大类:一类是通用的可视化软件编程环境,如 VC++,VB 等;另一类是专用于虚拟仪器开发的软件编程环境,如 Agilent 的图形化编程环境 Agilent VEE 和 NI 公司的 LabVIEW,以及后者的文本编程环境 LabWindows/CVI。

目前使用较为广泛的虚拟仪器开发平台是美国 NI(national instruments)公司的 LabVIEW(laboratory virtual instrument engineering workshop).该平台将计算机的数据分析和显示能力与仪器驱动程序整合在一起,为用户设计虚拟仪器提供了友好的软件工具和开发环境.LabVIEW

是一种图形化的编程语言.图形化的程序语言,又称为“G”语言.使用这种语言编程时,基本上不写程序代码,取而代之的是流程图.它尽可能利用了技术人员、科学家、工程师所熟悉的术语、图标和概念,使编程简单直观.Labview 自带了丰富的函数库,可以实现数据采集、设备控制、数据分析和显示等功能.

本实验中所说的虚拟仪器程序是指使用 LabVIEW 开发平台编制的程序,简称为 VI. VI 包括三个部分:程序前面板(Panel)、框图程序(Diagram)和图标/连接器.

程序前面板用于设置输入数值和观察输出量,用于模拟真实仪表的前面板.在程序前面板上,输入量被称为控制(Controls),输出量被称为显示(Indicators).控制和显示是以各种图标形式出现在前面板上,如旋钮、开关、按钮、图表、图形等,这使得前面板直观易懂.

每一个程序前面板都对应着一段框图程序(即流程图程序).框图程序用 LabVIEW 图形编程语言编写,可以把它理解成传统程序的源代码.框图程序由端口、节点、图框和连线构成.其中端口被用来同程序前面板的控制和显示传递数据,节点被用来实现函数和功能调用,图框被用来实现结构化程序控制命令,而连线代表程序执行过程中的数据流,定义了框图内的数据流动方向.

本实验着重让学生了解虚拟仪器的概念、熟悉 LabVIEW 开发环境并学习基本的编程.

【实验内容】

1. 初步熟悉 LabVIEW 开发环境的基本操作和简单编程方法

由 开始 → 程序 → National Instruments LabVIEW 7.0 ,启动 LabVIEW 程序.选择 NEW VI 进入 LabVIEW 环境.首先看到的是灰色的前面板.点击 Windows → Show Block Diagram 可以显示框图程序面板.在前面板,点击 Windows → Show Controls Palette/Show Tools Palette 可以显示工具模板和控制模板(参见图 24-1).旋钮、开关等控制量在控制模板上,选择这些图标并将其放置在前面板上,那么相应的端子和图标会出现在流程图上.通过这些控制量图标可以通过前面板控制程序中的数据,或者将程序运行结果显示出来.在框图程序面板窗口中,选择 Windows → Show Functions Palette 来显示功能模板,利用功能模板提供的循环、数学运算、比较以及公式节点等功能函数可以创建框图程序.每个模块的详细说明请参见相关参考书以及软件帮助.

2. 创建一个模拟温度测量程序,熟悉 LabVIEW 程序基本概念,观察程序运行结果并解释程序每部分功能

假设传感器的输出电压和温度成正比.例如,当温度为 80°F 时,传感器输出电压为 0.8 V.同时程序提供摄氏温度和华氏温度显示选择开关.为简单起见,我们用软件代替了 DAQ 数据采集卡,使用 LabVIEW 提供的 Demo Read Voltage 子程序来仿真电压测量,然后把所测得的电压值转换成摄氏或华氏温度读数.Demo Read Voltage VI 子程序模拟从数据采集卡的 0 通道读取电压,程序再将读数乘以 100.0 转换成华氏温度读数,或者再把华氏温度转换成摄氏温度.

前面板图和框图程序图如图 24-2 和图 24-3 所示.

实验步骤如下:

(1) 创建前面板

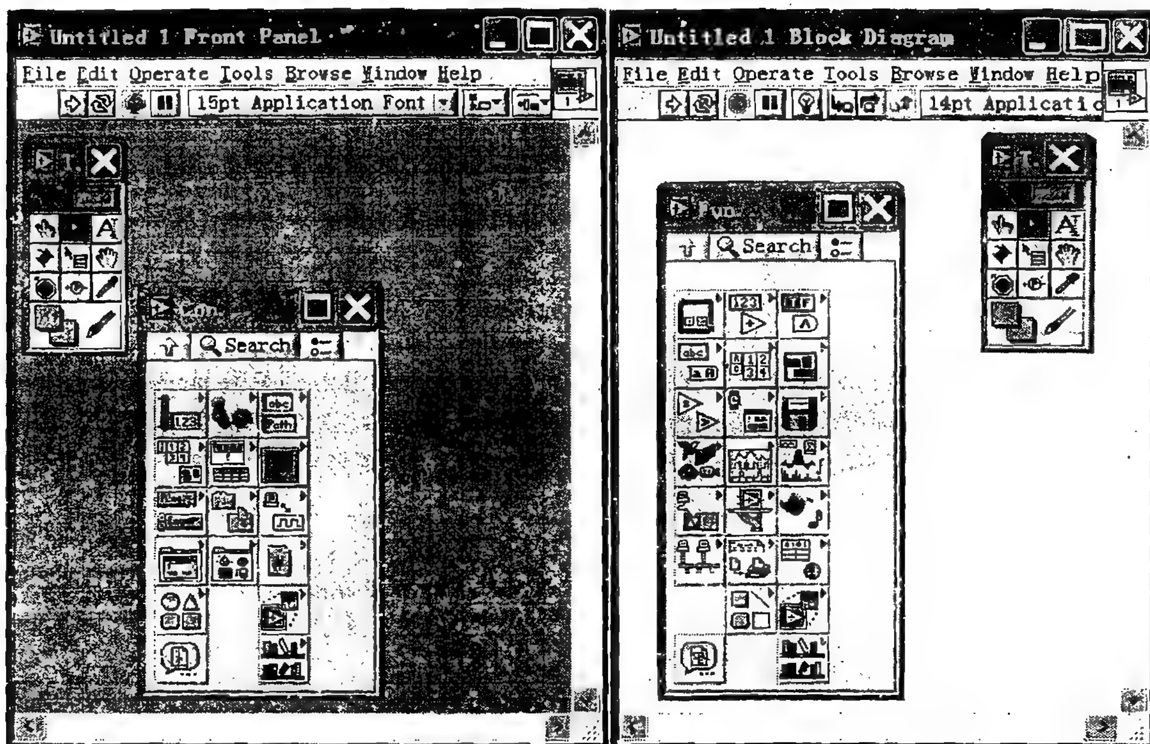


图 24－1 LabVIEW 开发环境图

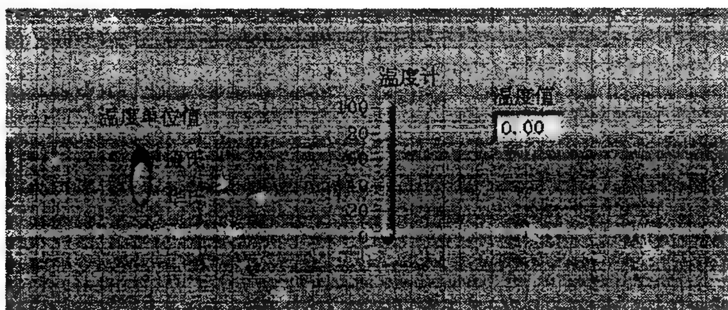


图 24－2 前面板图

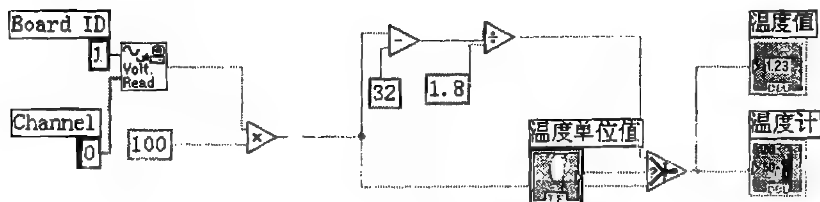


图 24－3 框图程序图

用 File 菜单的 New VI 选项打开一个新的前面板窗口.在控制模板中的 Numeric 子模板中选择 Thermometer,并将其放入前面板窗口.在高亮的文本框中输入“温度计”.在控制模板中的 Boolean 子模板中选择 Vertical Slide Switch(或其他开关),并将其放入前面板窗口.在文本框中输入“温度值单位”.使用标签工具 A,在开关的“条件真”(True)位置旁边输入自由标签“摄氏”,再在“条件假”(False)位置旁边输入自由标签“华氏”.在控制模板中的 Numeric 子模板中选择 Numeric Indicator,并将其放入前面板窗口.在高亮的文本框中输入“温度值”.(如图 24－2 所示)

(2) 创建框图程序

打开框图程序窗口.在功能模板中找到下列对象并将其放入框图程序窗口中:

Demo Read Voltage VI 程序.功能模板显示设为 Advanced 模式时,在 Select a VI 子模板选择文件 D:\Program Files\National Instruments\LabVIEW 7.0\vi.lib\tutorial.llb.打开后选择其中的 Demo Read Voltage.该程序模拟从 DAQ 卡的 0 通道读取电压值.

Multiply(乘法)功能(Numeric 子模板)、Subtract(减法)功能(Numeric 子模板)、Divide(除法)功能(Numeric 子模板).

Select(选择)功能(Comparison 子模板).根据温标选择开关的值输出华氏温度(当选择开关为 False)或者摄氏温度(选择开关为 True)数值.

将所需要的对象放入框图程序窗口中之后,把图标移至如图 24－3 所示的位置,再用连线工具连接起来,并在需要的地方创建数值常数(用连线工具,右击你希望连接一个数值常数的对象连线端子,选择 Create Constant 功能.若要修改常数值,用标签工具双点数值,再写入新的数值).整个程序创建完毕.

(3) 运行程序

选择前面板窗口,运行 VI 程序.点击连续运行(Run)按钮,使程序运行于连续运行模式.观察程序运行结果并解释程序每部分的功能.停止程序运行.用文件菜单的 SAVE 功能保存上述文件.

(4) 关闭程序

3. 创建一个频率幅度可调的方波、正弦波和三角波信号发生器,学习 LabVIEW 基本函数的用法

该信号发生器能够根据用户选择生成指定频率和幅度的方波、正弦波(占空比变可调)和三角波,并在前面板上显示波形,用户可以控制波形的显示.

在框图程序图增加一个 DAQ 卡输出函数,就可以将波形输出并通过示波器观察.掌握较快的同学可以选做这部分内容.

实验步骤如下:

(1) 创建前面板

放置一个 Waveform Graph(Controls → Graph)用于显示波形,其标签改为“显示屏”.选中 Scale Legend 和 Graph Palette(对着该对象点击右键,Visible Items 中).

放置一个开关.放置 3 个控制量,标签分别修改为频率、振幅、占空比,缺省值分别设为1.00、1.00 和 50.00(用标签工具输入数值后,右键选择设置精度和缺省值).放置一个枚举量

(Controls → Ring & Enum → Enum)，枚举值设为“正弦波”、“方波”和“三角波”(用标签工具输入字符串后，右键选择 Add Item After)，如图 24－4 所示.

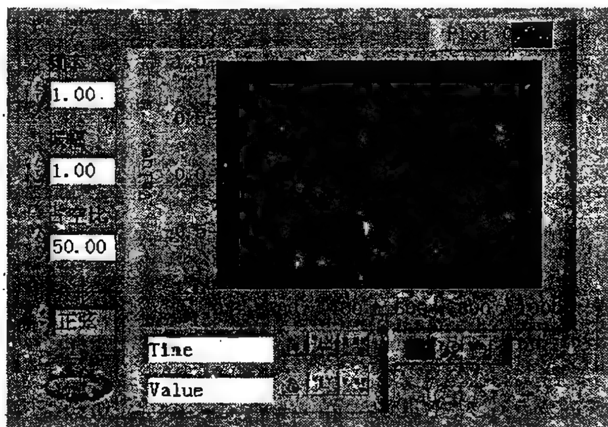


图 24－4 信号发生器前面板图

(2) 创建框图程序

首先放置一个 While 循环，将所有图标包含在内，将开关与 While 循环的循环条件(Loop Condition)相连，同时将 Loop Condition 设置为 Continue If True.

再加入一个 Case 结构. Case 结构可以包括两个或更多的子程序(Case)，由与 Case Selector (即边框上的问号)相连接的外部控制量决定程序执行哪一个子程序，控制量可以是布尔量、整数或者字符串等. 将“波形”图标与 Case Selector 相连.

通过选择结构框上方的 Selector Label 可以选择相应的子程序.

在 Selector Label 选择为“正弦波”时，在功能模板中选择 Analyze → Waveform Generation → Sine Wave. vi，将生成正弦的函数加入到 Case 子程序中. 将输出跨过 Case 结构连接到显示屏.

说明：在模拟状态下，信号频率以每秒周期数为单位(Hz)，但在数字系统中常采用数字频率，单位是周期数/采样点，也称为标准频率，它们之间的转换关系如下：

模拟频率＝数字频率×采样频率

数字频率＝模拟频率/采样频率 (采样频率就是每秒采样的点数)

Sine Wave. vi 以及下面的 Square Wave. vi 和 Triangle Wave. vi 等模块中采用的是数字频率，因此要将前面板输入的模拟频率转换为数字频率再输入到相应的输入端.

分别选择 Selector Label 为“方波”和“三角波”，并在 Case 结构中加入相应的方波生成函数(Analyze → Signal Processing → Signal Generation → Square Wave. vi)和三角波生成函数(Analyze → Signal Processing → Signal Generation → Triangle Wave. vi)，并完成连线. **注意**：“占空比”图标只连接到方波模块的 duty 端，如图 24－5 所示.

(3) 运行程序

运行该程序，调节前面板控制量，观察波形的改变，并解释. 最后命名并保存该程序.

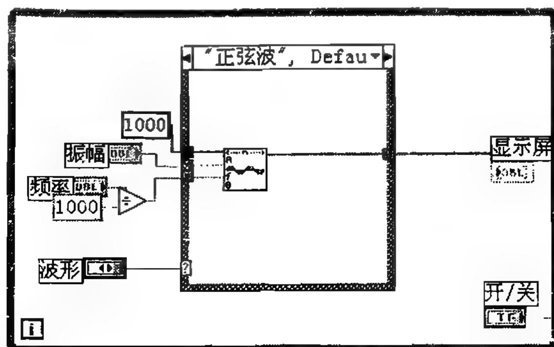


图 24－5　信号发生器框图程序图

（4）选做内容

速度快的同学可做选做内容.通过接口卡输出所生成信号并利用示波器观察,具体步骤此处省略.

【思考题】

（1）虚拟仪器系统与传统仪器有什么区别,请简要说明.

（2）虚拟仪器的出现对于测量仪器的发展有什么影响？对于仪器使用者来说,意味着什么？

（3）虚拟仪器的软件开发环境有哪些类型？什么是“G 语言”？

（4）你对虚拟仪器系统在物理实验中的应用有何设想？能否结合具体的实验给出一个简单的设计思路.

【参考文献】

1　石博强等.LabVIEW 6.1 编程技术实用教程.北京:中国铁道出版社,2002

2　汪敏生等.LabVIEW 基础教程.北京:电子工业出版社,2002

3　刘君华等.虚拟仪器图形化编程语言 LabVIEW 教程.西安:西安电子科技大学出版社,2001

4　[美] Robert H B.LabVIEW 6.1 实用教程.乔瑞萍等译.北京:电子工业出版社,2003

5　赵会兵.虚拟仪器技术规范与系统集成.北京:清华大学出版社/北方交通大学出版社,2003

【附录】

LabVIEW 简介

使用 LabVIEW 开发平台编制的程序称为虚拟仪器程序,简称 VI.VI 包括三个部分:程序前面板、框图程序和图标/连接器.由于 LabVIEW 的功能强大、内容丰富,为使初学者能尽快掌握 LabVIEW 的基本内容,下面对它的一些基本功能和结构作一简单介绍,详细内容可参考正文中列出的文献.

（一）基础知识

1．LabVIEW 程序构成

双击 LabVIEW 快捷图标,出现启动画面,单击其中的New VI,打开一个新的 LabVIEW 程序,可以看到它由前面板(panel)和流程图(diagram)组成.

(1) 前面板窗口

前面板窗口是图形用户界面,也就是 VI 的虚拟仪器面板,相当于实际仪器的控制面板,它将用户和程序联系起来,是程序运行时显示和输入的交互窗口.如图24-4所示的信号发生器的前面板,上有用户输入和显示输出两类对象,具体表现有开关、旋钮、图形以及其他控制(control)和显示对象(indicator).

(2) 流程图窗口

流程图窗口提供 VI 的图形化源程序,相当于实际仪器箱内的东西,在流程图中程序员用图形语言编写 LabVIEW 程序源代码,以控制和操纵定义在前面板上的输入和输出功能.如图24-4所示的信号发生器流程图,上面包括前面板上的控件的连线端子,还有一些前面板上没有,但编程必须有的东西,如函数、结构和连线等.

下面介绍工具条上常用按钮的功能:

:运行(Run),如果 VI 有编译错误,此按钮将变成.

:连续运行(Run Continuously).

:异常中止执行(Abort Execution).

:加亮执行(Hightlight Execution),只有流程图中有。进入加亮执行时,变成,此时,流程图中的数据变亮,同时显示 VI 执行中的一些中间数据.

提示:使用了,会使 LabVIEW 占用大量 CPU,使计算机其他操作变慢,建议一般不要使用.

2. 控制选项板功能介绍

只能在前面板窗口中使用,通过前面板窗口 Windows → Show Controls Palette 打开,也可以在前面板窗口中空白处单击右键打开.该选项板用来给前面板设置各种所需的输出显示对象和输入控制对象.模块图标右上角有"▸"的表示有子选项板,单击模块图标可以访问子选项板.

在控制选项板上我们可以看到几个常用的模块,我们对它们做一些介绍,其他的模块可以在 All Controls 下找到.

:数值量(Numeric),数值的控制和显示.包含数字式、指针式显示表盘及各种输入框.

:布尔量(Boolean),逻辑数值的控制和显示.包含各种布尔开关、按钮以及指示灯等.

:数组和簇(Array & Cluster),数组和簇的控制和显示.

:图形(Graph),显示数据结果的趋势图和曲线图.

3. 函数选项板功能介绍

只能在流程图窗口中使用,通过流程图窗口 Windows → Show Functions Palette 打开,也可

以在路程图面板中空白处单击右键打开.函数选项板提供创建流程图的工具.其与控制选项板基本相同,模块图标右上角有"▸"的表示有子选项板,单击模块图标可以访问子选项板.

:结构(Structure),包括程序控制结构命令,如循环控制以及全局变量和局部变量.

:数组(Array),包括数组运算函数、数组转换函数以及常数数组等.

:比较(Comparison),包括各种比较运算函数,如大于、小于、等于.

:数据采集(Data Acquisition),包括数据采集硬件的驱动,以及信号调理所需的各种功能模块.

:信号分析(Analysis),信号发生、时域及频域分析功能模块及数学工具.

提示:LabVIEW 中,你可以随时获得帮助。用 Help → Show Context Help 打开帮助窗口(Context Help)快捷键为 Ctrl + H,当把鼠标放到任何感兴趣的模块对象上时,就会在帮助窗口中显示相应的帮助信息.

提示:在任何一个控制或是函数模块上单击右键,都会出现弹出菜单.通过弹出菜单可以方便地对模块进行编辑.

4. 工具选项板功能介绍

通过 Windows → Show Tools Palette 打开和关闭.它提供了各种用于创建、修改和调试 VI 程序的工具.当从选项板内选择了任一种工具后,鼠标箭头就会变成该工具相应的形状.

下面介绍常用工具按钮的功能(其他按钮功能见帮助):

:操作(Operate Value),用于操作前面板的控制和显示.使用它向数字或字符串控制中键入值时,工具会变成标签工具.

:选择(Position/Size/Select),用于选择、移动或改变对象的大小.当它用于改变对象的连框大小时,会变成相应形状.

:标签(Edit Text),用于输入标签文本或者创建自由标签.当创建自由标签时它会变成相应形状.

:连线(Connect Wire),用于在流程图程序上连接对象.如果联机帮助的窗口被打开时,把该工具放在任一条连线上,就会显示相应的数据类型.

5. 数据线、数据流和数据类型

(1) 数据流工作方式

在流程图上,模块接口之间的连线就是数据线.数据通过数据线在模块之间传递.LabVIEW 不像一般语言按照语句的顺序一行一行的执行,它是依靠在数据线上传递的数据来控制程序的,只有当模块要求的输入数据完全到达这个模块时才能执行,然后向其所有的输出端口输出数据,这些数据再沿数据线流向其他模块.这就是 LabVIEW 的数据流工作方式.前面介绍过,可以通过加亮执行观察它的数据流是如何工作的.

(2) 数据线

连线时，LabVIEW 会提示该接口的名称，只能在同一数据类型的端口之间连线，不同类型的数据连线的颜色和形状也不同．错误的连线会表示成黑色虚线，这时你应将连线工具移动到它上面，LabVIEW 会给出两端的数据类型信息，你可以检查并改正．添加新的模块和连线可能会对已设置好的部分有影响，而且原来的错误连线也可能对新添加的连线有影响．表 24－1 为常用连线类型．

表 24－1　常用连线类型

类型	标量	一维数组	二维数组	颜色
整型				蓝色
浮点型				橙色
布尔型				绿色
字符型				红色

(3) 数据类型

LabVIEW 的基本数据类型有 5 种：Numeric（数值）；Boolean（逻辑）；String（字符串）；Enum（枚举）；还有一种叫 Ring（环型枚举），和 Enum 很类似，可以循环枚举．

Numeric 类型的数据按精度有分若干种类型，与标准 C＋＋的数据类型基本是一致的．其代表符号直观的表现其类型（如表 24－2 所示）．可以在数值对象上点击右键，通过弹出菜单中 Representation 修改．

表 24－2　LabVIEW 的数值数据类型

符号	I8	I16	I32	U8	U16	U32
类型	8 位整型（短整型）	16 位整型（单字型）	32 位整型（长整型）	8 位无符号整型	16 位无符号整型	32 位无符号整型
符号	SGL	DBL	EXT	CSG	CDB	CXT
类型	单精度浮点型	双精度浮点型	128 位扩展浮点型	单精度复数	双精度复数	128 位扩展复数型

提示：在流程图上，你会看到不同颜色的模块，不同颜色代表不同的数据类型，其定义与连线一致．

6．控制量与显示量

在 LabVIEW 中，一个数字量（Numeric）、布尔量（Boolean）、字符量（string）等都有控制量（control）和显示量（indicator）的区别．

控制量：用于控制程序，它相当于仪器上的控制按钮，如开关、旋钮等．

显示量：用于显示程序运行的结果，它相当于仪器上的显示部件，如显示屏、指示灯等．

在流程图窗口中，我们可以看到控制部件的外框比较粗，显示部件的外框比较细，要实现控制量与显示量之间的转换，只需在流程图上的模块上点击右键，选择 Change to Indicator（或者

Change to Control)就可以了,如图 24－6 所示.

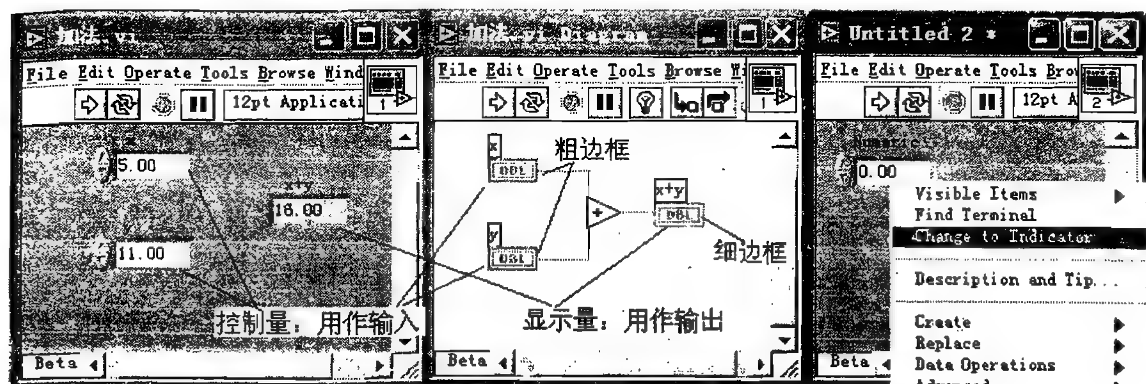


图 24－6　控制量与显示量

（二）几个要用到的模板

1．组和簇(Array & Cluster)

（1）组

组是同类型元素的集合。一个组可以是一维或者多维,每维最多可有 $2^{31}-1$ 个元素.可以通过组索引访问其中的每个元素.和 C 语言一样,索引的范围是 $0\sim n-1$,第一个元素的索引号为 0,第二个是 1,以此类推.组的元素可以是数据、字符串等,但所有元素的数据类型必须一致.

组的建立:创建一个组有两件事要做:

① 建一个组的"壳"(shell),将 Controls → Array&Cluster → Array 模块放在前面板中;

② 在这个壳中置入组元素(数、字符串开关等).

我们将 Controls → Numeric → Digital Control 模块放在组框中,就形成了一个数组,其他类型的组的建立类似,只要在步骤②中组框中放入你想要建的组的元素就可以了.要改变组显示元素的多少,把鼠标换成选择模式,移到组框的角上,鼠标将变成 ,这时,你可以任意拖动改变组.要改变组的维数,和改变数组显示元素多少的方法一样,在鼠标选择模式下移到组索引框的角上,鼠标将变成 ,拖动改变组的维数;也可以在组索引框上点击右键,选择 Add Dimension.

（2）簇

簇是另一种数据类型,它的元素可以是不同类型的数据.它类似于 C 语言中的 Struct.使用簇结构可以把分布在流程图中各个位置的数据元素组合起来,这样可以减少连线的拥挤程度,用于错误处理.

簇的建立:与组的建立相同,同样是先建立簇的"壳"(Controls → Array&Cluster → Cluster),然后在壳中放元素,可以放不同类型的数据.需要注意的是:向簇中放置对象时,必须都是控制对象或都是显示对象,不能混在一起;簇中的数据和其放置顺序有关而和其放置的位置无关.第一个放进去的对象就是元素 0,以此类推.删除其中的一个后,其顺序将自动调整.

2. 图表和图形

可以将数据以图表或图形方式显示出来.

(1) 图表

通常 Y 轴为数据值,X 轴为表示时间的值或数据点序号.

下面我们来看一个随机数的例子(图 24-7).

图 24-7 随机数的前面板和流程图

每循环一次,随机数模块产生一个数,图表会对这些数自动编号,在图形框中显示出来,y 表示数值,x 表示数的序号.它保持以前的数据,并追加新的数据,使图表保持更新.

可以在图形框上点击右键改变图表的性质,如在 Advance → Update Mode 中改变图表的更新模式;在 Visible Items 中选择显示标签、图例、图形模板等.同学可以自己试试其功能.

(2) 图形

图形与图表相似,它们的不同是:图形不能显示新追加的数据,而图表可以.

我们来看一个正弦余弦波的例子(图 24-8).

图 24-8 正弦余弦波前面板和流程图

通过例子我们可以看出,图形显示的是将要显示的数据形成数组,然后一次显示出来。不能像图表那样用追加新的数据的方法来显示数据.

3. 结构

(1) 循环结构

LabVIEW 给大家提供了两种循环结构:一个是 For 循环,另一个是 While 循环.两个循环与大部分计算机语言中的循环结构非常相似.二者都在 Functions → Structures 下.

For 循环结构:如图 24－9 所示,“N”是指循环次数,“i”指的是循环计数,i 从 0 执行到N－1.可以从 Functions → Structures 中选中 For 结构对象,在流程图面板上拖拉就可以将要进行循环的对象包含进去.当然也可以直接对要(或不要)进行循环的对象进行拖拉使其进入(或离开)循环结构.如果要删除循环结构直接选中按 Delete 键即可.

While 循环结构:如图 24－9 所示,右边带箭头的小图标是用来接循环条件的,当调节为“真”时,开始继续执行下一次循环,为“假”时停止执行循环条件.这里循环条件的检验是在循环体执行完时,因此循环至少执行一次.“i”的作用也是指示循环次数.

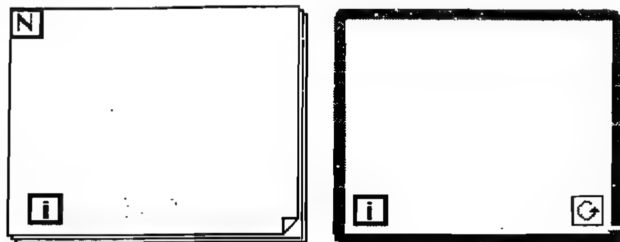


图 24－9 For 循环和 While 循环

循环结构的数据传递:如果需要有数据在循环结构的内外传输,可以在循环体内的端子与循环体外的端子连线,这时循环体边框上出现小的黑方块(有些书上称为隧道).在循环执行期间隧道不能进行数据传输,只能在循环结束时将最后一次循环的结果输出.所以要对每一次循环的结果进行观察我们就应该将显示端子放在循环体内部.

移位寄存器(Shift Register):对于 For 和 While 循环,移位寄存器是很重要的,它可以把每次循环的结果传递给以后的循环.寄存器口通过在循环结构的左右边框的右键菜单上的 Add Shift Register 生成.它由一对方向相反、分别位于循环结构左右边框上的两个小三角构成.右端的存储每次循环完成的输出结果,移位寄存器将这个结果转移到左边的小三角上,作为下次循环的输入数据.

(2) Case 结构

与一般机器语言中的条件语句非常相似,LabVIEW 提供了 Case 结构.如图 24－10(a)所示,左边带有问号的小方框是用来连接 Case 结构选择端的值的,如图(b)和(c)所示,如果连接的是代数值,则上边框之时的是数字,如果是逻辑型,则显示的是 True 或 False 两种条件.Case 结构每次只能显示一个子图,单击上面中间的箭头显示条(或点击箭头)可以选择不同的子图.对于数

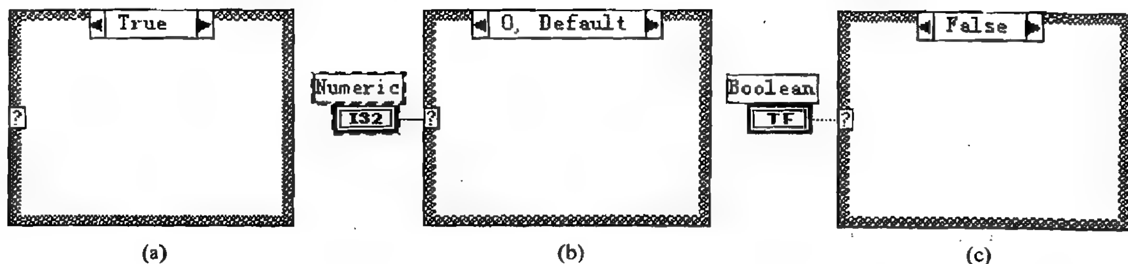


图 24－10　Case 结构

值型结构，只要在边框上点击右键，通过 Add Case 就可以增加条件子图．输入输出与循环结构一样，不同的是需要在输入数值的同时输入判断条件．

例：求平方根(图 24－11)．

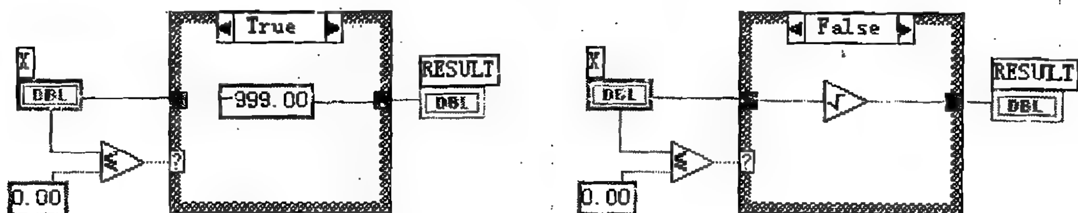


图 24－11　用 Case 结构求平方根的流程图

(3) 顺序结构

顺序结构就是按照顺序依次执行的结构如图 24－12 所示，通过 Add Frame After、Add Frame Before 项可以生成新的标号(对应新的一个子图)图，如右边的图形所示．不同的子图可以按一定顺序执行，也是每次只能显示一个子图，可以通过上边框或箭头来选择．输入输出也是用的隧道．但是隧道每次只能处理(输入或输出)一个数据源，如果顺序结构每次执行每个子图时都要向隧道输出输入数据，那么就必须是多源的数据结构．因此顺序结构的数据只有在整个结构全部执行完了以后才能输出．

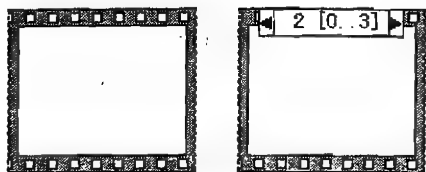


图 24－12　顺序结构

(4) 公式节点

公式节点是一种可以直接在流程图中输入数学公式并进行计算的结构，它是一个大小可变

的方框.在使用公式节点时要通过它的边框的输出输入节点传递数据,在边框上点击右键就会有 Add Input 和 Add Output ,分别选择即可显示节点,在输入输出节点上输入变量名(注意要与公式内使用的变量一致).

公式节点所用的操作符和功能在公式节点的帮助窗口中可以查询.

例:求平方根(语句后面要加";"号,而且还要注意同一变量的大小写),如图 24-13 所示.

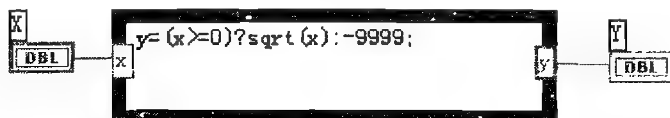


图 24-13　用公式节点求平方根的流程图

4. 波形输入输出

LabVIEW 配上 NI 公司的 DAQ 卡以及 DAQ 卡的驱动程序,可以完成数据的采集和输出等多种功能.LabVIEW 的 DAQ 程序包括模拟输入、模拟输出、计数器操作、数字输入、数字输出等,我们可以在 Functions 面板下的 Data Acquisition 中看到.在图中的 6 个模块下,每个模块的字模块又分成 3 种,顶层的是 Easy VIs,中间的是 Intermediate VIs,下面的是 Advanced VIs。

NI 公司 DAQ 卡提供 3 个输出和 16 个输入,测量电压 -10～10 V。

模拟波形输入:简单的波形输入的模块有:单通道波形输入和多通道波形输入。它们都在 Functions → Data Acquisition → Analog Input 下.

单通道波形输入 AI MULT PT :虚拟示波器就用到了这个模块,采集外部信号的流程图如图 24-14 所示.

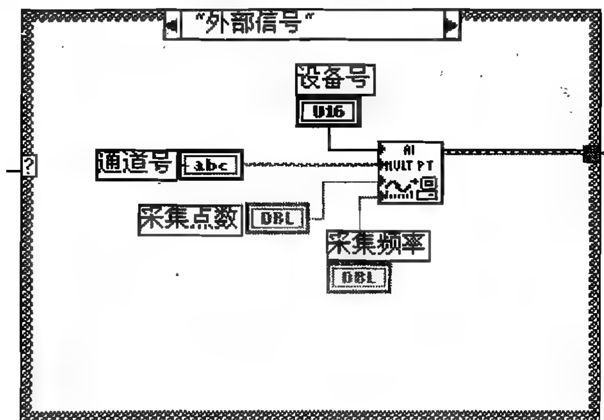


图 24-14　示波器流程图部分

设备号(Device):在 NI DAQ 设置工具中设定.该参数告诉 LabVIEW 你使用什么卡,它可以

使 DAQ VI 自身独立于卡的类型，也就是说，如果你稍后使用了另一种卡，并且赋予它同样的设备号，你的 VI 程序可正常工作而无须修改.

通道号(Channel)：指定数据样本的物理源(表 24－3). 例如，一个卡有 16 个模拟输入通道，你就可以同时采集 16 组数据点.

表 24－3 通道及其对应的字符串

通道	字符串
通道 1	1
通道 0～5	0:5
通道 1,8 以及 10～13	1,8,10:13

采集点数(Number Of Samples)：采集数据的总的总数，对于模拟型号，在采集时转换成数字信号.

采集频率(Sample Rate)：每秒采集数据的点数.

多通道波形输入：可以同时进行多个通道的输入，端口设置和单通道波形相似，只是通道控制字符串不同：

模拟波形输出：和模拟波形输入一样，简单的波形输出模块有单通道波形输出和多通道波形输出. 它们都在 Functions → Data Acquisition → Analog Output 下. 我们通过信号发生器的例子来了解这个模块，其流程图如图 24－15 所示，其各个端口的意义与模拟波形输入相似，具体可以看 LabVIEW 的帮助.

图 24－15 信号发生器流程图部分

实验二十五

分光计的调节和用掠入射法测折射率

【目的要求】

(1) 了解分光计的结构、作用和工作原理;
(2) 掌握分光计的调节要求、方法和使用规范;
(3) 用分光计测定三棱镜的顶角;
(4) 用掠入射法测定三棱镜的折射率.

【仪器用具】

分光计,玻璃三棱镜,钠光灯,平面反射镜,放大镜.

【实验原理】

折射率 n 是表征材料性能的一个重要参数,对玻璃、石英等介质在正常色散区 n 是实数. n 还是波长的函数,一般手册中给出的是波长为589 nm(钠黄光)时的固体和液体折射率 n_D. 测量折射率的方法很多,用掠入射法(极限法)测折射率是常用的方法,其方法简单,不仅可以测固体也可以测液体,还有一些用此方法制成的专门测量折射率的仪器,如阿贝折射计、浦耳弗里折射计等. 这里仅介绍用掠入射法测量玻璃三棱镜折射率 n 原理.

用波长 λ 的单色扩展光源照射到顶角 A 的玻璃三棱镜的 AB 面上,以角 i 入射的光线经玻璃三棱镜两次折射后,从 AC 面以角 ϕ 射出,如图25-1所示. 由折射定律得

$$n_0 \sin i = n \sin r \tag{25.1}$$

$$n \sin r' = n_0 \sin \phi \tag{25.2}$$

式中: n_0 和 n 分别是空气和玻璃的折射率,一般取 $n_0 = 1$.

由几何关系可知

$$r + r' = A \tag{25.3}$$

从上述三式中消去 r 和 r',有

$$n = \frac{1}{\sin A}\sqrt{\sin^2 i \sin^2 A + (\sin i \cos A + \sin \phi)^2} \tag{25.4}$$

如果光线以90°角入射(叫做掠入射),则有 $\sin i = 1$,此时的出射角 ϕ(90°)最小,称为极限角 ϕ,因而上式可简化为

$$n = \sqrt{1 + \left(\frac{\cos A + \sin \phi}{\sin A}\right)^2} \tag{25.5}$$

可见在掠入射条件下,只要测出顶角 A 和出射极限角 ϕ,就可由式(25.5)算出玻璃折射率 n.

为了测定出射极限角 ϕ 应用扩展光源,实验时在光源与棱镜之间加放一块毛玻璃,调整玻

璃三棱镜 AB 面和光源相对位置,使大于 90°的角 i 入射的光线不能进入玻璃三棱镜,在玻璃三棱镜 AC 面观察不到出射光线,形成暗纹,而以小于 90°角 i 入射的光线则可从玻璃三棱镜 AC 面出射,可看到亮纹.用聚焦于无穷远的望远镜能观测到亮暗清晰的两个区域,如图 25－1 所示,其交界处就是出射极限角 ϕ 的位置.

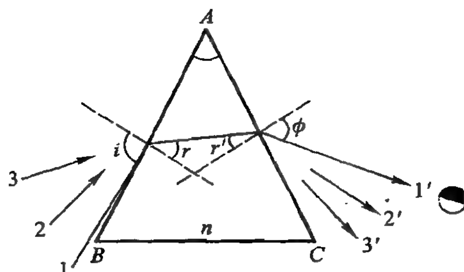


图 25－1 掠入射光路

【实验装置】

分光计是测量角度的精密仪器,在光学实验中常用它测定角度,从而得到光学参量,如光波波长和材料的折射率等,是一种典型的光学仪器.分光计主要由 5 个部件组成:三角底座,平行光管,望远镜,刻度圆盘和载物台.本实验室所用分光计为 JJY 型.测量精度 1′.图 25－2 是它的结构图.

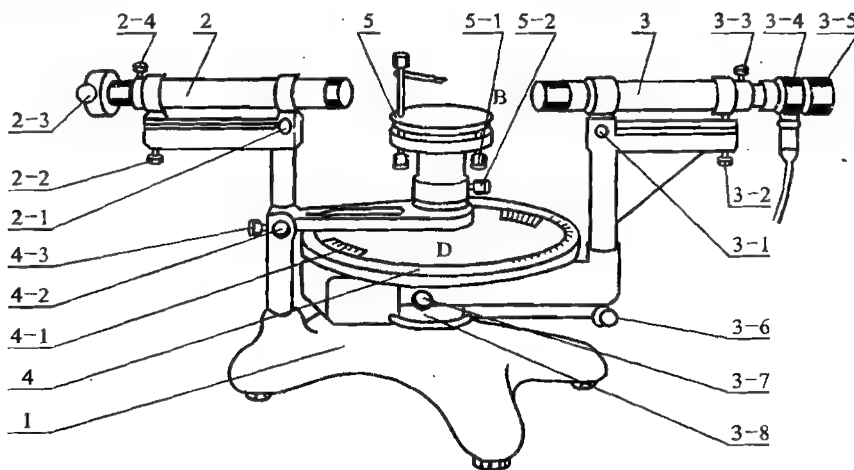


图 25－2 分光计结构示意图

1. 三角底座
2. 平行光管 2－1 水平方向调节螺钉 2－2 倾角调节螺钉 2－3 狭缝宽度调节螺钉 2－4狭缝位置锁定螺钉
3. 望远镜 3－1 水平方向调节螺钉 3－2 倾角调节螺钉 3－3 套筒位置锁定螺钉 3－4 照明灯筒 3－5 目镜清晰度调节手轮 3－6 望远镜微调螺钉 3－7 望远镜与刻度盘联动螺钉 3－8 望远镜止动螺钉(位于图的背面)
4. 圆刻度盘 4－1 角游标 4－2 游标盘微调螺钉 4－3 游标盘止动螺钉
5. 载物平台 5－1 载物台调平螺钉(3 个) 5 2 载物台锁定螺钉

(1) 三角底座部件:它是整个分光计的底座.底座中心有沿铅直方向的转轴套,望远镜部件整体、刻度圆盘和游标盘可分别独立绕该中心轴转动.平行光管固定在三角底座的一只脚上.

(2) 平行光管:它的作用是产生平行光.如图 25－3 所示,平行光管镜筒的一端装有一会聚透镜(物镜),另一端内插入一装有狭缝(宽度可调)的套管,旋松锁紧螺钉,狭缝套管可在镜筒内前后移动,以改变狭缝与透镜的距离即调焦,当狭缝位于透镜的焦平面上时,照在狭缝上的光经过透镜出射成为平行光.

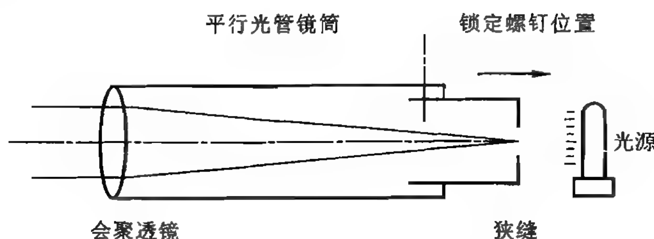


图 25－3　平行光管结构示意图

(3) 自准直望远镜(阿贝式):它由物镜、目镜和套筒组成,结构如图 25－4(a)所示,套筒内装有带"ǂ"刻线的分划板,分划板边上粘有一块 45°全反射小棱镜,其表面上涂有不透明薄膜,薄膜上刻了一个空心"＋"字窗.当小电珠的光从管侧射入后,调节目镜至合适位置(随不同实验者视力的差异而变),则可在望远镜目镜视场中看到如图 25－4(a)所示的清晰图像.若在物镜前放一竖直的平面镜,沿光轴方向调节套筒和物镜的相对位置,使分划板位于物镜的焦平面上,这时小电珠透过空心"＋"字窗口发出的光束,经物镜后成为平行光射向平面镜而被反射,反射光经物镜后在分划板上形成清晰的亮"＋"字像.如果平面镜镜面与望远镜光轴垂直,亮"＋"字将落在"ǂ"刻线的第一条横线 MN 上.转动刻度盘,当置于其上的平面镜的法线与望远镜光轴平行时,亮"＋"字反射像将位于 MN 线上中央的交叉点上,见图 25－4(b).望远镜筒下的螺钉可调节望远镜的倾斜角.图 25－2 中的 3－7 表示固定望远镜与刻度盘的螺钉,当它拧紧时望远镜和刻度盘固连,以便测量望远镜转过的角度.望远镜止动螺钉拧紧后,望远镜的支撑架与主轴锁定,使望远镜支撑架相对主轴的位置固定,此时可调节望远镜微调螺钉,使望远镜相对主轴有微小转动,找到准确的重合像位置.

(4) 刻度圆盘:分光计出厂时,已将刻度盘平面调到与仪器转轴垂直并加以固定.刻度盘边缘刻有角度数值刻度,它是分光计测量角度的主尺.刻度圆盘分成 360°,最小分度值为半度(30′).小于半度的数值可在游标上读出,两个角游标设在黑色内盘边缘对径方向,游标分成 30 格,最小分度值为 1′.游标盘与载物台固连,可绕仪器转轴转动,有螺钉可以止动游标盘,此时可用微调螺钉进行微调,即游标盘可相对中心轴有微小转动.注意粗调时止动螺钉必须放松.

(5) 载物台:载物小平台是双层结构,其上层放置待测对象或分光元件,可用弹簧片夹紧.两层之间有 3 个互成 120°的调节螺钉(b_1,b_2,b_3),用来调节上层平台的高度和倾斜度.实验过程上层小平台上面的元件应固定.

【实验内容】

1. 调节分光计

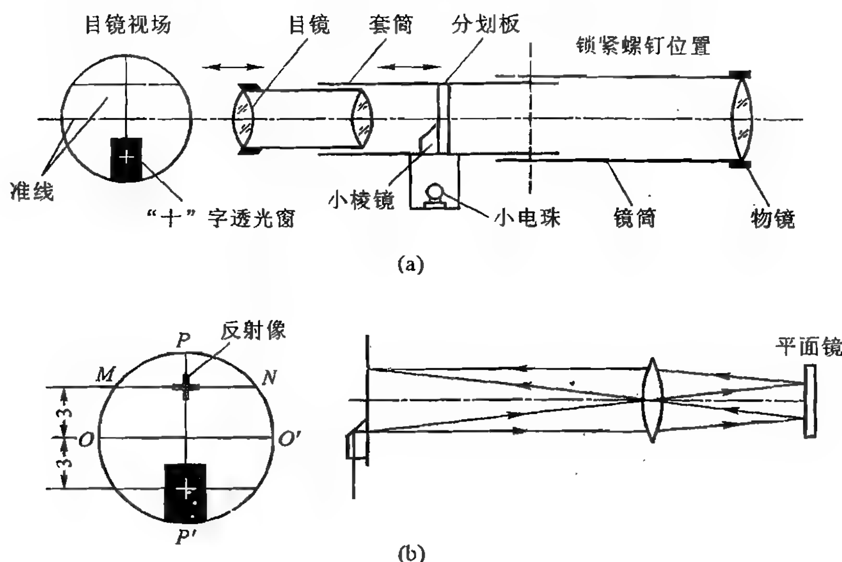


图 25－4　自准直望远镜
(a) 结构；(b) 自准直光路

为使仪器满足实验原理对实验条件的要求，使分光计处于正常工作状态，首先要对分光计进行调节．总体要求是：平行光管发出平行光；望远镜接收平行光(即聚焦于无穷远)；平行光管和望远镜的光轴与仪器转轴垂直．调节步骤如下：

(1) 粗调：用眼睛估测，调节望远镜、平行光管的水平方向或垂直方向的调节螺钉，使望远镜、平行光管的光轴通过转轴中心共轴，并处于水平状态．调节载物平台下的三个调节螺钉，使小平台大致成为水平平面．然后固定载物台锁紧螺钉，使游标盘与载物台固连；拧紧螺钉 3－7，使刻度盘与望远镜固连．

(2) 调节望远镜聚焦于无穷远(自准直法)：旋转调节望远镜目镜，使分划板上的"$\mp$"刻线看得最清楚．把平面镜放上载物小平台，如果粗调合适，通过缓慢转动游标盘，应能在望远镜目镜视野内找到亮"＋"字反射像．转动游标圆盘将平面镜绕转轴转过 180°，在目镜视野内仍能找到亮"＋"字反射像(为便于调节，平面镜在小平台上放置的方位要注意，例如可以放在 b_1 和 b_2 的连线上，这样只要调节螺钉 b_3 就可方便地改变平面反射镜对望远镜光轴的仰角)．松开螺钉 3－3，前后移动望远镜套筒，直到亮"＋"字反射像看清楚，调节这个反射像与分划板上刻线之间无视差，这时望远镜已聚焦于无穷远．拧紧螺钉 3－3 锁定套筒．

(3) 调节望远镜光轴垂直于仪器转轴：调节的目的是使望远镜光轴与圆刻度盘平行，从而可从刻度盘准确读出望远镜光轴的角坐标．现借助平面镜来调节，在上述步骤(2)的基础上进一步把亮"＋"字反射像调到"$\mp$"刻线的 MN 线上．调节时采用"逐步逼近法"，即先调节小平台的调节螺钉，把亮"＋"字像移近 MN 线一些，再调节望远镜的仰角螺钉，使亮"＋"字像落到 MN 线上．转动游标圆盘使平面镜转过 180°，再照上法调节．反复多次，逐渐逼近，直到平面镜转动 180°前后，亮"＋"字反射像都准确地落在 MN 线上，如图 25－5 所示．望远镜与平面镜转动 180°前后都垂直，这样平面镜平行于仪器转轴，望远镜光轴垂直于仪器转轴．此后注意不要再变动望远镜

的仰角调节螺钉.

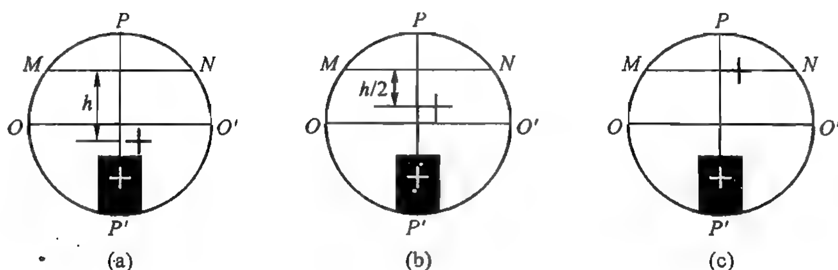


图 25-5 逐步逼近法视场图

(4) 调节平行光管产生平行光:整体移动分光计,使平行光管狭缝正对钠光灯,再把已聚焦无穷远的望远镜正对平行光管,在目镜视场内看到狭缝像.使狭缝套管沿光轴移动即调焦,直到狭缝平面位于平行光管透镜的焦面上.这时平行光管产生平行光,在望远镜目镜中能看到清晰狭缝像,再使它与分划板的刻线之间无视差.把狭缝像调到和刻线 PP' 平行.调节狭缝宽度,使像大小合适.

(5) 调节平行光管光轴与仪器转轴垂直:用已调好与仪器转轴垂直的望远镜光轴为标准,只要平行光管的光轴与望远镜光轴平行,则平行光管的光轴与仪器转轴必定垂直.调节平行光管的仰角,在望远镜目镜视场中,看到狭缝像相对"+"刻线的中央横线 OO' 上下对称.此时平行光管光轴与望远镜光轴平行,即平行光管光轴与仪器转轴垂直.

(6) 分光计的刻度圆盘角度读数:刻度圆盘分为 360°,最小分度值为 0.5°(30′).游标盘被等分为 30 个格,每小格为 1′.

角度的读法以角游标的零线为准,从刻度盘上找到与游标零线相对应的地方,读出"度"数,再找游标上与刻度盘刻线刚好重合的刻线,读出"分"数.所读"度"数与"分"数就是测量角度数值大小.为正确判断是哪一根游标线重合,可以使用放大镜,同时判断比较三至四根游标刻线.如图 25-6 所示的位置应读为 116°15′.

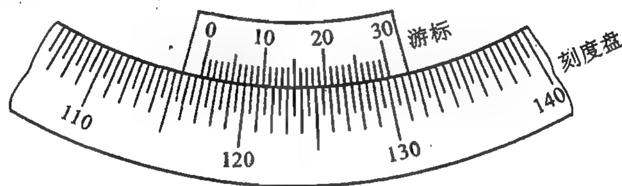


图 25-6 刻度盘

当望远镜沿角度增加方向转动某角 φ,如果 φ 角移过刻度圆盘中的 360°位置,此时 $\varphi(=\theta_{终}-\theta_{起})=(360°+\theta_{终})-\theta_{起}$;反之望远镜沿角度减小方向转动某角 φ,而且 φ 角移过刻度圆盘中的 360°位置,则 $\varphi(=\theta_{终}-\theta_{起})=(\theta_{终}-360°)-\theta_{起}$.

为了提高角度读数的准确,我们每次读数都需要从刻度盘的对称两边(即左游标、右游标)读

数．目的是为了消去刻度盘的中心 O(即仪器转轴中心)与游标的中心 O'不重合所产生的偏心差．

2．测定玻璃三棱镜顶角

(1) 调节三棱镜的主截面与仪器转轴垂直：如图 25－7 所示，把玻璃三棱镜放在分光计载物小平台上．为了测量准确，首先必须调节三棱镜主截面垂直于分光计转盘的转轴．可以假设：如果望远镜与三棱镜顶角相关的两个侧面(即光学表面 AB，AC)分别垂直，则望远镜和三棱镜主截面平行，而仪器转轴与三棱镜主截面垂直．具体方法是：目测三棱镜高度合适，且其三条边垂直与平台下面 3 个螺钉 b_1，b_2，b_3 的连线．转动游标盘使 AB 面正对望远镜，先调 b_1 或 b_2 螺钉，使 AB 面与望远镜光轴垂直，此时可看见 AB 面反射回来的"＋"字像与 MN 线重合．(不可调节望远镜下的调仰角螺钉，否则失去标准．)然后使 AC 面正对望远镜，调节螺钉 b_3，使 AC 面与望远镜光轴垂直．即看到反射回来的"＋"字像与 MN 线重合．再令 AB 面正对望远镜，只能调节 b_1 螺钉，使 AB 面与望远镜光轴垂直．直到两个侧面 AB 和 AC 反射回来的亮"＋"字像都在 MN 线上．即三棱镜的光学表面 AB 和 AC 都与仪器转轴平行，三棱镜的主截面与仪器转轴垂直．

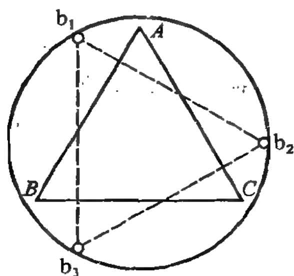


图 25－7 三棱镜放置方法

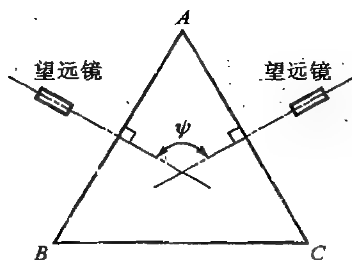


图 25－8 测三棱镜顶角光路图

(2) 顶角 A 测定：如图 25－8 所示，转动望远镜，先使望远镜光轴与棱镜 AB 面垂直，记下此时左右游标的读数 θ_1'，θ_1''．然后转动望远镜，使其光轴与 AC 面垂直，记下两边游标读数 θ_2'，θ_2''．两次读数相减便得顶角 A 的补角 ψ，即 $A=180°-\psi$，其中

$$\psi=\frac{1}{2}[(\theta_2'-\theta_1')+(\theta_2''-\theta_1'')]$$

要求重复调整 AB 和 AC 表面反射像与 MN 线重合，测量 3 次求平均值 A．

3．测定三棱镜的折射率

(1) 整体移动分光计或刻度圆盘，使钠光灯大体位于 AB 光学面的延长线上，并在 B 点略垂直于 AB 面的方位置一片毛玻璃作为扩展光源．这时用眼睛在出射光方向(AC 面)可找到一条明暗分界线，再将望远镜转至该方位，从望远镜中找到这条分界线．

(2) 将望远镜 PP'线对准明暗分界线，记下左、右游标读数 θ_3'、θ_3''．

(3) 转动望远镜至 AC 面的法线位置，记下游标读数 θ_4'、θ_4''．从而可求得光线掠入射时的出射极限角．

$$\phi = \frac{1}{2}[(\theta'_3 - \theta'_4) + (\theta''_3 - \theta''_4)]$$

求出 ϕ 值后利用公式可计算出折射率 n_x.

(4) 重复步骤(2)和(3),测量3次求出 n_x 的平均值 $\bar{n}_x$.

【注意事项】

(1) 平面镜表面镀有铝膜,不得用手触及镜面. AB 和 AC 面为光学表面,要特别注意保护. 操作时手不要摸刻度盘上的刻度,以免刻度磨损.

(2) 使用游标盘或望远镜的微调机构后,若需要再转动样品平台或望远镜,必须先松掉游标盘的止动螺钉或望远镜的止动螺钉,以免损坏仪器.归整仪器时松开这两个螺钉和两个微调螺钉.

【思考题】

(1) 当转动游标盘,平面镜跟着转动时,目镜中的"+"字反射像在视野中扫过,如它的轨迹与 MN 线不平行,有没有关系? 如果要调,怎么调? 如果不调,怎么办?

(2) 调好望远镜与转轴垂直后,拿下平面镜,以后哪些螺钉能动,哪些螺钉不能动?

(3) 放置玻璃三棱镜时,小平台的高度要合适,"合适"指什么? 要达到什么目的?

(4) 三棱镜 AB 和 AC 面调好与望远镜垂直了,在以后的操作过程中,三棱镜不能拿下来再放上去,为什么?

(5) 两个微调螺钉分别在什么情况下使用,怎样使用? 如何保护微调装置?

(6) 在测量角度时,如果误动了望远镜的调仰角螺钉,怎么办? 如果误动了小平台下的 b_1 螺钉,怎么办?

(7) 怎样判断物和像(如"+"字和它的像)是否在同一平面内? 如果已判断出图25-4(b)中亮"+"字反射像在"╪"刻线的前方,即离观察者更远,应怎样调节分划板,以使亮"+"字反射像与刻线在同一平面内?

(8) 若待测三棱镜的顶角 A 为直角,AB 和 AC 侧面为光学表面,应把它如何放置在小平台上(画图并说明理由).

(9) 调节望远镜光轴与仪器转轴垂直时,观察到的现象是:平面镜反射的亮"+"字反射像在刻线 MN 上方,距 MN 线距离为 a,平面镜绕仪器转轴转180°后像仍在上方,但距 MN 线为 $5a$,问:

① 平面镜是否平行于转轴?

② 望远镜是否垂直于转轴?

③ 设计一种调节方法,使调节望远镜光轴与仪器转轴垂直的操作最迅速.

【附录】

1. 玻璃三棱镜的放置

玻璃三棱镜怎样放置在小平台上,参看图25-7.为什么要这样放呢? 其理由是:

假设先用望远镜正对 AB 面,调节螺钉 b_1 或 b_2,已使 AB 面与望远镜光轴垂直.然后把望远

镜正对 AC 面，调节 b_3 螺丝，使 AC 面与望远镜光轴垂直．此时调螺钉 b_3 会使平台（及三棱镜）绕 b_1 和 b_2 的连线作小角度旋转，由于原来放三棱镜时已使 b_1 和 b_2 的连线与 AB 面垂直，所以调 b_3 时 AB 面绕 b_1 和 b_2 连线的小角度旋转并不改变 AB 面的方向，因而不会破坏原先对 AB 面的调节．同理，调好 AC 面与望远镜光轴垂直后，再调 AB 面时，调螺钉 b_1 不会破坏对 AC 面的调节．

这种调节方法是设法把一个二维（或多维）调节的问题简化为两个（或多个）"独立"的一维调节的问题．它在许多仪器的调节过程是使用方法之一．上述推理只是一种理想的情况，实际上两个自由度还是有点互相牵制、互相影响的，所以要对两个自由度进行反复调节．

2．角度偏心差的消除

如图 25－9 所示，设刻度度盘（连带望远镜）绕仪器转轴 O 实际转过的角度是 ϕ，而从左、右游标上读出的分别是 ϕ' 和 ϕ''，由几何原理得知

$$\alpha_1=\frac{\phi'}{2},\quad \alpha_2=\frac{\phi''}{2}$$

$$\phi=\alpha_1+\alpha_2=\frac{1}{2}(\phi'+\phi'')$$

即
$$\phi=\frac{1}{2}[(\theta_2'-\theta_1')+(\theta_2''-\theta_1'')]$$

所以可用左、右游标读数分别算出的转角 $\phi'=\theta_2'-\theta_1'$ 及 $\phi''=\theta_2''-\theta_1''$，取平均值求得实际的转角 ϕ．θ_1'，θ_1'' 为第一次左、右游标读数值（起始值），θ_2'，θ_2'' 为转动望远镜后左、右游标的读数．

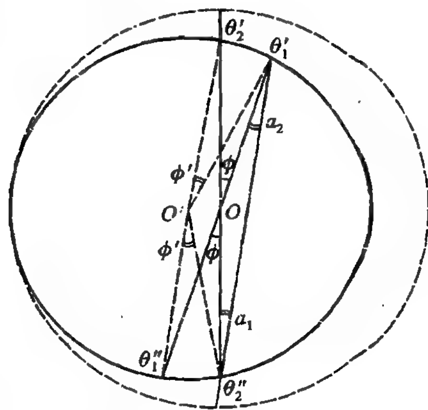


图 25－9　角度偏心差

实验二十六

光学成像系统的分辨本领

【目的要求】

(1) 了解光的衍射限制光学系统分辨本领的原理；
(2) 掌握测定显微镜分辨本领的方法；
(3) 了解物镜数值孔径与显微镜分辨本领的关系.

【仪器用具】

读数显微镜，鉴别率板，光阑和支架，游标卡尺和照明设备.

【实验原理】

一般光学成像系统，例如，眼睛、望远镜、放大镜、照相机和显微镜等，光瞳多是圆形. 来自无限远处物点的光，通过圆形光瞳进入光学系统，在其像面或焦面上形成一个夫琅禾费圆孔衍射图样. 圆孔衍射光场中的绝大部分能量集中在零级衍射斑内. 圆孔的零级衍射光斑称为艾里斑. 其中心是几何光学像点. 艾里斑大小为第一暗环的角半径

$$\Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{D} \tag{26.1}$$

它表示衍射光角分布的弥散程度. 用光学成像系统观测远处相邻两个物点，它们的像是两个相邻的圆形衍射光斑. 如果两个物点的像之间的角距离 $\delta\theta \leqslant \Delta\theta$ 时，则两个圆斑几乎重叠而不可分辨. 瑞利提出，在由两个衍射图样合成的总光强分布谱线中，当两个极大值间的极小值不大于极大值的 80% 时，两个相邻物点可分辨. 这就是光学成像系统能够分辨两个相邻物点的瑞利判据.

显微镜是一种常用光学成像系统，它具有一定的分辨本领. 设有两个物点 A 和 B，它们的距离为 δy，经过显微镜物镜后成中间像 A' 和 B'. 若显微镜物镜是理想成像系统，则 A'，B' 为两个几何点，但实际上物镜（或其他孔径光阑）将产生衍射现象，因此 A'，B' 均为衍射图样（通常称这图样为艾里图样，其中心亮盘为艾里斑），如图 26－1 所示.

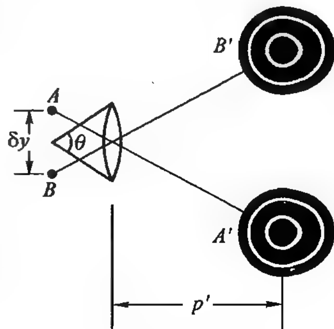


图 26－1　瑞利判据

艾里斑（中心亮盘）的半径为 $1.22\lambda_{p'}/D$，式中 λ 为光的波长，D 为物镜的直径，p' 为物镜到中间像的距离. 因此当 A，B 两点的距离 δy 小于某一数值时，衍射图样 A' 与衍射图样 B' 重合得过多，人们将无法分辨这个重合的衍射图样是一个物点所产生的，还是两个物点所产生的衍射图样. 人们把这个临界的 δy 值（即刚刚能分辨出两物时 A 和 B 间的距离）叫做这个物镜的最小分辨距

离.在一般情况下,物镜的最小分辨距离就是整个显微镜的最小分辨距离.根据瑞利判据(在没有几何像差,只有衍射效应的情况下),这个最小分辨距离 δy 可由下列公式计算出来:

$$\delta y=\frac{0.61\lambda}{n\cdot\sin\frac{\theta}{2}}=\frac{0.61\lambda}{\mathrm{NA}} \tag{26.2}$$

式中:λ 为光的波长;n 为物与物镜间介质的折射率;θ 为物镜(或其他入射光瞳)对物点的张角.通常把 $n\sin\frac{\theta}{2}$值叫做物镜的数值孔径,用符号 NA 表示,并将其具体数值标在显微镜的物镜上.

本实验就是装上一个 NA 值较小的物镜的显微镜来观察一系列不同间隔的条纹,理解显微镜的最小分辨距离 δy 与 NA 值之间的关系.

【实验内容】

1. 测量最小分辨距离 δy

(1) 把鉴别率板放在读数显微镜(RM)的平台(毛玻璃)上.

(2) 调节显微镜的照明,调焦,并进一步细调鉴别率板的位置使其图像在视野正中.

(3) 利用光阑支架把光阑放在显微镜物镜前很近的地方,调节显微镜看清光阑,移动光阑圆孔到视野中心,再重新把显微镜调焦到鉴别率板上.

(4) 从显微镜中看鉴别率板 AB,如图 26－2 所示,可以看到有 25 组方块,其中组号小的条纹间距大,组号大的条纹间距小,组号再大时方块中就模糊一片看不见条纹了.记住那个临界的刚能看出有条纹存在的方块的组号(一组之中有 4 个方块,只要有一个方块有条纹,就算这一组有条纹).依次插入其他圆孔,观察、记录相应的临界组号.

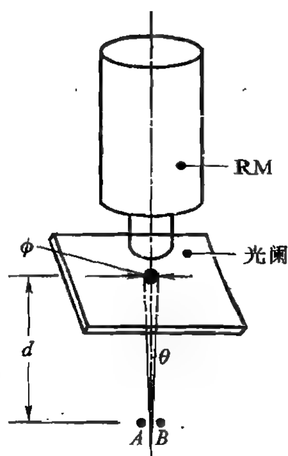


图 26－2 测量装置

(5) 从鉴别率板出厂数据表(实验室提供)查出各临界组号所对应的条纹间距 δy.这些 δy 便是附加了不同圆孔光阑的被测显微镜实际的最小分辨距离.这是实验测得的 δy 数据,以"δy(实验)"表示.

2. 测物镜的数值孔径 NA

可只测附加某一圆孔光阑时的 NA 值.因为 $n=1$,θ 很小,所以

$$\mathrm{NA}=n\sin\frac{\theta}{2}\approx\frac{\phi}{2d}$$

式中:d 为光阑与鉴别率板 AB 之间的距离,用游标卡尺测量;ϕ 是光阑的孔径,用读数显微镜测量,测量 ϕ 时,读数显微镜中与圆相切的一根叉丝应与镜筒移动方向(即读数显微镜的主尺方向)垂直,否则数据偏大.

计算 NA,再计算 δy(理论).光源用白光时,波长 λ 按 0.55 μm 计算.

比较分析不同圆孔测定的 δy(实验)值及 δy(理论)值,你得到什么结论?

【思考题】

(1) 一全息光栅其条纹间距为 0.40 μm.某一显微镜有两物镜和两目镜(5×,10×):物镜 A

为 100×,NA 为 1.25(此系油镜头,物与物镜间加油);物镜 B 为 40×,NA 为 0.65. 试问应选用哪一个物镜可以分辨这种条纹,还是两物镜均可分辨? 若不用目镜直接用眼睛观察中间像能否分辨此条纹(人眼能分辨在明视距离处相距 75 μm 的两条刻线)? 若不能,至少应选用多大倍率的目镜便可? 设照明灯光的波长为 0.55 μm

(2) 观测读数显微镜的 NA 时(图 26－2),圆孔光阑若放置过低(离 *AB* 很近)会产生什么问题?

【附录】

(1) 读数显微镜:其工作距离约为 30 mm.

(2) 2 号鉴别率板:系光刻制成的一种很小的不透明板,上面刻有透明的图样. 每一块鉴别率板上刻有 100 个方块,每 4 个方块为一组,共 25 组. 这 25 组方块中均刻有平行条纹,不同组的条纹间距不同,同组的 4 个方块条纹间距相同,但条纹刻划方向不同,条纹图样的某一组的示意如图 26－3 所示.

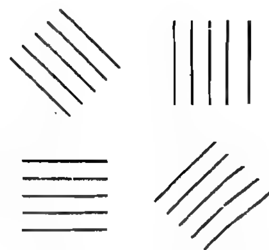


图 26－3　鉴别率图样

(3) 光阑:打了几个圆孔的一块铜板,直径为 1.5～1.0 mm.

(4) 光阑支架:可夹持光阑,其高度可调.

实验二十七

光的干涉现象

【目的要求】

(1) 了解光干涉现象产生的方法;
(2) 用光干涉现象测量物理参量;
(3) 初步观察干涉场空间性质.

【仪器用具】

劈尖,牛顿环,双棱镜,读数显微镜及附件,钠光灯,半导体激光器,测微目镜,凸透镜,狭缝,光学平台及附件.

【实验原理】

1. 劈尖

劈尖是一种典型的分振幅干涉装置,它由一对平板玻璃上下表面间的楔形薄膜材料组成.两平板玻璃一端用厚度 d 的物体隔开,另一端接触,其接触直线叫做棱边线,平行于棱边线的任一直线上的薄膜厚度相等.如果薄膜材料是空气,则该劈尖叫做空气劈尖.一束波长 λ 的单色光波入射于劈尖,如图 27-1 所示,劈尖的上下表面的反射光线将形成相干光.设劈尖折射率是 n,P 点处薄膜厚度 h,点光源发出的两条特定光线交于 P 点.它们的光程差 $\Delta L(P)\approx 2nh\cos i$,其中 i 是光线在薄膜内的倾角.劈尖外平板玻璃的折射率为 n_1,如果 $n<n_1$,在劈尖下表面反射的光要附加半个波长的光程,则 P 点处的干涉条件是

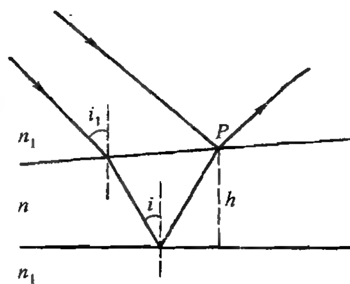


图 27-1 劈尖光路

$$\Delta L = 2nh\cos i + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k=1,2,3,\cdots \quad (\text{亮条纹})$$

$$\Delta L = 2nh\cos i + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k=0,1,2,3,\cdots \quad (\text{暗条纹})$$

当光线垂直入射时,$i=0$,有

$$\Delta L = 2nh + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad k=1,2,3,\cdots \quad (\text{亮条纹})$$

$$\Delta L = 2nh + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k=0,1,2,3,\cdots \quad (\text{暗条纹})$$

任一亮(或暗)条纹都与劈尖厚度 h 相对应,这些干涉条纹叫做等厚干涉条纹,它们形成于厚度不均匀的薄膜表面.在棱边线出现暗条纹,这是"半波损失".在实际应用中,劈尖可用于测量

小角度、物体厚度和检测玻璃板表面的不平整度.

2. 牛顿环

牛顿环是一种分振幅的干涉现象,是典型的等厚干涉条纹.牛顿环通常用来测量透镜的曲率半径,或用来检查物体表面的平整度.如图 27－2 所示,DCE 是一块平面玻璃板,在它上面放一块曲率半径 R 很大的平凸透镜 ACB,因为是凸面相接触,所以除了接触以外,两玻璃之间就形成一厚度不均的空气薄层.其等厚线是以接触点为中心的同心圆.如果有光从上面正入射,则空气薄膜的上缘面(即空气间隙与 ACB 的交界面)所反射的光和下缘面(即空气间隙与 DCE 的交界面)所反射的光之间便有光程差,因此产生干涉现象.光程差相等的地方形成以 C 点为中心的同心圆,因而干涉条纹是一族以 C 为中心的同心圆.

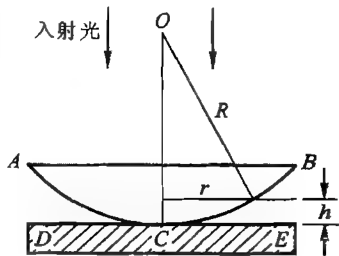


图 27－2　牛顿环光路

设所用光波长为 λ 的单色光,与 C 距离为 r 处的空气间隙厚度为 h,则空气间隙上下缘面所反射的光的光程差 ΔL(空气的折射率近似为 1)为

$$\Delta L = 2h + \frac{\lambda}{2} \tag{27.1}$$

其中 $\lambda/2$ 一项是由于光从疏媒质到密媒质的交界面上反射时,发生半波损失所引起的.由图 27－2的几何关系可知

$$h = R - \sqrt{R^2 - r^2} \approx \frac{r^2}{2R} \tag{27.2}$$

当

$$\Delta L = 2h + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k = 0,1,2,\cdots \tag{27.3}$$

时,产生暗条纹.将式(27.2)代入式(27.3),便得第 k 级暗纹的半径为

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \tag{27.4}$$

可见,r_k 与 k 的平方根成正比,故圆环愈来愈密,而且愈细.同理,亮圈的半径为

$$r_k' = \sqrt{(2k-1)R\frac{\lambda}{2}} \tag{27.5}$$

从上面的讨论可知,设法测得圆环的半径 r_k,知道了 λ,就可以算出 R;或者知道了 R,就可以测定 λ.但由于玻璃的弹性形变以及接触处不干净的影响,平凸透镜与平面玻璃不可能只有一点相接触,因此近圆心处干涉圈纹便较模糊而粗阔,致使 r_k 难以确定和测准.

3. 双棱镜

两个独立的光源不可能产生干涉.要观察干涉现象必须用光学方法将一个原始光点(振源)分成两个相位差不变的辐射中心,即造成"相干光源".分割的方法有两种,即分波前和分振幅.双棱镜属于分波前的干涉元件.

对于两个距离很近、振幅相同的相干点状光源 S_1,S_2,干涉场中任一点 P 的光强为

$$I = 4a^2\cos^2\left(\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right) \tag{27.6}$$

式中：d_1 和 d_2 分别是该点与两个振源的距离；λ 是光波的波长；a 是一个振源在 P 点产生的振幅.

若场中观察点 P 适合下列条件，其强度将是极大或极小

$$\frac{d_2 - d_1}{\lambda} = k\text{(极大)},\quad \frac{d_2 - d_1}{\lambda} = k + \frac{1}{2}\text{(极小)} \tag{27.7}$$

式中：$k = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$. 满足上列方程的 P 点轨迹，是以 S_1 和 S_2 为焦点的旋转双曲面族.

随着接收屏相对于两点源取不同的方位，屏上的干涉条件呈现不同形状，当屏与 S_1，S_2 连线的垂直平分线相垂直，而且点源及接收屏满足傍轴条件时，屏上出现直条纹（见图27－3）. 设相干光源 S_1 与 S_2 相距为 l，对 z 轴对称配置，它们与屏的距离为 D. 在 O 点因光程差为零而形成中央亮纹，其余的花纹则分别列于 O 点的两旁. 设第 k 条亮纹与中心相距为 x_k，如 x_k 与 l 都比 D 小得多（实际情况如此），则 x_k 由下式决定：

$$x_k = \frac{D}{l}k\lambda \tag{27.8}$$

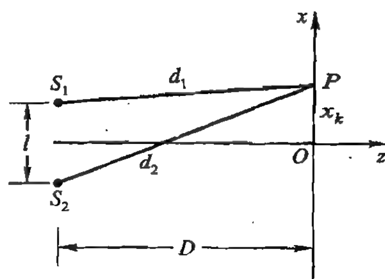


图 27－3 分波前干涉原理

暗纹的位置则由下式决定：

$$x_k' = \frac{D}{l}\left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \tag{27.9}$$

任何两条相邻的亮纹（或暗纹）之间的距离是

$$\delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{D}{l}\lambda \tag{27.10}$$

则光波波长是

$$\lambda = \frac{l}{D}\delta x \tag{27.11}$$

【实验内容】

1. 物体厚度 d 的测定

利用劈尖这种典型光干涉现象产生装置可以测定微小物体厚度. 其实验装置如图 27－4 所示，在读数显微镜 RM 的载物平台上放置空气劈尖，打开钠光灯电源，使波长 $\lambda = 589$ nm 的黄色光波经反射镜 M 垂直入射于劈尖，调节读数显微镜的目镜，使分划板和叉丝清晰，转动调焦手轮，从目镜内找到清晰的干涉条纹，观察和记录等厚干涉现象. 测量两相邻亮（或暗）条纹的间距 l，设空气折射率 $n = 1$，用公式 $\sin\theta = \lambda/2nl$ 计算劈尖夹角 θ. 测量构成劈尖的平板玻璃长度 L，计算隔开两平行平板玻璃的物体厚度 d.

2. 透镜曲率半径 R 的测定

利用牛顿环这种典型光干涉现象产生装置，可以测定透镜曲率半径. 但当 k 比较小时存在干涉条纹边界不够清晰的问题. 为了测量准确，我们可设法绕过这一难点取 k 比较大的干涉条纹来测量. 设第 m 条暗纹和第 n 条暗纹的半径各为 r_m 及 r_n，则由式(27.4)得

$$R = \frac{r_m^2 - r_n^2}{\lambda(m-n)} = \frac{(r_m + r_n)(r_m - r_n)}{\lambda(m-n)} = \frac{(P_m - P_n')(P_m - P_n)}{\lambda(m-n)} \tag{27.12}$$

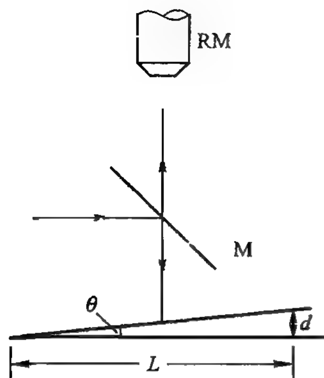


图 27－4　劈尖装置

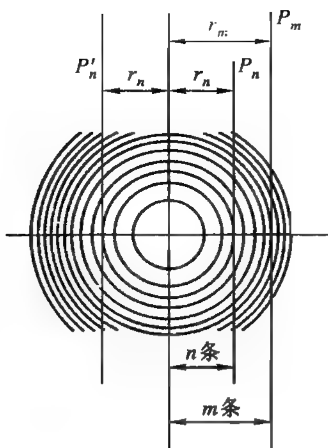


图 27－5　测量 R 方法

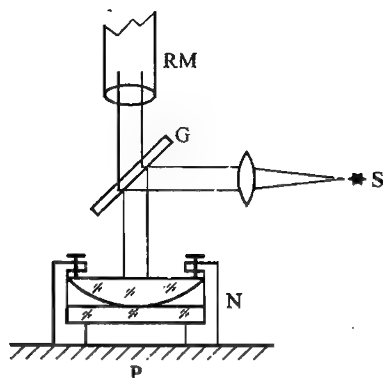


图 27－6　牛顿环装置

式中：各符号意义及具体测量方法见图 27－5．按照从左向右（或从右向左）的一定方向移动读数显微镜 RM，使其竖立叉丝依次与待测圆环相切，并记下相应的读数 P'_n, P_n, P_m．$(m-n)$应至少大于 10．**注意**：RM 与圆相切的叉丝应垂直于镜筒的移动方向（即主尺方向）．测量时，把牛顿环 N 放在读数显微镜的平台 P 上，镜筒下方有玻璃片 G，其方位可调（图 27－6），以便使光源 S 射来的光经过它反射后恰好垂直地向下投射到 N 上，再经 N 反射后经过 G 而进入显微镜．为了找到清晰的干涉环，除了要仔细对读数显微镜本身调焦（包括目镜的调节）外，还必须注意调节光源位置、G 的高度与角度、显微镜的位置、N 的位置，要保证有足够的光强反射到读数显微镜中，圆环中心大体对准叉丝交点．

更换 RM 的移动方向，重复测量两次．以$(P_m-P'_n)$和(P_m-P_n)的平均值代入式(27.12)计算 R．已知钠光波长 $\lambda=589$ nm．

3．光波波长 λ 的测定

菲涅耳双棱镜由玻璃制成，它有两个非常小的锐角（约 1°）和一个非常大的钝角．如图27－7所示．从狭缝 S 射来的光束经过双棱镜的折射，产生两个虚像 S_1 和 S_2，它们就是相干光源．折射光束在双棱镜后面画有斜线的区域中发生干涉，结果在屏上形成明暗交替的直线条纹．如能测得 δx，l 和 D，则可由式(27.11)算出光源的波长 λ．

实验装置如图 27－8 所示：N 是钠光灯，S 是宽度可调的狭缝，B 是双棱镜（它嵌在一特制金属框内，可调节其方位），E 是测微目镜．其叉丝面相当于图 27－7 中的观察屏．为了便于调节，所有仪器元件都安置在光学平台上或有标尺的导轨上．用标尺可测出各元件间的距离．如果用半导体激光器代替钠光灯，则可省去狭缝，将激光束直射双棱镜．

(1) 调节各元件共轴：在光学平台或导轨上放上光源、透镜 L 和接收屏 P，调此三者共轴．再插入狭缝 S，把它调在 L 的光轴上．然后放入双棱镜 B，调其高低左右，使屏上出现的二虚光源的像同样明亮，并尽可能的长．最后，以测微目镜代替屏，调节目镜，使 S_1，S_2 的像位于视野的中心部位．

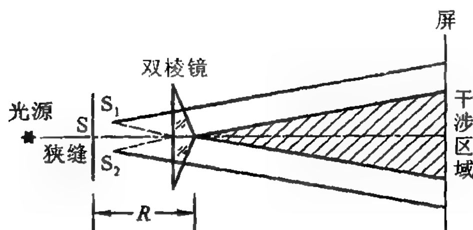


图 27－7 双棱镜产生干涉图样

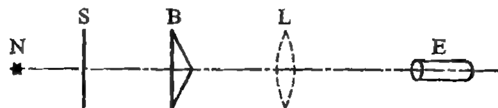


图 27－8 双棱镜装置

(2) 调出干涉条纹，去掉 L：先使 D 较小而 R 较大(图 27－3，图 27－7)，调缝宽，并调 B 的方位使其棱脊与缝平行，从测微目镜 E 中找条纹(关于测微目镜的结构及用法，参看实验七"显微镜").

(3) 测条纹间距 δx：用 E 测量相隔较远的两条暗(亮)纹间距，除以所经过的亮(暗)纹数目，即得 δx. 重复测 3 次，再测 R，D.

(4) 测量两虚光源间的距离 l：l 的数值与狭缝至棱镜的距离有关，经计算可得

$$l \approx 2R\alpha(n-1) \tag{27.13}$$

式中：α 为双棱镜的锐角；n 为玻璃折射率；R 为狭缝与棱镜的距离. 在 α 和 n 未知的情况下，可用成像的办法来测定 l. 在 B 和 E 之间放上透镜 L，设法从 E 中找到 S_1，S_2 的像. (E 还能移动否? B，S 还能移动否?)用 E 测出两实像间的距离 l'，重复 3 次. 记下物距 a(近似认为 S_1，S_2 处在 S 平面上)和像距 b. a，b 两值最好不要相差过大. 由

$$l = \frac{a}{b}l' \tag{27.14}$$

求 l.

(5) 由 δx，l 和 D 值算出钠光的波长 λ：要求报告中注明 R 值.

4. 换用白炽灯，观察并记录干涉现象

5. 观察光场的空间相干性

(1) 保持测微目镜 E 不动(图 27－8)，有序改变 S 的宽度，观察干涉条纹可见度的改变.

(2) 保持 S 的宽度不变，有序改变 B 的前后位置，观察条纹可见度的变化.

【思考题】

(1) 本实验 1、2 部分所观察到的是等厚干涉条纹还是等倾干涉条纹? 你能从观察中加以区别吗?

(2) 牛顿环是定域条纹还是非定域条纹? 从实际观测的角度说明之. 你有什么办法大体确定其定域位置?

(3) 从牛顿环透射过来的光能不能形成干涉圆纹? 如果有圆纹，则与反射光形成的干涉圆纹有何不同?

(4) 在公式(27.12)中，如将级次 m，n 各漏数了一级，对测 R 有无影响?

(5) 是否在空间的任何位置都能观察到双棱镜产生的干涉条纹? 如果不是，干涉条纹只存

在哪个区域?

(6) 如果狭缝和双棱镜的镜脊并不平行,还能观察到干涉条纹吗?为什么?

(7) 干涉条纹的间距与哪些因素有关?当S和B的距离加大时,条纹间距是变小还是变大?

【附录】

严格地说,S_1 与 S_2 并不在S平面上(图27-7),D 和 a 从S量起不够准确.准确测量 l 和 D 的方法如下:

当S与E的距离 D 大于 $4f$(f 为透镜的焦距)时,可以找到透镜的两个位置,在这两个位置上从E中都可以看到 S_1 和 S_2 的像.对于这两个位置,分别有

$$\frac{l}{l_1}=\frac{a}{b},\quad \frac{l}{l_2}=\frac{b}{a} \tag{27.15}$$

得到

$$l=\sqrt{l_1 l_2} \tag{27.16}$$

设两次成像中透镜移动的距离为 A,则

$$A=|a-b| \tag{27.17}$$

而 D 则是

$$D=a+b \tag{27.18}$$

因而

$$D=A\frac{\sqrt{l_2}+\sqrt{l_1}}{\sqrt{l_1}-\sqrt{l_2}} \tag{27.19}$$

式(27.16)中,l_1 和 l_2 分别为对应于L的两个位置 S_1 和 S_2 的实像间距.这样便省略了对 a 和 b 的测量.至于 D,由于它的数值大,仍可从狭缝或半导体激光器出光的位置开始测量读取数据.

实验二十八

夫琅禾费衍射现象

【目的要求】

(1) 研究产生夫琅禾费衍射的各种光路;
(2) 观测夫琅禾费衍射图样及其规律.

【仪器用具】

He-Ne 激光器,扩束透镜($f_1 \approx 1$ cm),凸透镜($f_2 \approx 16$ cm),单缝,单丝,多缝(2~5),双圆孔,一维光栅,正交光栅,多孔,分光计,钠光灯,平行光管(2 个),针孔,光学平台或导轨及附件.

【实验原理】

(一) 产生夫琅禾费衍射的各种光路

夫琅禾费(J. Fraunhofer)衍射的定义是:当光源及接收屏都距离衍射屏无限远时,在接收屏处由光源及衍射屏产生的衍射为夫琅禾费衍射.但是把光源及接收屏放在无限远,实验上是办不到的.实际接收夫琅禾费衍射的装置有下列四种.

1. 焦面接收装置(以单缝衍射为例来说明,下同)

把点光源 S 放在凸透镜 L_1 的前焦点上,在凸透镜 L_2 的后焦面上接收衍射场(图 28-1).

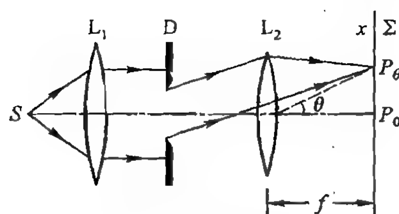


图 28-1　焦面接收光路

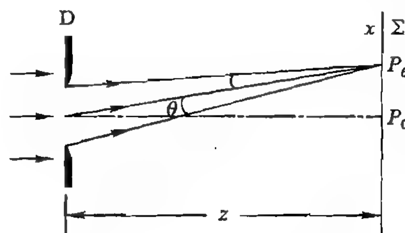


图 28-2　远场接收光路图

2. 远场接收装置

在满足远场条件下,狭缝前后也可以不用透镜,而获得夫琅禾费衍射图样.远场条件是:

① 光源离狭缝很远,即 $R \gg \frac{\rho^2}{\lambda}$,其中 R 为光源到狭缝的距离,2ρ 为狭缝的宽度;

② 接收屏离狭缝足够远,即 $z \gg \frac{\rho^2}{\lambda}$,$z$ 为狭缝与接收屏的距离.(至于观察点 P,在 $z \gg \frac{\rho^2}{\lambda}$ 的条件下,则只要求 P 满足傍轴条件,而这通常总是满足的①.)

图 28-2 所示为远场接收的光路,其中假定一束平行光垂直投射在衍射屏上.

① 赵凯华,钟锡华.光学(下册).北京:北京大学出版社,1984.第五章

3. 像面接收装置Ⅰ[①]

其光路见图 28－3. D 处在透镜的后方，S 在光轴上，Σ 代表点光源的像面，S' 为 S 的像. 理论已经证明 Σ 面上呈现的图样为夫琅禾费衍射图样，即屏上任一点 P_θ 的复振幅与角度 θ 的函数关系符合夫琅禾费衍射积分的标准形式.

4. 像面接收装置Ⅱ

图 28－4 为其相应的光路，衍射屏位于透镜的前方，P_θ 是场点 P' 的共轭点，S 也在光轴上. 设想光路逆转自右向左（S' 变为点光源，S 为其像点），衍射屏便处于透镜的后方了，Σ' 上的衍射图样便同于像面接收装置Ⅰ的 Σ 上情况（z 相应取代 z'）. 不难想像实际上呈现在图 28－4 中像面 Σ 上的衍射图样可由物面上设想的共轭衍射图样（或称虚衍射图样）导出——二者为物像关系.

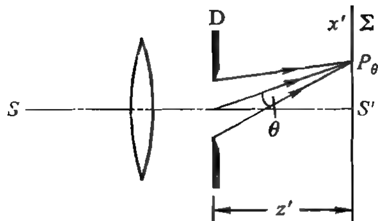


图 28－3　像面接收光路Ⅰ

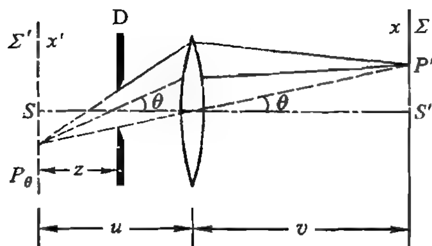


图 28－4　像面接收光路Ⅱ

（二）夫琅禾费衍射图样的一些规律

1. 单缝夫琅禾费衍射图样

图 28－1 中，平行于光轴的衍射光束会聚于屏幕的 P_θ 处，是中央亮纹（或称主极强、零级）的中心，此处光强度记为 I_0，与光轴夹角为 θ 的衍射光束会聚于屏幕的 P_θ 处，由计算可得出 P_θ 处的光强为

$$I_\theta = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}, \quad u = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

式中：θ 为衍射角；a 为狭缝宽度；λ 为所用单色光波长.

当 $\theta=0$ 时，$u=0$，这时光强为 I_0 是最大值. 在其他条件不变的情况下，此光强最大值 I_0 与狭缝宽度 a 的平方成正比.

当 $\sin\theta = k\lambda/a (k=\pm1,\pm2,\pm3,\cdots)$，$I_\theta=0$. 实际上 θ 往往很小，可近似认为暗纹所对应的衍射角为 $\theta=k\lambda/a$. 由此可见，主极强两侧暗纹之间的半角宽 $\Delta\theta=\lambda/a$，而其他相邻暗纹之间的角宽度为 $\Delta\theta=\lambda/a$.

除了中央主极强以外，两相邻暗纹之间都有一次极强. 数学计算指出，这些次极强的位置在 $\theta\approx\sin\theta=\pm1.43\lambda/a, \pm2.46\lambda/a, \cdots$，这些次极强的相对强度 $(I_\theta/I_0)=0.047, 0.017, \cdots$.

以上所述是单缝衍射图样角分布的规律. 而角分布与接收屏上横向分布的关系是：对于焦面

① 赵凯华，钟锡华. 光学（下册）. 北京：北京大学出版社，1984. 第五章

接收(图 28－1),$(\Delta x/f)=\Delta\theta(=\lambda/a)$;对于远场接收(图 28－2),$\Delta x/z=\Delta\theta$;对于像面接收 I(图 28－3),$(\Delta x/z')=\Delta\theta$;对于像面接收 II(图 28－4),$(\Delta x'/z)=\Delta\theta$, $\Delta x=V\Delta x'=(v/u)\cdot(z\lambda/a)$.式中 Δx 表示相邻暗纹之间的线宽度(除中央亮纹外),V 为横向放大率.

2. 单丝夫琅禾费衍射图样

根据巴比涅(A. Babinet)原理,单丝的衍射图样为与其互补的单缝的衍射图样,在自由光场为零的区域内是相同的,所谓自由光场,是指无衍射屏时未受阻碍的光场.巴比涅原理对非涅耳衍射也成立.

采用像面(或焦面)接收光路,可以观察到单丝的夫琅禾费衍射图样.

3. 多缝夫琅禾费衍射

N 缝夫琅禾费衍射的强度分布为

$$I_\theta=A_\theta^2\left(\frac{\sin NB}{\sin\beta}\right)^2=A_0^2\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2\left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2$$

式中:$u=\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta$;$\beta=\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta$;$a$ 是各条缝的宽度;d 为缝距;A_0 代表单缝衍射下相应于 $\theta=0$ 时场点的振幅.$(\sin u/u)^2$ 称为单缝衍射因子,$(\sin N\beta/\sin\beta)^2$ 称为缝间干涉因子.

从上式可引出如下结果:

(1) 在缝间干涉因子取极大的方向上,多缝衍射出现一个主极强 $I_\theta=A_\theta^2N^2$,A_θ^2 为单缝在主极强方向衍射的强度.

(2) 主极强的位置由 $\sin\theta=k(\lambda/d)$决定$(k=0,\pm1,\cdots)$,与缝数 N 无关.

(3) 主极强的最大级次 $|k|<d/\lambda$.

(4) 相邻主极强之间有 $N-1$ 个极小,$N-2$ 个次极强.

(5) 主极强半角宽 $\Delta\theta=\frac{\lambda}{Nd\cos\theta_k}$.

(6) 当干涉主极强与单缝衍射因子的零点相遇时,出现缺级.

4. 双圆孔夫琅禾费衍射

双圆孔的复振幅透过率(或屏函数)$t(x,y)$可视为圆孔的复振幅透过率 $g(x,y)$(圆域函数)和 $h(x,y)=\delta\left(x+\frac{d}{2}\right)+\delta\left(x-\frac{d}{2}\right)$的卷积①,$h(x,y)$为两个 δ 函数之和,d 为圆孔间距,圆孔半径为 r_0,即

$$t(x,y)=g(x,y)*h(x,y)$$

图 28－5 表示各函数的图形.根据卷积定理

$$T(f_x,f_y)=G(f_x,f_y)\cdot H(f_x,f_y)$$

$$|T(f_x,f_y)|^2=|G(f_x,f_y)|^2\cdot|H(f_x,f_y)|^2$$

式中:T,G,H 分别是 t,g,h 的傅里叶变换(或频谱);$|T|^2,|G|^2,|H|^2$ 分别是 t,g,h 的功率谱.

我们知道某衍射屏夫琅禾费衍射场的强度分布等于相应屏函数的功率谱.$|G(f_x,f_y)|^2$ 是圆孔夫琅禾费衍射的强度分布;$|H(f_x,f_y)|^2$ 则是两点源干涉在远场的强度分布.由此可见,双

① 赵凯华,钟锡华.光学(下册).北京:北京大学出版社,1984.98

圆孔夫琅禾费衍射的强度分布为余弦干涉条纹受到艾里图样的调制.(犹如双缝衍射的情形.)

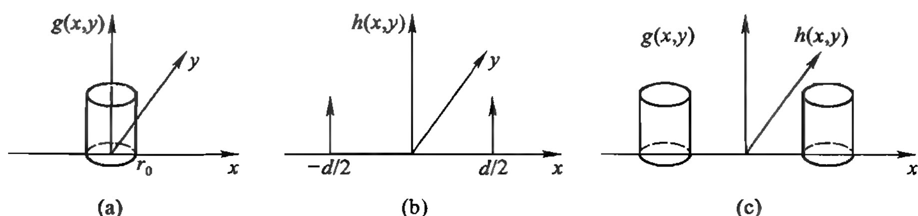


图 28－5　双圆孔衍射的数学模型

【实验内容】

1. 用焦面接收光路观察双圆孔的夫琅禾费衍射图样

将针孔置于平行光管物镜的前焦点上,使 He-Ne 激光束投射于针孔,用它作为点光源,产生平行光,照明双圆孔.用另一平行光管的物镜接收衍射光线,在此物镜的后焦面上以目镜观察衍射图样.

此组合装置(如图 28－1)实验室准备了一套,调妥.同学不要调节,只观察.要求记录衍射图样的主要特征.

*2. 用分光计观察多缝(2～5)的夫琅禾费衍射图样

想一想:这属于什么接收光路? 作为此光路的等效光源是什么?

分光计只一台,不要求调节,观察现象便可.

3. 用像面接收装置Ⅰ观察夫琅禾费衍射图样

根据实验室提供的设备,自行安排、调节光路(可把像面取在墙上).

(1) 观察一维光栅的夫琅禾费衍射图样,并测定其光栅常数 d(用皮尺、钢米尺便可).He-Ne 激光波长为 632.8 nm.

(2) 观察双圆孔的夫琅禾费衍射图样,记录衍射图样的主要特征.

*4. 用像面接收装置Ⅱ观察单缝的夫琅禾费衍射图样,测定缝宽 a

5. 用远场接收光路进行观察

(1) 观察单缝的夫琅禾费衍射图样,并测定缝宽 a.

(2) 观察多缝的衍射图样,记录衍射图样的重要特征.(它们依次各是几缝? 为什么? 缺级情况如何?)

(3) 观察多孔的衍射图样.根据衍射图样,依序画出多孔衍射屏的形状.

(4) 观察双圆孔的衍射图样,记录其特征.它与焦面(或像面)接收光路中看到的图样相同吗? 如有差异,要求说明原因(双圆孔尺寸标在实验室说明牌上).

若激光束不能充分覆盖双圆孔,可将它适当远离激光器,利用激光束的微小发散性,便可全部覆盖.

【思考题】

(1) 窗外有一盏路灯,夜间隔窗帘而望,看到的却是一个点阵,这是什么现象? 如果是衍射,

它是夫琅禾费衍射吗？它属于哪一种接收装置？

(2) 设双圆孔的间距（圆心间距）为 2 mm，圆孔直径为 0.5 mm，试求满足远场条件的距离 z.

实验二十九

光衍射的定量研究

【目的要求】

(1) 掌握在光学平台上组装、调整光路;
(2) 观察并定量测定不同衍射元件产生的光衍射图样;
(3) 了解光强测量的一种方法;
(4) 学习微机自动控制和测量衍射光强分布及相关参量.

【仪器用具】

光学平台及附件,激光器及电源,衍射元件,反射镜,光探测器,光栅尺,A/D 转换器,微机,打印机.

【实验原理】

(一) 衍射光强分布

光的衍射是人所共知的一种自然界的现象.例如波长 λ 的一束光照射在一个线度为 ρ 的圆孔上,我们可看到一系列同心圆.这种衍射效应一般与光孔线度 ρ、光的强度、光源与衍射元件及衍射元件与观察屏位置之间距离等因素相关.假定其他因素固定,光孔线度 ρ 的影响大约分为三种类型:$\rho \gtrsim 1\times10^3\lambda$ 时;光的衍射效应不明显;$\rho \approx (10\sim1\times10^3)\lambda$ 时,光的衍射效应明显;$\rho \lesssim \lambda$ 时,光开始产生散射现象.光学实验教学中,常用 ρ 满足光衍射效应明显的单缝、多缝、圆孔和方孔以及光栅等作为衍射元件.光衍射实验光路用的主要部件是光源、衍射元件和观察屏等,在光学平台上组装成实验光路.光路的三要素即光源、衍射元件和观察屏间距离大小将光衍射效应大致分成两种典型的光衍射现象.一种是衍射元件与光源和观察屏都相距无穷远,产生这种类型的光衍射叫做夫琅禾费衍射.另一种是上述三者间相距有限远,产生的光衍射叫做菲涅耳衍射.本实验着重研究夫琅禾费衍射.图 29-1 画出了五种产生夫琅禾费衍射的光路,其说明可参见实验二十八.如果用激光器为光源,由于激光束平行度较佳,即光的发散角很小,光源与衍射元件间可省略透镜.

根据光衍射理论计算,可得到不同衍射元件的夫琅禾费衍射光强计算公式.

1. 单缝夫琅禾费衍射光强理论计算公式

$$I_\theta = I_0\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2,\quad u = \pi a\,\frac{\sin\theta}{\lambda} \tag{29.1}$$

上式表示入射光正入射时,在衍射角 θ 方向,观测到的光强 I_θ 与光波波长 λ 和单缝宽度 a 的关系.$[\sin(u)/u]^2$ 叫做单缝衍射因子,表征衍射光场内任一方向相对强度(I_θ/I_0)的大小.若以 $\sin\theta$为横坐标,(I_θ/I_0)为纵坐标,可得到单缝衍射光强分布(如图 29-2 所示).从图可见,在 $\sin\theta=0$ 处出现主极强,$I_\theta/I_0=1$,其他各次极强顺序出现在$\sin\theta=\pm1.43\dfrac{\lambda}{a}$,$\pm2.46\dfrac{\lambda}{a}$,

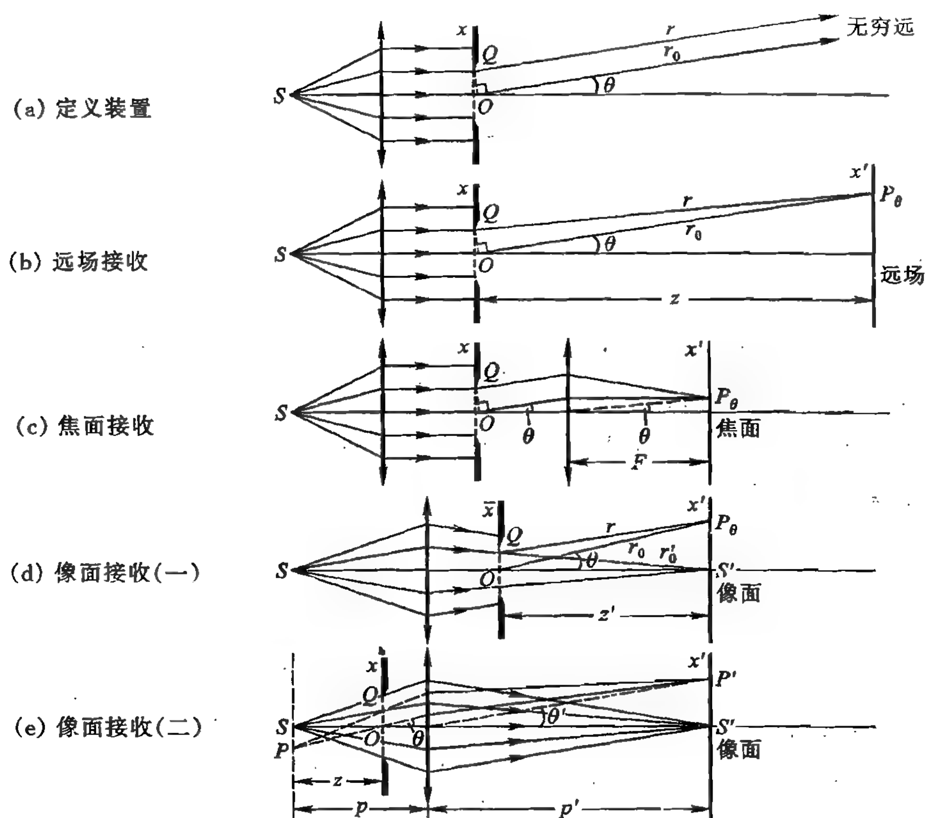


图 29－1 五种典型的夫琅禾费衍射实验光路

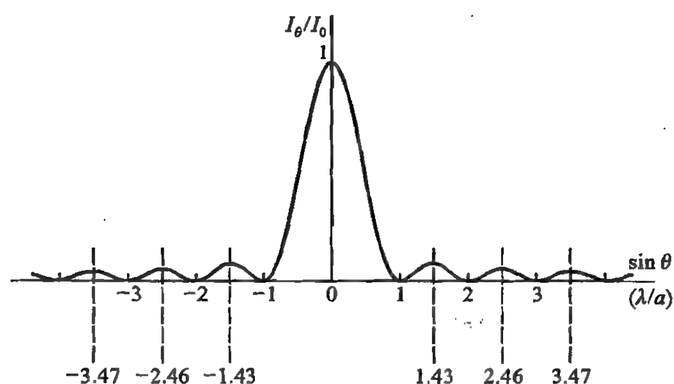


图 29－2 单缝夫琅禾费衍射光强分布

$\pm 3.47\dfrac{\lambda}{a}$,…的位置．各级次极强的光强与入射光强比值分别是 $I_1/I_0\approx 4.7\%$，$I_2/I_0\approx 1.7\%$，$I_3/I_0\approx 0.80\%$，…．此外，在单缝衍射光强分布谱上还有暗条纹，依次出现在 $\sin\theta=\pm\lambda/a$，

$\pm 2\lambda/a$，$\pm 3\lambda/a$，…的位置.

2. 多缝夫琅禾费衍射光强理论计算公式

对多缝，当光正入射时，有

$$I_\theta = I_0\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2\left(\frac{\sin N\beta}{\sin\beta}\right)^2 \tag{29.2}$$

此式与上述单缝衍射的区别在于多了一个因子$[\sin(N\beta)/\sin\beta]^2$. 因为 N 个等宽 a、等间距 d 的平行狭缝之间存在光干涉效应，影响了多缝衍射光强分布谱. $[\sin(N\beta)/\sin\beta]$叫做干涉因子，其中，$\beta=\pi d\sin(\theta)/\lambda$. 光衍射效应和光干涉效应同时存在，使多缝衍射光强分布谱具有某些明显特征，如图 29-3 所示. 例如，主极强位置与缝数目 N 无关，但 N 越大，主极强宽度越小；相邻主极强间有 $N-1$ 个暗纹和 $N-2$ 个次极强；光强分布的外部轮廓(包络线型)与单缝衍射的形状相同，这是单缝衍射因子$[\sin(u)/u]^2$ 的作用，当各级主极强刚好位于单缝衍射因子零值时，主极强消失，出现缺级现象. 当 d 为 a 的整数倍时，会有缺级现象. 例如，图 29-3(e)，$N=5$，$d=4a$. 取 $k=4$ 时，有 $\sin\theta=4\lambda/d=\lambda/a$. 而 $\sin\theta=\lambda/a$ 正是单缝衍射因子的第一个零值处，因而出现缺级现象. 同理，k 为 4 的整倍数 8，12，…时，均出现缺级现象.

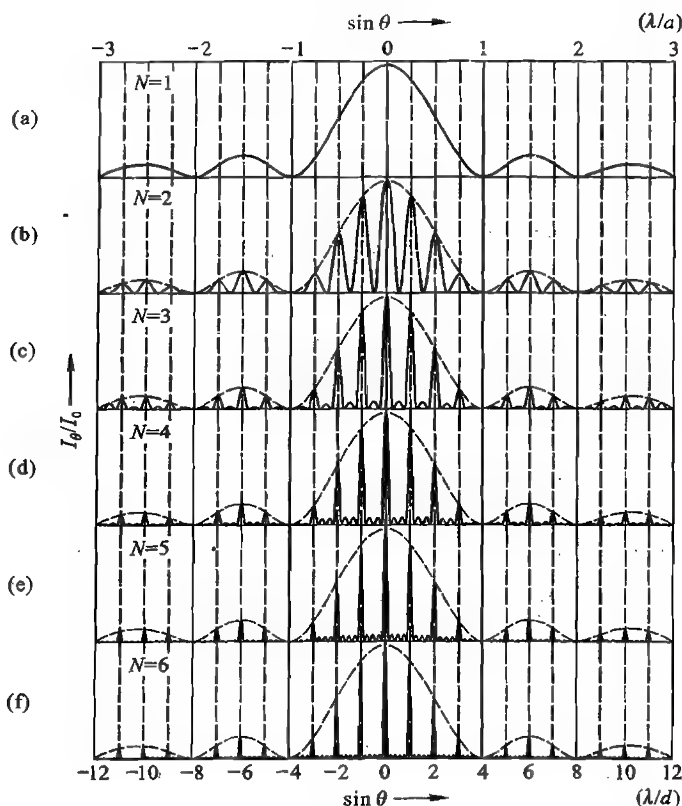


图 29-3　多缝夫琅禾费衍射光强分布图($d=4a$)

(a) $N=1$；(b) $N=2$；(c) $N=3$，在两个大峰中有 1 个小峰；(d) $N=4$，在两个大峰中有 2 个小峰，其小峰高度小于(c)；(e) $N=5$，在两个大峰中有 3 个小峰，其小峰高度小于(d)；(f) $N=6$，在两个大峰中有 4 个小峰，其小峰高度小于(e)

3. 圆孔夫琅禾费衍射光强理论计算公式

光正入射到圆孔时，

$$I_\theta = I_0[2J_1(x)/x]^2, \quad x = \frac{\pi r \sin\theta}{\lambda} \tag{29.3}$$

式中：r 是圆孔半径；λ 为波长；I_0 为 $\theta=0$ 处的光强；$J_1(x)$是一阶贝塞尔函数(数值可在数学手册上查到).

图 29－4 表示圆孔夫琅禾费衍射光强分布. 表 29－1 列出极值位置与贝塞尔函数数值大小的数据. 从光强分布谱形状看，圆孔衍射光强分布谱类似单缝衍射光强分布. 如果从衍射光场空间分布和形成的衍射光斑观察，它们是不相同的.

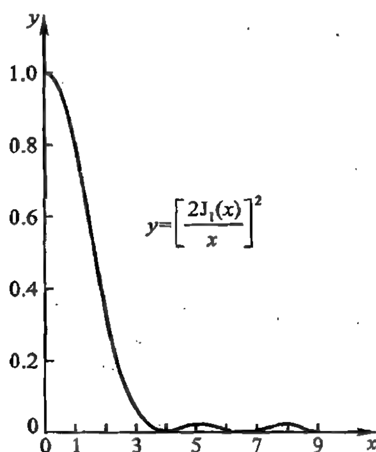


图 29－4　圆孔夫琅禾费衍射光强分布($y=I_\theta/I_0$)

表 29－1　圆孔夫琅禾费衍射光强分布谱的极值位置与贝塞尔函数数值大小

x	0	1.220π	1.635π	2.233π	2.679π	3.238π
$\left[\frac{2J_1(x)}{x}\right]^2$	1	0	0.0175	0	0.0042	0

4. 矩形孔夫琅禾费衍射光强理论计算公式

光正入射矩形孔时，有

$$I_\theta = I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\left(\frac{\sin\gamma}{\gamma}\right)^2, \quad \alpha = \pi a\sin(\theta)/\lambda, \quad \gamma = \pi b\sin(\varphi)/\lambda \tag{29.4}$$

式中：a 和 b 分别是矩形孔短边和长边大小；θ 和 φ 分别对应两个衍射方向的角度. 显然，矩形孔夫琅禾费衍射由相互正交的两个单缝衍射构成，其光强分布正是两个单缝衍射因子的乘积. 如果长短边相等($a=b$)，则是方孔夫琅禾费衍射. 在观察屏可得到相对应的衍射光斑.

(二) 光强测定原理

本实验使用硅光电二极管测定光强. 若光照射在半导体材料硅的 P－N 结区，当光子能量大于硅的禁带宽度时，将在结区产生电子－空穴对，在结区势垒电场的作用下产生光电流. 其光电

流大小与被测光强大小有关．图 29－5 给出一种结型光电二极管在不同光照射时的伏－安特性曲线．当光电二极管加反向电压 U_S 时，使用第三象限的曲线；当光电二极管处于无偏压状态时使用第四象限的曲线．图中 U 和 R_L 分别是外加电压和负载电阻，U_S 为电源电压，U_S/R_L 为最大输出电流．$E_1, E_2, E_3, \cdots$ 代表光强大小即辐照度强弱程度．从图可见，适当选择工作区域，可以得到光电流随光强线性变化．一般硅光电二极管的光谱响应范围为 350～1 100 nm．响应峰值在 800 nm 附近．灵敏度即输入的光通量和输出的电流比值，在峰值处高达 0.65 A/W，量子效率接近 100%．由于实验测量系统需求，一般设计前置放大电路与光电二极管连接．图 29－6 给出有无外加偏压的两种典型连接电路．图 29－6(a)为无外加偏压 U_L 时电路，D 是光电二极管，A 是运算放大器，R_f 和 C_f 分别是反馈电阻和电容，U_o 是输出电压．这是典型的电流放大电路，它将光电流的测量变为 U_o 的测量．再利用成熟的电子技术，实现光强自动控测．

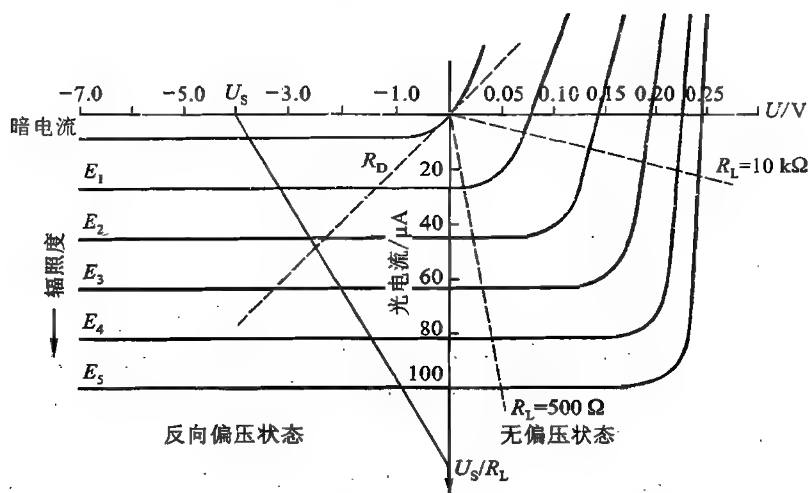


图 29－5　结型光电二极管的伏－安特性曲线

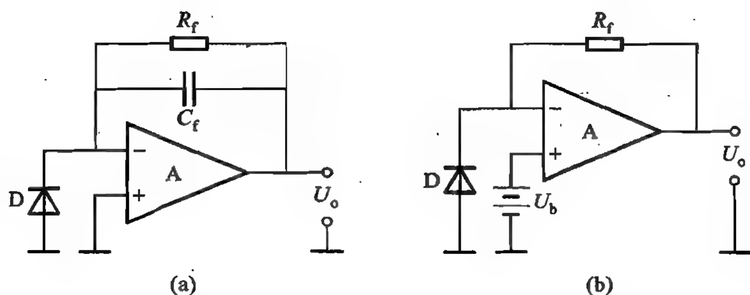


图 29－6　典型的光电二极管与前置放大电路连接图

(a) 无外加偏压电路；(b) 有外加偏压电路

(三) 光栅线位移传感原理

上述光强测定原理解决了衍射光强分布中光强的测定.衍射的角度则可通过测量衍射屏上条纹的距离来获得,本实验采用光栅线位移传感器来测定.其基本原理是利用莫尔条纹的"位移放大"作用.将两块光栅常数都是 d 的光栅,以一个微小角度 θ 重叠,光照后可得到一组亮暗相间等距的条纹,这就是莫尔条纹.莫尔条纹的间隔 m 很大(如图 29-7 所示).从几何学角度可得到

$$m = d/2\sin\frac{\theta}{2} \tag{29.5}$$

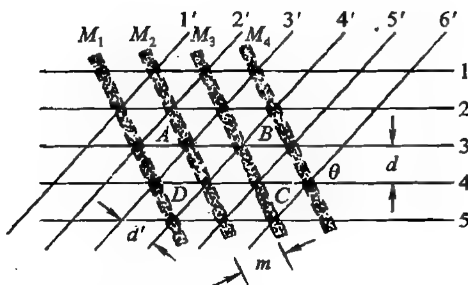


图 29-7 光栅常数 $d=d'$ 的两块光栅产生莫尔条纹 M 的示意图

从此式可知,θ 较小时,m 有很大的数值.若一块光栅相对另一块光栅移动 d 的距离,莫尔条纹 M 则移动的距离为 m,即莫尔条纹有位移放大作用,其放大倍数 $k=m/d$.用光探测器测定两块光栅相对位移时产生莫尔条纹的强度变化,经光电变换后,成为衍射光强分布横坐标的长度数值,即构成一把测定位移的光栅尺.光栅尺可精确测定位移量,在精密仪器和自动控测机床等计量技术领域,光栅位移传感器有广泛的应用.本实验中用的光栅尺中,200 mm 长度的光栅为主光栅.它相当于标准器,固定不动.可动小型光栅为指示光栅,它与光探测器固联为一体,也就是光栅与光探测器同步移动.当指示光栅向某一方向移动时,莫尔条纹也向同一方向移动,位移量是正值;如果指示光栅改变移动方向,光探测器也反向移动,莫尔条纹随着改变运动方向,位移量则是负值.因而光栅尺能准确地测定指示光栅运动的位移值,从而确定衍射光强分布谱横坐标的角度值.

本实验采用微机自动控制和测量手段,实现数据的光电变换,A/D 转换和数字化处理以及显示、打印和网络传输等众多功能.可观察,定量测量和研究各种衍射元件,诸如单缝、多缝、圆孔和方孔等的衍射光强分布和相关参数.并与理论值进行比较.

【实验内容】

1. 单缝衍射光强分布的测量

(1) 打开电源,如图 29-8 组装调整光路.

(2) 详细阅读实验室提供的微机使用方法参考资料.严格依次进行规范操作.调整相关变量.最终显示你满意的衍射光强分布图.

(3) 测量主极强、次极强和它们比值的大小.

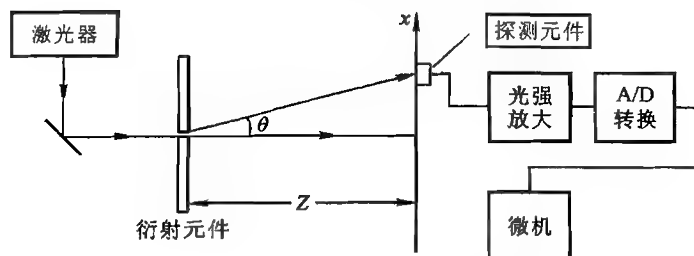


图 29－8　光衍射定量研究的实验装置示意图

(4) 计算单缝宽度,并与用显微镜测量的结果进行比较.

*(5) 打印一幅你满意的衍射分布图.

2．多缝衍射光强分布的测量

(1) 将多缝衍射元件代替单缝.调整光路.重复上述实验操作步骤.

(2) 观察并记录主极强、次极强和缺级等相关参量数据和特征.

*(3) 将二、三、四、五缝衍射光强分布图叠加在一幅图上进行比较.

*(4) 打印一幅你满意的多缝衍射光强分布图.

*(5) 用微机内设置的衍射光强分布理论值与实验值进行比较.

3．圆孔和方孔衍射光强分布

(1) 分别换上圆孔和方孔,调整光路,重复上述相关实验操作步骤.

(2) 观察并记录相关的衍射光强分布图.

*(3) 打印一幅你满意的衍射光强分布图.

4．双圆孔、光栅和多孔衍射图像

分别用实验室提供的远场接收和焦面接收装置观察并描绘双圆孔、光栅和多孔的光衍射图样.

实验三十

观察光的偏振现象

【目的要求】

(1) 验证布儒斯特定律;

(2) 观察双折射现象;

(3) 产生和观察光的偏振状态;

(4) 了解产生与检验偏振光的元件和仪器;

(5) 掌握产生与检验偏振光的条件和方法.

【仪器用具】

偏振光镜,偏振片,方解石块,1/2 波片,1/4 波片,He－Ne激光器,钠光灯,玻璃片堆,光电管和光电流显示器.

【实验原理】

光波是一种电磁波,电磁波是横波,光波中的电矢量与波的传播方向垂直.光的偏振现象清楚地显示了光的横波性.

我们知道最常见的光大体上有五种偏振态,即线偏振光、圆偏振光、椭圆偏振光、自然光和部分偏振光.其中线偏振光、圆偏振光又可看作椭圆偏振光的特例.

椭圆偏振光可视为两个沿同一方向 z 传播的振动方向相互垂直的线偏振光(如图 30－1 所示,一个电矢量为 E_x、一个为 E_y)的合成:

$$\begin{cases} E_x = A_x\cos(\omega t - kz) \\ E_y = A_y\cos(\omega t - kz + \varepsilon) \end{cases} \tag{30.1}$$

式中:A 为振幅;ω 为二光波的圆频率;t 为时间;k 为波矢的数值;ε 为两波的相对相位差.

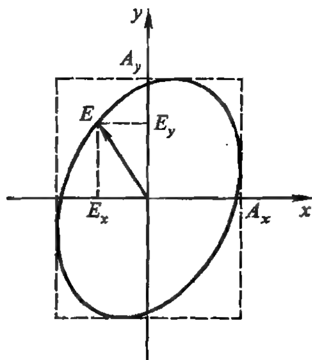


图 30－1 椭圆偏振光的分解

合成矢量 E 的端点在波面内描绘的轨迹为一椭圆.椭圆的形状、取向和旋转方向,由 A_x,A_y 和 ε 决定.当 $A_x = A_y$ 及 $\varepsilon = \pm\frac{\pi}{2}$时,椭圆偏振光变为圆偏振光;当 $\varepsilon = 0, \pm\pi$ 或者 A_x(或 A_y)$=0$ 时,椭圆偏振光变为线偏振光(图 30－2).

本实验中,要着重观察的是光的各种偏振态的改变.

1. 布儒斯特角

一束自然光从不同角度入射到介质表面,其反射光和折射光一般是部分偏振光.在特定入射

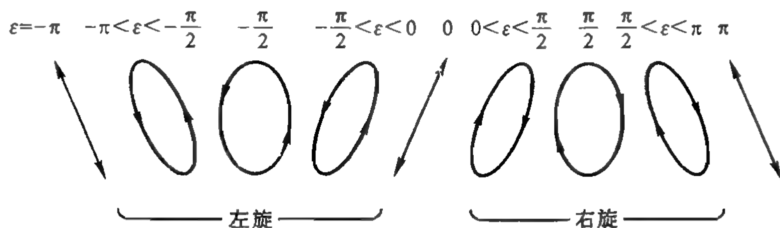


图 30－2 相位对偏振态的影响

角即布儒斯特角 θ_B 入射时，不管入射光的偏振状态如何，反射光将成为线偏振光，其电矢量垂直于入射面．若光由空气入射到折射率为 $n(\approx1.5)$ 的玻璃平面上，则 $\theta_B=\arctan n\approx57°$．如果自然光以 θ_B 入射到玻璃片堆上，则经多次反射，最后从玻璃片堆透射出来的光一般是部分偏振光．如果玻璃片数目较大，则透射光近似为线偏振光．所有这些结论都可从菲涅耳公式得到论证．

2．偏振片

实验发现有些晶体对不同偏振状态的光有选择吸收的性质．例如，天然的电气石晶体和硫酸碘奎宁晶体．当光的电矢量与晶体的光轴平行时，光被晶体吸收较少，而电矢量与光轴垂直时，光被吸收较多．这种性质叫做晶体的二向色性．利用它可以制作偏振片．例如，常见的偏振片是在拉伸了的赛珞基片上蒸镀一层硫酸碘奎宁小晶粒，利用基片的应力使晶粒的光轴定向排列，构成面积较大的偏振片．

自然光经过偏振片，其透射光基本上变为线偏振光．这种偏振片既可作为光的起偏器也可作为光的检偏器．

3．波晶片

一束光在晶体内传播时被分成为两束折射程度不同的光束，这种现象叫做光的双折射现象．能够产生双折射的晶体常叫双折射晶体．实验发现，晶体内一束折射光线符合折射定律，叫做寻常光（o 光），而另一束折射光线不符合折射定律，故叫它为非寻常光（e 光）．实验还发现晶体内有一个特殊方向，一束光沿这个方向传播时，不会分成为 o 光和 e 光，这个方向称为晶体的光轴，它表示晶体里的一个特定方向．只有一个光轴方向的晶体叫做单轴晶体，例如冰、石英、红宝石和方解石（其中一种叫冰洲石，化学成分是 $CaCO_3$）．同理，双轴晶体具有两个光轴方向．

利用单轴晶体的双折射，所产生的寻常光（o 光）和非寻常光（e 光）都是线偏振光．前者的电矢量 $\boldsymbol{E}$ 垂直于 o 光的主平面（晶体内部某条光线与光轴构成的平面），后者的 $\boldsymbol{E}$ 平行于 e 光的主平面．

波晶片是从单轴晶体中切割下来的平面平行板，其表面平行于光轴．它也叫做相位延迟片．

当一束单色平行自然光正入射到波晶片上，光在晶体内部便分解为 o 光与 e 光．o 光电矢量垂直于光轴，e 光电矢量平行于光轴．而 o 光、e 光的传播方向不变，仍都与界面垂直．但 o 光在晶体内的波速为 v_o，e 光在晶体内的波速为 v_e，即相应的折射率 n_o 与 n_e 不同．它们通过厚度一定的波晶片时的光程也不同．

设晶片的厚度为 l，则两束光通过晶片后就有相位差

$$\delta=\frac{2\pi}{\lambda}(n_o-n_e)l \tag{30.2}$$

式中:λ 为光波在真空中的波长.

$\delta=2k\pi$ 的晶片,称为全波片;$\delta=2k\pi+\pi$ 者为半波片;$\delta=2k\pi\pm\pi/2$ 者为 $\lambda/4$ 片,上面的 k 都是任意整数.不论全波片、半波片($\lambda/2$ 片)或 $\lambda/4$ 片都是对一定波长 λ 而言.波晶片也常用云母按其天然解理面撕成薄片做成,云母是双轴晶体,但两个光轴都与解理面几乎平行.

图 30-3 和图 30-4 的直角坐标系的选择,是以 e 振动方向为横轴称 e 轴,o 振动方向为纵轴称 o 轴(以 o 轴为 x 轴,e 轴为 y 轴亦可).沿任意方向振动的光,正入射到波晶片的表面,其振动便按此坐标系分解为 e 分量和 o 分量.

4. 通过波晶片的光的偏振态变化

平行光垂直入射到波晶片内,分解为 e 分量和 o 分量.透过波晶片,两者间产生一附加相位差 δ.离开波晶片时两者又合而为一,合成光的偏振性质决定于 δ 及入射光的性质.

自然光通过波晶片,仍为自然光.因为自然光的两个正交分量之间的相位差是无规的,通过波晶片,引入一恒定的相位差 δ,其结果还是无规的.

若入射光为线偏振光,其电矢量 $\boldsymbol{E}$ 平行于 e 轴(或 o 轴),则任何波晶片对它都不起作用,出射光仍为原来的线偏振光.因为这时只有一个分量,谈不上振动的合成与偏振态的改变.

除上述两情形外,偏振光通过波晶片,一般其偏振态都要变化.

5. $\lambda/2$ 片与偏振光

若入射光为线偏振光正入射于 $\lambda/2$ 片,在 $\lambda/2$ 片的前表面(入射处)上分解为(图 30-3)

$$\begin{cases}E_e=A_e\cos\omega t\\ E_o=A_o\cos(\omega t+\varepsilon)\quad \varepsilon=0,\pi\end{cases}$$

出射光表示为

$$\begin{cases}E_e=A_e\cos\left(\omega t-\dfrac{2\pi}{\lambda}n_e l\right)\\ E_o=A_o\cos\left(\omega t+\varepsilon-\dfrac{2\pi}{\lambda}n_o l\right)\end{cases}$$

我们关心的是两光波的相对相位差,上式可写为

$$\begin{cases}E_e=A_e\cos\omega t\\ E_o=A_o\cos\left(\omega t+\varepsilon-\dfrac{2\pi}{\lambda}n_o l+\dfrac{2\pi}{\lambda}n_e l\right)\\ \quad =A_o\cos(\omega t+\varepsilon-\delta)\quad \delta=\pi\end{cases} \tag{30.3}$$

出射光两个正交分量的相对相位差由($\varepsilon-\delta$)决定.现在

$$\varepsilon-\delta=\begin{cases}0-\pi=-\pi\\ \pi-\pi=0\end{cases} \tag{30.4}$$

这说明出射光也是线偏振光,但其振动方向与入射光的振动方向不同.如 $E_{入}$ 与波晶片光轴成 θ 角,则 $E_{出}$ 与光轴成 $-\theta$ 角.即线偏振光经 $\lambda/2$ 片电矢量振动方向转过了 2θ 角(图 30-4).

若入射光为椭圆偏振光,类似的分析可知,半波片也改变椭圆偏振光长(短)轴的取向.此外,半波片还改变椭圆偏振光(或圆偏振光)的旋转方向.

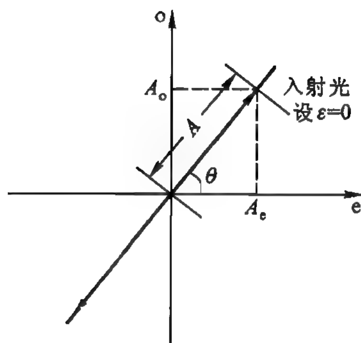


图 30-3　线偏振光入射 1/2 波片前的偏振方向

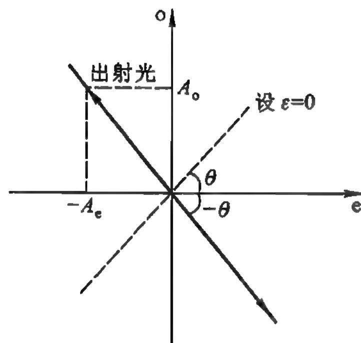


图 30-4　出射后的偏振方向

6. λ/4 片与偏振光

当偏振光正入射于 λ/4 片，仿照上述的分析，可得出射光为

$$\begin{cases} E_e = A_e\cos\ \omega t \\ E_o = A_o\cos(\omega t + \varepsilon - \delta) \quad \delta = \pm\pi/2 \end{cases} \tag{30.5}$$

(1) 入射光为线偏振光：$\varepsilon=0,\pi$，式(30.5)代表一正椭圆偏振光．$\varepsilon-\delta=+\pi/2$，对应于右旋．$\varepsilon-\delta=-\pi/2$，对应于左旋．当 $A_e=A_o$，出射光为圆偏振光．

(2) 入射光为圆偏振光：$\varepsilon=\pm\pi/2$，此时 $A_e=A_o$，式(30.5)代表线偏振光．$\varepsilon-\delta=0$，出射光电矢量 $E_{出}$ 沿一、三象限；$\varepsilon-\delta=\pi$，$E_{出}$ 沿二、四象限．

(3) 入射光为椭圆偏振光：ε 在 $-\pi\sim+\pi$ 间任意取某值，出射光一般为椭圆偏振光．特殊情况下，$\varepsilon=\pm\pi/2$，即入射光为正椭圆偏振光(相对于波晶片的 e，o 轴而言)，也就是 λ/4 片的光轴与椭圆的长轴或短轴相重合时，$\varepsilon-\delta=0$ 或 π，出射光为线偏振光．

【实验内容】

1. 用偏振光镜验证布儒斯特定律

偏振光镜构造如图 30-5 所示．玻璃片 P 可绕水平轴 y' 转动，玻璃片堆 A 可分别绕水平轴 y 及竖直轴 z 转动，相应转角可由刻度盘(未画出)读出．平台 T 上可放置待观察的样品．Q 是一环形平台．

调节 P 使之与 z 轴成 33°角．改变激光管 S 的仰角并移动 S 的位置，使光通过 T 和 Q 的中心，沿 z 轴投射于 A(图 30-6)．使光以布儒斯特角 57°入射于 P，其反射光为线偏振光．在此基础上进行下面实验．

(1) 先使 A∥P，绕 z 轴转 A，观察 A 的反射光的强度变化，并简要解释之．

(2) 用(1)，但观察透射光的强度变化，并予以解释．

*(3) 将 A 绕 z 轴转至反射光消光位置，然后将 A 绕 y 轴转动，观察反射光的强度变化．

*(4) 同(3)，但观察透射光的强度变化．

*(5) 利用 P 的反射光确定一偏振片的透光方向或用已知透光方向的偏振片确认 P 的反射光是否为线偏振光．

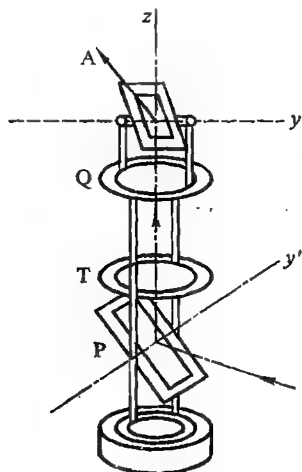


图 30－5　偏振光镜

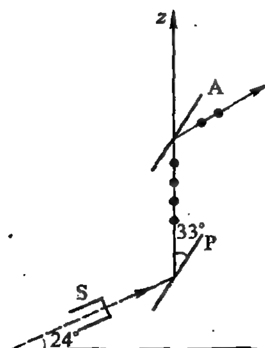


图 30－6　布儒斯特角

注意:激光束很强,不要直接用眼睛接受激光!可利用一张白薄纸片,观察它上面光斑明暗程度.

2. 观察双折射现象

实验装置见图 30－7.

(1) 以小灯照明铝板上的小孔,孔上放方解石块Ⅰ(负单轴晶体).通过它观看小孔,转动方解石.记录所见现象并加以思考.

(2) 将方解石块Ⅱ放在小孔上(磨面压小孔),作同样的观察.

(3) 利用一透光方向已知的偏振片.判断寻常光与非寻常光电矢量的振动方向,记录并解释之.

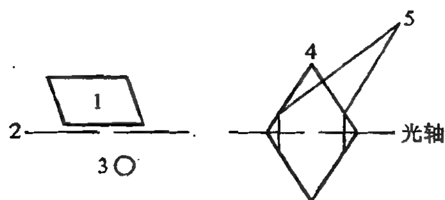


图 30－7　双折射

1. 方解石块Ⅰ　2. 带圆孔的铝板　3. 小灯

4. 方解石块Ⅱ　5. 垂直于光轴的二磨面

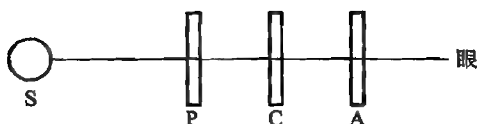


图 30－8　波晶片实验装置

3. 观察线偏振光通过 $\lambda/2$ 片后的现象

实验装置如图 30－8 所示.P,A 为偏振片,C 为 $\lambda/2$ 片或为 $\lambda/4$ 片.

(1) 了解偏振片 P,A 的作用.在观察者与光源 S 之间,放入偏振片 P,旋转 P,看透射光的强度有无变化.再放上检偏器 A,转 A,观察光透过 A 的强度怎样变化.

(2) 使P的透光方向竖直(是否必须竖直?),转A达到消光.在P,A间插入$\lambda/2$片,将$\lambda/2$片转动360°,能看到几次消光,试加以解释.

(3) 把$\lambda/2$片任意转动一角度,破坏消光现象.再将A转动360°,又能看到几次消光?

(4) 仍使P的透光方向竖直,P,A正交,插入$\lambda/2$片,转之使消光(此时$\lambda/2$片的e轴或o轴以及P的透光方向都沿着竖直方向).以此时P和$\lambda/2$片位置对应角度$\theta=0°$,保持$\lambda/2$片不动,将P转$\theta=15°$,破坏消光.再沿与转P相反的方向转A至消光位置,记录A所转过的角度θ'.

(5) 继续(4)的实验,依次使$\theta=30°,45°,60°,75°,90°$($\theta$值是相对P的起始位置而言),转A到消光位置,记录相应的角度θ'(表30-1).

表30-1　$\frac{\lambda}{2}$片转动影响偏振态的观察记录

θ	θ'	线偏振光经$\lambda/2$片后振动方向转过的角度
0°		
15°		
30°		
45°		
60°		
75°		
90°		

从上面实验结果能总结出什么规律?

4. 用$\lambda/4$片产生椭圆偏振光

实验装置如图30-8.

(1) 取下$\lambda/2$片,仍使P的透光方向竖直,P⊥A正交.插入$\lambda/4$片,转之使消光.

(2) 保持$\lambda/4$片不动,将P转$\theta=15°$,然后将A转360°,观察光强变化.

(3) 继续(2),依次使$\theta=30°,45°,60°,75°,90°$,每次将A转360°,观察光强的变化,根据观察结果画图或用文字说明透过$\lambda/4$片的出射光的偏振状态(表30-2).

表30-2　$\frac{\lambda}{4}$片转动影响偏振态的观察记录

起偏器转动角度θ	A转360°观察到的现象	光的偏振状态
0°		
15°		
30°		
45°		
60°		
75°		
90°		

5. 检验椭圆偏振光与部分偏振光

根据实验室提供的元件(二块偏振片,两块 $\lambda/4$ 片和一玻璃片堆),自行设计实验方案,产生并检验椭圆偏振光和部分偏振光.在实验报告中给出实际的主要操作步骤和对应的光路图.

*6. 显色偏振现象

(1) 透明胶纸在生产过程中因拉伸呈各向异性.将此胶纸贴在玻璃上作为样品,其厚度分别为1,2,3,4层,如图30-9所示.各层取向均相同.

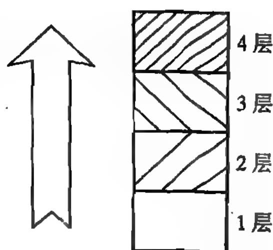


图 30-9 显色偏振样品

(2) 使P,A正交.用白光光源代替钠光灯.在P,A之间放入上述样品.转动样品,使消光.再转样品45°角.此时在A后观察到各不同层胶纸的透射光呈什么颜色?为什么会出现此现象?

(3) 逐步旋转A,直到A平行于P,仔细观察在此过程中颜色变化的规律.当A//P时和A⊥P时透射光颜色有何关系,为什么?

(4) 根据上述实验结果,你能否估计每层胶纸o光和e光光程差 $L=(n_o-n_e)d$(d 为胶纸厚度)?

【思考题】

(1) 在实验内容3.(4)和实验内容4.(1)中,插入 $\lambda/2$ 片和 $\lambda/4$ 片,将波片转到消光位置的目的是什么?

(2) 自然光垂直照在一个 $\lambda/4$ 片上,再用一个偏振片观察该波片的透射光,转动偏振片360°,能看到什么现象?固定偏振片转动波片360°.又看到什么现象?为什么?

(3) 将一振幅为A的线偏振光,入射到 $\lambda/4$ 片上,偏振光的振动面与波片的光轴成45°,取光轴为 y 轴(图30-10),这时出射光是圆偏振光,如果波片使o光比e光超前 $\pi/2$ 相位,则圆偏振光应为左旋还是右旋?(光传播方向垂直于纸面向外,迎着光看,逆时针为左旋.)

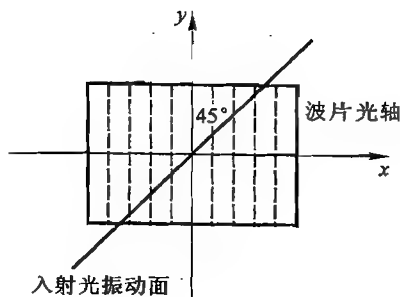


图 30-10 偏振态与光轴

(4) 实验内容3中,P,A正交后转 $\lambda/2$ 片(处于P,A之间),一般能得到很好的消光,但固定 $\lambda/2$ 片,把P转过某一角度后,再转A却常常难获得很好的消光,何故?

实验三十一

迈克耳孙干涉仪

【目的要求】

(1) 掌握M－干涉仪[1]的调节方法；
(2) 调出非定域干涉和定域干涉条纹；
(3) 了解各类型干涉条纹的形成条件、花纹特点、变化规律及相互间的区别；
(4) 用M－干涉仪测量气体折射率.

【仪器用具】

M－干涉仪，He－Ne激光器及其电源，扩束透镜，小孔光阑，白炽灯，毛玻璃，小气室，打气皮囊，气压表，凸透镜，特制显微镜.

【实验原理】

(一) M－干涉仪光路

M－干涉仪是一种分振幅双光束的干涉仪.它的光路见图31－1.从光源S发出的一束光射到一平行平面板G_1上，G_1板的后表面镀有半反射膜，一般镀金属银[2]，这个半反射膜将一束光分为两束光，一束为反射光Ⅰ，一束为透射光Ⅱ，二者强度近于相等，此板称为分束板.当激光束以45°角射向G_1时，被它分为互相垂直的两束光，它们分别垂直射到反射镜M_1和M_2上，经反射后这两束光再回到G_1的半反射膜上，又重新会集成一束光.由于反射光Ⅰ和透射光Ⅱ为两相干光束，因此，我们可在E方向观察到干涉条纹.G_2为一补偿板，其物理性能与几何形状皆与G_1全同(但不镀反射膜)，G_2与G_1平行，G_2的作用是保证Ⅰ和Ⅱ两束光在毛玻璃E处的光程完全相等.

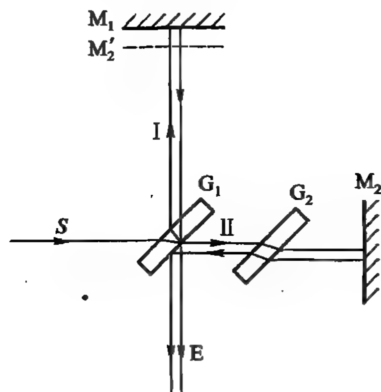


图31－1　M－干涉仪光路图

反射镜M_2是固定不动的，M_1可在精密导轨上前后移动，从而改变Ⅰ与Ⅱ两光束之间的光程差.精密导轨与G_1成45°角.为了使光束Ⅰ与导轨平行，激光应垂直导轨方向射向M－干涉仪.

---

① "M－干涉仪"表示迈克耳孙干涉仪，本书其他各处不另加注解.

② 在近些年生产的M－干涉仪中，有的镀铝，有的镀多层介质膜.

（二）干涉条纹的图样

图 31－1 中的 M_2' 是 M_2 被 G_1 反射所成的虚像，从观察者看来，两相干光束是从 M_1 和 M_2' 反射而来，因此，我们把 M－干涉仪产生的干涉等效为 M_1 和 M_2' 间的空气膜所产生的干涉来进行分析研究.

1. 点光源照明——非定域干涉条纹

激光束经短焦距凸透镜会聚后可得点光源 S，它发出球面波照射 M－干涉仪，经 G_1 分束及 M_1，M_2 反射后射向屏 E 的光（见图 31－2）可以看成是由虚光源 S_1，S_2' 发出的. 其中 S_1 为点光源 S 经 G_1 及 M_1 反射后成的像，S_2' 为点光源 S 经 M_2 及 G_1 反射后成的像（等效于点光源 S 经 G_1 及 M_2' 反射后成的像）. 这两个虚光源 S_1，S_2' 所发出的两列球面波，在它们能相遇的空间里处处相干，即各处都能产生干涉条纹. 因此在这个光场中的任何地方放置毛玻璃都能看到干涉条纹. 这种干涉称为非定域干涉.

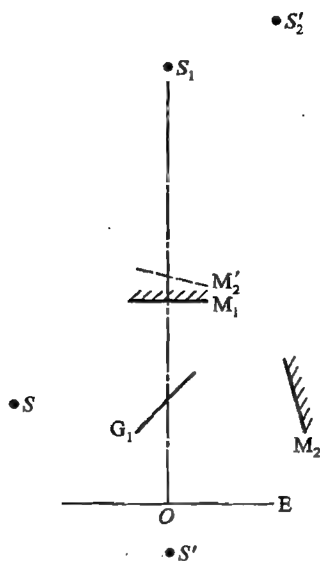


图 31－2 等效光源示意图

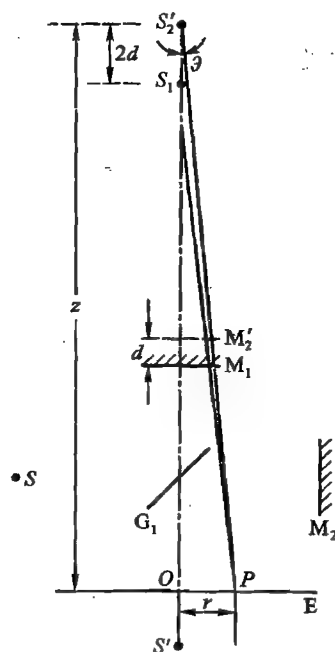


图 31－3 非定域干涉原理

随着 S_1，S_2' 与毛玻璃的相对位置不同，干涉条纹的形状也不同. 当毛玻璃与 S_1S_2' 连线垂直时（此时 M_1 与 M_2' 大体平行），得到圆条纹，圆心在 S_1S_2' 连线和毛玻璃屏的交点 O 处. 当毛玻璃 E 与 S_1S_2' 连线的垂直平分线垂直时（此时 M_1，M_2' 与 E 的距离大体相等，且它们之间有一个小夹角）将得到直线条纹. 其他情况下将得到椭圆、双曲线干涉条纹①.

下面分析非定域圆条纹的特性（见图 31－3）.

S_1，S_2' 到接收屏上任一点 P 的光程差为 $\Delta L=\overline{S_2'P}-\overline{S_1P}$. 当 $r\ll z$ 时有 $\Delta L=2d\cos\theta$，而 $\cos\theta\approx1-\theta^2/2$，$\theta\approx r/z$，所以

① 陈怀琳. 迈克耳孙干涉仪所产生的非定域干涉条纹. 物理实验，1983(5)：200

$$\Delta L=2d\left(1-\frac{r^2}{2z^2}\right).$$

（1）亮纹条件：当光程差 $\Delta L=k\lambda$ 时，有亮纹.其轨迹为圆，有

$$2d\left(1-\frac{r^2}{2z^2}\right)=k\lambda \tag{31.1}$$

若 z，d 不变，则 r 越小 k 越大，即靠中心的条纹干涉级次高，靠边缘（r 大）的条纹干涉级次低.

（2）条纹间距：令 r_k 及 r_{k-1} 分别为两个相邻干涉环的半径，根据式(31.1)有

$$2d\left(1-\frac{r_k^2}{2z^2}\right)=k\lambda$$

$$2d\left(1-\frac{r_{k-1}^2}{2z^2}\right)=(k-1)\lambda$$

两式相减，得干涉条纹间距为

$$\Delta r=r_{k-1}-r_k\approx\frac{\lambda z^2}{2r_kd}$$

由此可见，条纹间距 Δr 的大小由四个因素决定：

① 越靠中心的干涉圆环（半径 r_k 越小），Δr 越大.即干涉条纹中间稀边缘密.

② d 越小，Δr 越大.即 M_1 与 M_2' 的距离越小条纹越稀，距离越大条纹越密.

③ z 越大，Δr 越大.即点光源 S、接收屏 E 及 $M_1(M_2)$ 镜离分束板 G_1 越远，则条纹越稀.

④ 波长越长，Δr 越大.

（3）条纹的“吞吐”：缓慢移动 M_1 镜，改变 d，可看见干涉条纹“吞”、“吐”的现象.这是因为对于某一特定级次为 k_1 的干涉条纹（干涉环半径为 r_{k_1}）有

$$2d\left(1-\frac{r_{k_1}^2}{2z^2}\right)=k_1\lambda$$

跟踪比较，移动 M_1 镜，当 d 增大时，r_{k_1} 也增大，看见条纹“吐”的现象.当 d 减小时，r_{k_1} 也减小，看见条纹“吞”的现象.

对圆心处，$r=0$，式(31.1)变成 $2d=k\lambda$.若 M_1 镜移动了距离 Δd，所引起干涉条纹“吞”或“吐”的数目 $N\equiv\Delta k$，则有

$$2\Delta d=N\lambda \tag{31.2}$$

所以，若已知波长 λ，就可以从条纹的“吞”“吐”数目 N，求得 M_1 镜的移动距离 Δd，这就是干涉测长的基本原理，反之，若已知 M_1 镜的移动距离 Δd 和条纹的“吞”“吐”数目 N，由式(31.2)可求得波长 λ.

2．扩展光源照明——定域干涉条纹

（1）等倾干涉条纹：如图 31－4 所示，设 M_1，M_2' 互相平行，用扩展光源照明.对倾角 θ 相同的各光束，它们由上、下两表面反射而形成的两光束，其光程差均为

$$\Delta L=2d\cos\theta \tag{31.3}$$

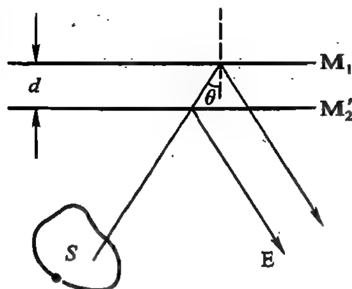


图 31－4　等倾干涉原理

此时在 E 方，用人眼直接观察，或放一会聚透镜在其后焦面用屏去观察，可以看到一组同心圆，每一个圆各自对应一恒定的倾角 θ，所以称为等倾干涉条纹．等倾干涉条纹定域于无穷远．在这些同心圆中，干涉条纹的级别以圆心处为最高，此时 $\theta=0$，因而有

$$\Delta L = 2d = k\lambda \tag{31.4}$$

当移动 M_1 使 d 增加时，圆心处条纹的干涉级次越来越高，可看见圆条纹一个一个从中心"吐"出来；反之，当 d 减小时，条纹一个一个地向中心"吞"进去．每当"吐"出或"吞"进一条条纹时，d 就增加了或减少了 $\lambda/2$．

利用公式(31.3)，可对不同级次干涉条纹进行比较：

对第 k 级有 $$2d\cos\theta_k = k\lambda$$

对第 $k+1$ 级有 $$2d\cos\theta_{k+1} = (k+1)\lambda$$

两式相减，并利用 $\cos\theta\approx 1-\theta^2/2$（当 θ 较小时），可得相邻两条纹的角距离

$$\Delta\theta_k = \theta_k - \theta_{k+1} \approx \frac{\lambda}{2d\theta_k} \tag{31.5}$$

式(31.5)表明：①d 一定时，越靠中心的干涉圆环（即 θ_k 越小），$\Delta\theta_k$ 越大，即干涉条纹中间稀边缘密．②θ_k 一定时，d 越小，$\Delta\theta_k$ 越大．即条纹将随着 d 的减小而变得稀疏．

(2) 等厚干涉条纹：如图 31－5 所示，当 M_1 与 M_2' 有一很小角度 α，且 M_1，M_2' 所形成的空气楔很薄时，用扩展光源照明就出现等厚干涉条纹，等厚干涉条纹定域在镜面附近，若用眼睛观测，应将眼睛聚焦在镜面附近．

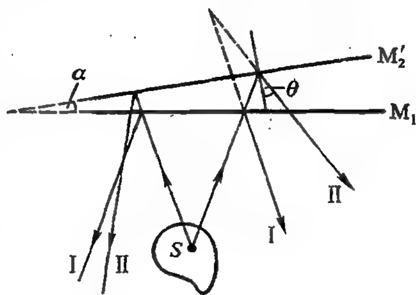


图 31－5 等厚干涉原理

经过镜 M_1，M_2' 反射的两光束，其光程差仍可近似地表示为 $\Delta L=2d\cos\theta$（当 M_1 与 M_2' 交角 α 很小时）．在镜 M_1，M_2' 相交处，由于 $d=0$，光程差为零，应观察到直线亮条纹，但由于光束Ⅰ和Ⅱ是分别在分束板 G_1 背面的内、外侧反射的（见图 31－1），相位突变的情况不同，会有附加的光程差．若 G_1 的背面未镀半反射膜，两光束的光程差中会有半波损失，M_1 和 M_2' 相交处的干涉条纹（中央条纹）是暗的；若 G_1 的半反射膜是镀银的或镀铝的或是多层介质膜，则情况较复杂，M_1 和 M_2' 相交处的干涉条纹（中央条纹）就不一定是最暗的．

由于 θ 是有限的（决定于反射镜对眼睛的张角，一般比较小），$\Delta L=2d\cos\theta\approx 2d(1-\theta^2/2)$．在交棱附近，$\Delta L$ 中第二项 $d\theta^2$ 可以忽略，光程差主要决定于厚度 d，所以在空气楔上厚度相同的地方光程差相同，观察到的干涉条纹是平行于两镜交棱的等间隔的直线条纹．在远离交棱处，$d\theta^2$ 项（与波长大小可比）的作用不能忽视，而同一根干涉条纹上光程差相等，为使 $\Delta L=2d(1-\theta^2/2)=k\lambda$，必须用增大 d 来补偿由于 θ 的增大而引起光程差的减小，所以干涉条纹在 θ 逐渐增大的地方要向 d 增大的方向移动，使得干涉条纹逐渐变成弧形，而且条纹弯曲的方向是凸向两镜交棱的方向．

（三）测量空气的折射率

见图 31－6，在 M－干涉仪的一个臂中插入小气室，并调出非定域干涉圆条纹．

使小气室的气压变化 Δp，从而使气体折射率改变 Δn（因而光经小气室的光程发生变化 $2D\Delta n$），引起干涉条纹"吞"或"吐" N 条. 则有 $2D|\Delta n| = N\lambda$，得

$$|\Delta n| = \frac{N\lambda}{2D} \tag{31.6}$$

式中：D 为小气室厚度.

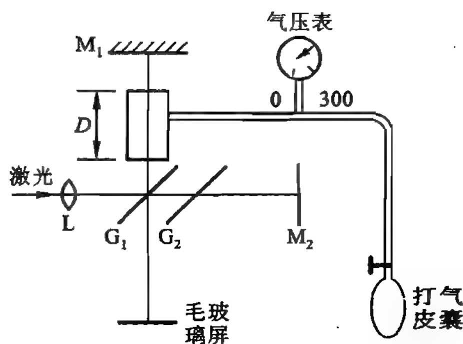


图 31－6　测空气折射率原理

理论证明，在温度和湿度一定的条件下，当气压不太大时，气体折射率的变化量 Δn 与气压的变化量 Δp 成正比

$$\frac{n-1}{p} = \frac{\Delta n}{\Delta p} = \text{常数}$$

故
$$n = 1 + \frac{|\Delta n|}{|\Delta p|}p$$

将式(31.6)代入该式，可得

$$n = 1 + \frac{N\lambda}{2D}\cdot\frac{p}{|\Delta p|} \tag{31.7}$$

公式(31.7)给出了气压为 p 时的空气折射率 n. 例如，p 取 1 个大气压①，改变气压 Δp 大小，测定条纹变化数目 N，用式(31.7)，就求出一个大气压下的空气折射率 n_1 值（D 的数据实验室提供）.

【实验内容】

1. 了解 M－干涉仪的构造

如图 31－7 所示. M_1 和 M_2 为一对精密磨光的平面反射镜；G_1 为分束板，G_2 为补偿板，T 为导轨及丝杆，动镜 M_1 可在其上前后运动；V_1 为粗调手柄，它可以带动丝杆及丝杆鼓轮转动. 丝杆鼓轮每一周被分为 100 格，可通过手柄上方的玻璃窗观察刻度数值，转动丝杆可使 M_1 镜沿 T 运动，它转动一周，M_1 镜可前进(或后退)1 mm；V_2 为细调螺旋，它的一周被分为 100 格，转动它，可使 M_1 镜沿 T 运动，它转动一周，M_1 可前进(或后退)0.01 mm，V_1 和 V_2 是属于蜗轮蜗杆传动系统. 可使最小读数为 10^{-4} mm，估计到 10^{-5} mm，V_3 是蜗轮蜗杆离合器；U_1，U_2 分别为 M_1，M_2 反射镜背面的小螺钉，M_1(或 M_2)背面有三个同样的小螺钉，用以调节 M_1(或 M_2)的方位；U_2' 为两个微动螺丝，微调固定镜 M_2 的方位.

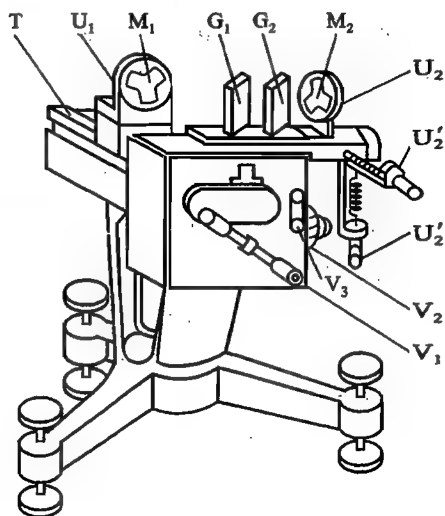


图 31－7　M－干涉仪

使用 M－干涉仪应注意：

(1) 该仪器很精密，要求环境防尘、防潮、防曝晒、

① 1 atm = 1.013 25 × 10⁵ Pa.

防震．要求同学轻调慢拧，不能碰摸光学面，不要直接冲着仪器说话、咳嗽等．

(2) 蜗轮蜗杆传动系统中的挂挡方向绝不能搞错．切记：挂挡往上挂时只能用细调手轮 V_2，绝不能用粗调手柄 V_1（否则会损坏仪器）．挂挡往下放时，用粗调手柄 V_1．粗、细调换挡宜同方向转动．

(3) 测量读数时，要消除螺距差．

(4) 做完实验，应把 M_2 的两个微动螺丝 U_2' 恢复到完全放松位置，使弹簧回复自然状态．M_1 与 M_2 镜后的 3 个小螺钉也恢复到不吃劲的状态．

2. 调节干涉条纹

(1) 粗调 M - 干涉仪，使 M_1 与 M_2' 大致平行

把固定镜 M_2 的两个微动螺丝 U_2' 放在中间位置，以便往两头都有调节余地．把 M_1 镜及 M_2 镜后的 3 个小螺钉 U_1 和 U_2 拧合适，使 3 个螺钉受力情况差不多，不要过松或过紧．

如图 31 - 8 设置光路．首先把 He - Ne 激光束调成水平，并令水平的激光束垂直导轨且射到 M_2 的中央部位，然后在光源前面放一小孔光阑 P，使光束通过小孔射到 M_2 上．调节 M_2 后面的 3 个螺钉，使反射像和小孔重合（此时，能看到两排光点，调节 M_2 时，应使移动时的一排光点中最亮点与小孔 P 重合）．用同样的方法，调节 M_1，使反射像中最亮点和小孔 P 重合．这时 M_1 和 M_2' 基本互相平行．

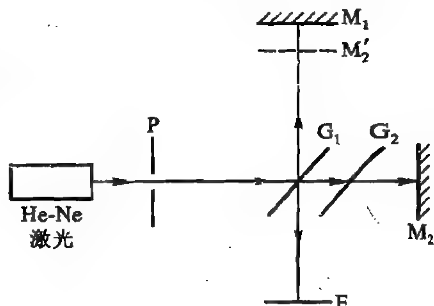


图 31 - 8 准直光路

(2) 非定域干涉条纹的调节与观察

① 调出非定域圆条纹．在图 31 - 8 中，在光阑 P 与分束板 G_1 间加一短焦距的小透镜 L，使光束会聚为一点光源，且均匀照亮 M_2．用一块毛玻璃 E 作为观察屏．只要 M_1 与 M_2 的两个反射像重合，在屏上就可以看到干涉条纹．此时再仔细调节 M_2 的两个微动螺丝 U_2'，使 M_1 和 M_2' 平行，在屏上就可以看到非定域的圆条纹．并设法观察非定域椭圆条纹．

② 转动 M - 干涉仪的粗调手柄，使 M_1 镜移动，观察非定域圆条纹的变化，从条纹的“吞”或“吐”，判断 M_1，M_2' 之间的距离 d 是变大还是变小．并观察圆条纹的粗细、疏密与 d 及 r_k 的关系．记录观察结果．

③ 调出并观察非定域直条纹和双曲线条纹．怎样才能调出并观察到？为什么？

(3) 定域干涉条纹的调节与观察

等倾条纹的调节与观察：

① 把两块毛玻璃重叠放在小透镜 L 与 G_1 之间，使光束散射成为扩展光源．在非定域干涉圆条纹粗而疏时（d 小），用聚焦到无穷远的眼睛代替屏幕作接收器，这时可看到圆条纹．进一步调节 M_2 的微动螺丝 U_2'，使眼睛上下左右移动时，各圆的大小不变，圆心不“吞”也不“吐”，而仅仅是圆心随眼睛的移动而移动．这时，我们看到的就是严格的等倾条纹了．（为什么？）

② 转动 M - 干涉仪的粗调手柄，使 M_1 前后移动，观察条纹的变化规律（同非定域干涉的要求）．记录观察结果并加以解释．

③ 利用凸透镜成像方法验证等倾条纹定域在无穷远.

等厚和白光干涉条纹的调节与观察:

① 用扩展光源照明 M－干涉仪,在 M_1,M_2'大致重合的位置(圆条纹粗而疏时),调节 U_2'使 M_1 与 M_2'有一很小夹角,转动粗调手柄,使弯曲条纹往圆心方向移动,在视场中将出现直线干涉条纹.干涉条纹之间的距离与 M_1 和 M_2'的夹角成反比,当夹角太大时,干涉条纹很密,不利于观察干涉条纹.为了观察清楚,干涉条纹间距以 2～3 mm 为宜.移动 M_1 镜,观察干涉条纹从弯曲变直再变弯曲的现象.

② 在干涉条纹变直的附近,再加上白光光源(激光仍存在,以利于调节过程观察变化情况),使 M_1 镜继续沿原方向很缓慢地移动,直到视场中出现彩色条纹(白光干涉条纹)为止.彩色条纹的对称中心就是 M_1 与 M_2'的交线.记下此时 M_1 镜的位置 d_0 值.它就是 M_1 与 M_2'的重合位置即等光程处.注意由于白光的干涉条纹数很少,所以必须耐心细致地调节才能观察到,M_1 的移动要非常缓慢,否则,白光干涉条纹一晃而过不易找到.

③ 为验证白光干涉条纹定域在镜面附近可利用凸透镜成像方法,或者利用工作距离为25 cm的特制显微镜.

3. 测量空气的折射率

(1) 实验装置见图 31－6.打开激光光源并调出非定域干涉圆条纹(一般实验室已调好).

(2) 利用打气皮囊打气(把打气皮囊的控制旋钮拧紧,就可以打气),使小气室内空气压力 p_1 由 1 个大气压增加到 p_2,小气室的气压变化量 $\Delta p = p_2 - p_1$ 的大小可由气压表直接读出.

给小气室打气要缓慢一些,一边打气一边数"吐出"或"吞进"的圆干涉条纹数目,当条纹数为某一整数 N 时停止打气,由气压表读出 Δp 值.再由公式(31.7)计算出一个大气压下空气的折射率 n_1.

注意:不要碰 M－干涉仪的镜面或其他光学面.防止小气室及气压表摔坏.打气时不要超过气压表的量程,超过量程会使表内游丝超过弹性限度,损坏气压表.

【思考题】

(1) 实验中怎样才能观察到非定域的直条纹和双曲线条纹?

(2) M－干涉仪的分束板 G_1 应使反射光和透射光的光强比接近 1:1,这是为什么?

(3) 如何根据等倾干涉条纹来判断 M_1 和 M_2'的平行度?

实验三十二

光纤光学

【目的要求】

(1) 了解光纤的结构、类型、传光径迹、传输模式以及模场直径等光纤光学的基本知识；
(2) 掌握光纤数值孔径、光纤折射率(传输时间)、耦合效率等基本参数的测量方法；
(3) 介绍半导体激光器的电光特性与阈值电流；
(4) 学习光纤的使用技巧、光纤的端面处理以及光纤耦合的基本方法；
(5) 了解低频信号及模拟(音频)信号的调制、传输、接收、放大与解调还原.

【仪器用具】

光纤实验仪,光学导轨(800 mm),带透镜的半导体激光器(650 nm)及二维调节架,光纤夹及三维调节架,单模光纤(200 m),光纤座及磁吸,光电接收器及二维调节架,十二挡光阑光电接收器及一维位移架,光功率计,双踪示波器,音频信号源,白屏,光纤刀,光纤剥皮钳,连接电缆、读数显微镜等.

【实验原理】

作为光通信的先驱,早在1880年贝尔就提出“光电话”设想,以太阳光做载体将声音传输了200 m距离.但是,受到气候条件和导光材料的限制以及缺乏理想的光源,光通信始终未能大量应用.直到20世纪70年代低损耗石英光纤和半导体激光器这两项关键技术取得重大突破,才使得光通信进入了实用阶段,并在其后获得了飞速的发展.

(一) 光纤的类型

光纤是光导纤维的简称,是一种光波波段的导光材料.它利用全反射原理将光波约束其中,并沿光纤轴线传递光能.光纤由纤芯及包层两部分组成,纤芯的折射率 n_1 略高于包层的折射率 n_2,实际的光纤为了吸收辐射波和保护光纤在包层外还有涂敷层.

光纤的种类很多,按制作材料可分为低损耗的高纯度熔石英光纤以及成本较低而损耗较大的普通玻璃光纤和塑料光纤等;按传输模式的数量可分为传输单一模式的单模光纤和同时传输多种模式的多模光纤;按传输的偏振态,单模光纤又可分为保偏光纤或非保偏光纤以及按特定波长、特种材料分类的特种光纤等.下面以纤芯折射率分布区分的两种光纤为例介绍光纤的基本结构.

1. 阶跃折射率光纤

阶跃型光纤,纤芯折射率 n_1 的分布是均匀的,包层折射率 n_2 略低于 n_1,在纤芯与包层的界面处折射率发生突变.由于纤芯、包层界面的全反射,光线在纤芯内的径迹是锯齿型的折线.对入射面包含光纤轴线的光线或者说与光纤轴线相交的光线－子午光线,其径迹是平面折线;对入射面不包含光纤轴线的光线－偏射光线,其径迹是旋进式空间折线,即旋转前进始终不与轴线相

交.图 32－1 给出了偏射光线(a)和子午光线(b)在光纤横截面上的投影.单根阶跃型光纤可以传输光但不能传输图像,若要传输图像需用多根光纤组成的光缆.图 32－2(a)和(b)分别给出了阶跃型多模及单模光纤的折射率分布和光线传播特性.

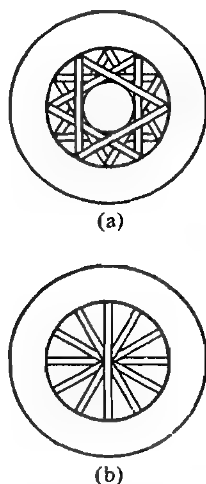


图 32－1　偏射光线及子午光线
(a) 偏射光线;(b) 子午光线

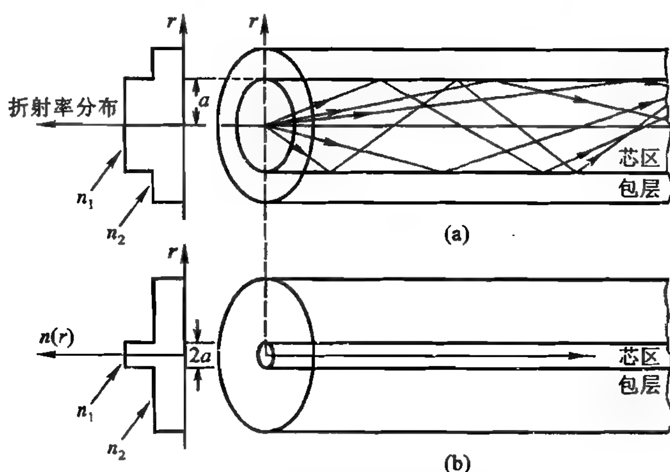


图 32－2　阶跃型单模及多模光纤
(a) 阶跃多模光纤;(b) 阶跃单模光纤

2. 梯度折射率光纤

梯度型光纤的纤芯折射率不再是常数,而是按某种函数关系连续变化.如应用最为广泛的聚焦光纤,其折射率的变化呈抛物线型,由光纤轴线处的最大值 n_1 沿径向逐减小至界面处的包层折射率 n_2 如图 32－3(a)所示.在聚焦光纤中的径迹不同于阶跃光纤,不同入射角的子午光线是具有相同空间周期的简谐曲线,经历一次全反射后能重新会聚到一点,图 32－3(b)给出了聚焦光纤的光线传播特性.偏射光线形成旋进式螺旋线,尽管大部分路径在低折射率区,路径较长,仍会得到自聚焦的结果.聚焦光纤的主要优点是单根光纤可以传输图像.

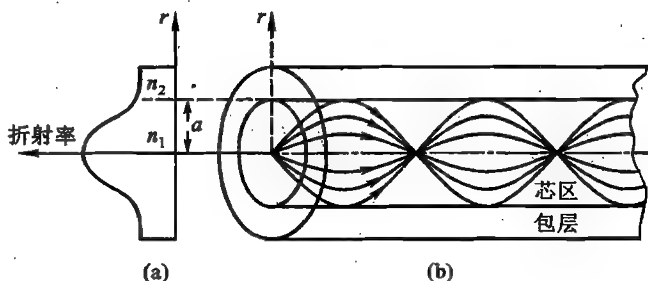


图 32－3　抛物线型聚焦光纤

(二) 光纤的数值孔径

图 32－4 给出了从空气 n_0 入射到阶跃型光纤端面的子午光线在光纤中的传播状况,入射的光线能否在纤芯中传播取决于入射角 θ,设入射角为 θ_0 的一条光线恰好在纤芯与包层界面发

生全反射,则

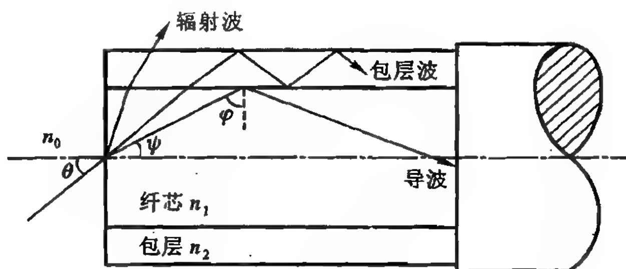


图 32-4 子午光线在阶跃型光纤中的传播

$$\sin\ \varphi_c = \frac{n_2}{n_1}$$

式中:φ_c 为界面临界入射角;n_1 和 n_2 分别是纤芯与包层的折射率.根据折射定律

$$n_0 \sin\ \theta_0 = n_1 \sin\ \psi = n_1 \cos\ \varphi_c$$

ψ 为光纤端面折射角.由于空气折射率 $n_0=1$,我们最终得到

$$\theta_0 = \arcsin\sqrt{n_1^2 - n_2^2} \tag{32.1}$$

可以想像,从光纤端面入射的光线中,凡是落入 $\theta \leqslant \theta_0$ 这一锥体内的入射光线,均可以在纤芯中传播成为导波,而锥体外的入射光线将进入包层,成为包层波或辐射波而无法传播.由此可见 θ_0 反映了光纤的受光能力,被称为受光角或孔径角.而光纤的数值孔径定义为

$$\mathrm{NA} = n_0 \sin\ \theta_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \tag{32.2}$$

式中:NA 是英文 numerical aperture 的缩写,是表征多模光纤集光能力大小的重要参量.

值得注意的是基于射线光学或光线光学的数值孔径的概念,只适应于芯径较大的多模光纤.而在芯径通常小于 10 μm 的单模光纤中,射线光学将被波动光学所替代,不再使用数值孔径的概念,模场直径将成为描述单模光纤的重要参量.本实验仍借用此名称是为了便于形象比较.

(三)光纤的模式

1. 光纤中的传播模式

所谓模式就是可以在光纤中稳定传输的一种电磁场结构,用光的波动理论可以严格求解(见附录(一)),下面只利用射线光学进行定性论述.形象地讲,并不是所有满足全反射条件的入射光线($\theta \leqslant \theta_0$)均能在纤芯中传输,只有那些满足边界和连接条件的离散的 θ 角的入射光线,才能在纤芯中建立起真正有效的传播.因此,在受光角 θ_0 内以某一角度入射,并能在纤芯中稳定传播的光线,就可以称为光纤的一个传输模式.当光纤的芯径较大时,允许光波以多个特定的角度射入光纤端面,并在纤芯中传播,建立多个不同的传输模式(不同的入射角),这种能传输多个模式的光纤称为多模光纤.如图 32-2(a)所示,以不同入射角从光纤端面射入的光线在纤芯中形成不同的传播模式,沿光纤轴线传播的是最低阶模 LP_{01} (HE_{11})模称为基模,然后是次低阶模、低阶模、高阶模.模式的阶数越高,轴向入射角越大,界面入射角越小,包层渗透深度也越大.因此高阶模比低阶模有更多的能量损耗在包层介质中.图 32-5 给出了 3 种低阶模式的编号、横截面电场

分布及光强分布图.由于基模的光强分布近似高斯分布,因此也被称为高斯基模.

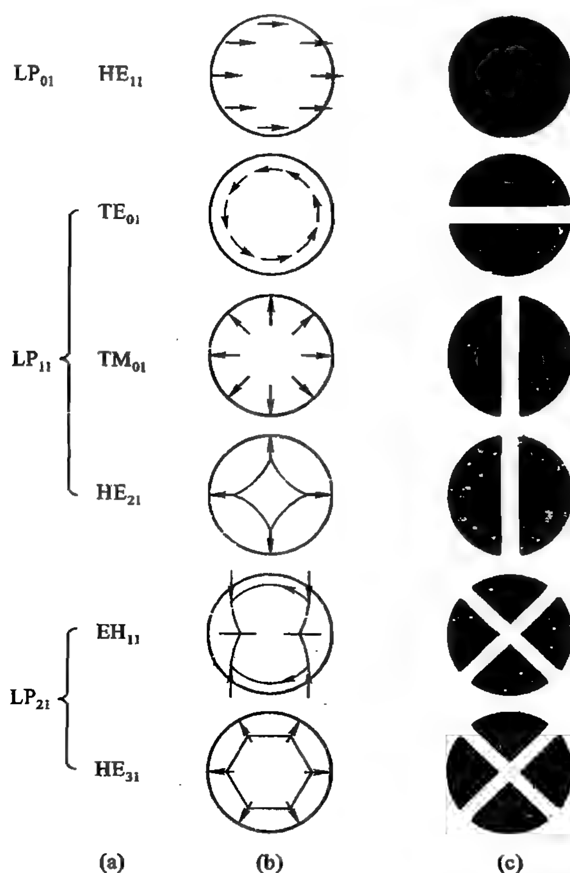


图 32-5 3种低阶模的横截面电场及光强分布

2. 单模光纤

单模光纤指的是在一定的工作波长下,只传输基模 $LP_{01}(HE_{11})$ 的光纤.单模光纤的芯径和折射率差要小于多模光纤,高纯度熔石英单模光纤的纤芯直径通常只有 4~11 μm.

截止频率及截止波长

首先定义一个光纤的归一化频率

$$V=(U^2+W^2)^{1/2}=ak_0(n_1^2-n_2^2)^{1/2} \tag{32.3}$$

式中:U,W 分别称为纤芯径向传播常数和包层径向衰减常数(定义见附录(一));a 为纤芯半径;$k_0=2\pi/\lambda$,是真空中的波数;V 是无量纲参量,有时简称为光纤的 V 参量,在单模光纤的设计和应用中非常重要.在光纤中,所谓某模式截止,是指该模式的包层径向衰减常数 $W=0$,该模式场变成辐射场而无法被光纤传输.由式(32.3),当 $W\to0$, $V\to U$.查表可知,次低阶模 LP_{11} 的截止频率 $V_c=U_c=2.405$,适当选择光纤的各项参数 a、n_1、n_2 以及工作波长 λ,使 $V<2.405$,这样只有基模 $LP_{01}(HE_{11})$ 能在光纤中传播,其他模式均被截止.由此可以得到单模光纤的定义:

$$V = ak_0(n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \leqslant 2.405 \tag{32.4}$$

引进相对折射率差

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1} \tag{32.5}$$

可得工作波长

$$\lambda = \frac{2\pi a n_1}{V}(2\Delta)^{1/2} \tag{32.6}$$

由于 $\lambda \propto 1/V$,因此 $\lambda_c/\lambda = V/V_c$,其中 $V_c = 2.405$ 为截止频率,λ_c 称为截止波长

$$\lambda_c = \frac{2\pi a n_1}{V_c}(2\Delta)^{1/2} = \frac{V\lambda}{2.405} \tag{32.7}$$

由式(32.7)可知,光纤是否单模工作,不仅依赖光纤参数,也取决归一化频率及工作波长.要想单模工作,要求归一化频率低于截止频率 $V < V_c$ 或工作波长大于截止波长 $\lambda > \lambda_c$.例如:光通信常用阶跃型单模光纤,纤芯折射率 $n_1 = 1.46$,纤芯半径 $a = 4.5\ \mu\text{m}$,相对折射率差 $\Delta = 0.25\%$,按 $V_c = 2.405$ 计算 $\lambda_c = 1.21\ \mu\text{m}$.相对于光纤通信用 1.31 μm 工作波长是单模光纤,而相对半导体激光器 650 nm 的短波长,将失去单模特征,变为多模光纤.

3. 模场直径

当光波在纤芯包层界面发生全反射时,光波会进入包层并沿径向指数衰减(见附录(一)),形成渐消尾.渐消尾的存在,使光纤的有效直径大于其几何直径.模场直径就是描述单模光纤电磁场径向延伸情况的重要参量.对于阶跃型或抛物线型单模光纤,如果工作波长离截止波长不远,基模场近似高斯分布如图32－6所示.模场直径(MFD)定义为:电场强度下降到 $1/e$ 或光强下降到 $1/e^2$ 两点之间的宽度,记为 $2\omega_0$.模场直径也被确认为单模光纤的光斑直径.通常模场直径大于单模光纤的纤芯直径.

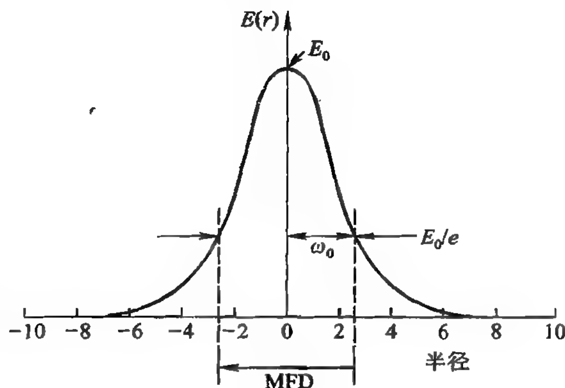


图 32－6 单模光纤的基模场分布及模场直径

(四) 光源与光纤的耦合

光源与光纤耦合时,为了降低耦合损耗,使更多的光功率注入光纤,获得最大的耦合效率,必须考虑光纤和光源的特性以及具体的耦合方法.光纤系统通常使用的光源是半导体发光二极管(light emitting diode,LED)和半导体激光二极管(laser diode,LD),LD 也被称为半导体激光器.LED 线性好,对温度不敏感,但波束宽度大耦合效率低,因此只适合于芯径较大的多模光纤.而半导体激光器有良好的辐射特性和空间相干性,波束宽度远小于 LED,有较高的耦合效率,适合于单模光纤.但半导体激光器的发光功率对 PN 结的温度敏感,使用时需控制它的工作温度.

1. 半导体激光器的阈值电流

典型的半导体激光器输出光功率与注入电流的关系曲线如图 32－7 所示.当注入电流很小时,半导体激光器处于自发辐射区,输出光功率很小.只有注入电流大于阈值电流,使谐振腔内反射的受激辐射光子总数等于受激吸收光子和散射及发射光子数总和时,半导体激光器才能达到

稳定的工作状态.图中受激辐射区反向延长线与横轴的交点被定义为半导体激光器的阈值电流.

2. 半导体激光器的辐射特性

当注入电流超过阈值电流不多时,半导体激光器发出的光是基横模(TEM_{00}),在垂直于光轴(或 z 轴)的平面内光强呈高斯分布,在沿 z 轴传播方向呈高斯光束分布.图 32-8 表示作为基横模的高斯光束直径 $2W$ 与 z 的关系,在 $z=z_0=0$ 处,光束有一最小直径 $2W_0$ 称为高斯光束的腰.高斯光束作为球面波,可以对每一个 z 点相应的波前引入曲率半径 $R(z)=z+z_r^2/z$,式中 $z_r=W_0^2\pi/\lambda$ 称为瑞利长度.在瑞利长度 $z=z_r$,曲率半径有最小值;$z<z_r$,曲率半径随 z 的减小而增加,当 $z\to z_0=0$,曲率半径无穷大,此时波前为平面;$z>z_r$,曲率半径线性增加;确切地说高斯光束中严格意义上的平行光束仅存在于一点,即它的焦点或腰处.而瑞利范围 $-z_r<z<z_r$ 内的高斯光束可以看成是平行光或准直光束很好的近似.

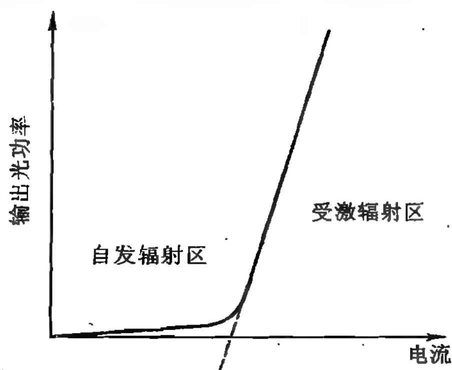


图 32-7 半导体激光器的电光特性

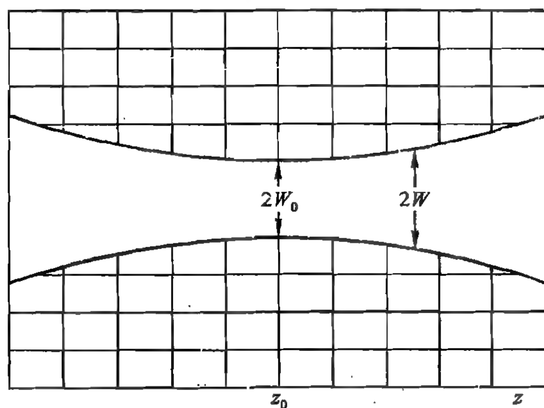


图 32-8 半导体激光器基横模高斯光束

3. 透镜耦合

半导体激光器发出的光在与 P-N 结同向的竖直方向的发散角约为几十度,而在与 P-N 结正交的水平方向的发散角约为几度,使得半导体激光器发出的光斑是一个扁椭圆,造成与光纤耦合的困难.通常采用透镜耦合的方法改变光斑的形状,获得最大的光功率注入.例如:柱形透镜可以使光束沿单方向会聚,将椭圆形光斑变成圆形以提高耦合效率.值得注意的是高斯光束经透镜耦合后仍为高斯光束.仔细选择透镜的焦距 f 可以使经透镜耦合后的高斯光束的腰与纤芯直径相等,即 $2W_0=2a$,如图 32-9 所示.只要将光纤的端面置于高斯光束的焦点处,即可获得最佳的耦合效率.

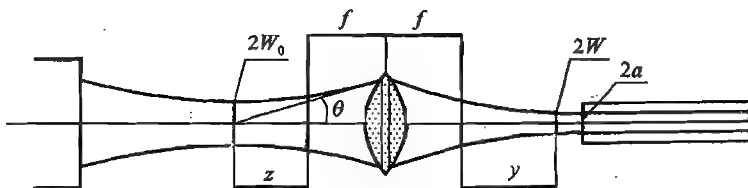


图 32-9 光纤与半导体激光器的耦合

【实验内容】

1. 设备的安装

参见图 32 - 10.

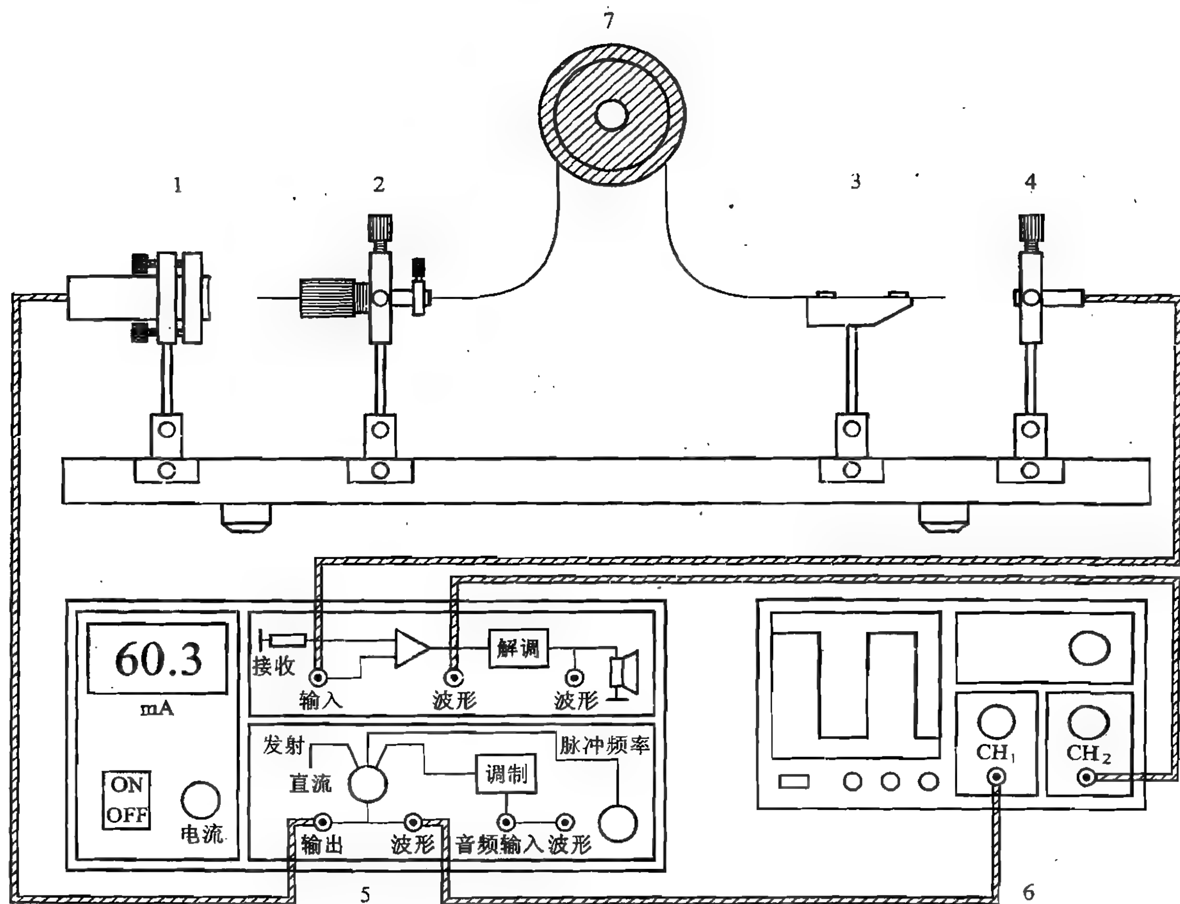


图 32 - 10 光纤实验仪面板结构以及装置光路图

1. 半导体激光器及二维调节架 2. 光纤夹及三维调节架 3. 光纤座及磁吸

4. 光电接收器及二维调节架 5. 光纤实验仪 6. 示波器 7. 单模光纤(200 m)

(1) 将导轨平稳地放置在一个坚固、稳定的平台上.

(2) 在导轨的一端放置半导体激光器和二维调节架(1)以及光纤夹和三维调节架(2),另一端放置光纤座和磁吸(3)以及光电接收器和二维调节架(4).

(3) 粗调各调节架的高度,使其高度大致相等.

(4) 将半导体激光器与实验仪(5)发射板的"输出"端相连,"输出波形"通过信号线与示波器(6)通道 1(CH_1)相连;接收板上的"输入波形"(解调前)通过信号线与示波器通道 2(CH_2)相连;音频信号源接入"音频输入"端.

(5) 将带二维调节架的光电接收器(4)与功率指示计相连,待用.

(6) 将实验仪后面板上的喇叭开关置于关的状态.

2. 半导体激光器的电光特性

(1) 将实验仪"功能转换开关"置于"直流"挡,用带二维调节架的光电接收器(4)换下三维光纤调节架(2).

(2) 打开实验仪电源,将"电流"旋钮顺时针旋至最大.

(3) 调节半导体激光器二维调节架的水平和垂直倾度旋钮,使激光束进入光电接收器,并使功率指示计的显示值达到最大.

(4) 逆时针旋转"电流"旋钮,逐步减小激光器的注入电流,并记录下电流值和相应的光功率值.

(5) 以注入电流为横坐标,激光器的输出功率为纵坐标,作光功率—电流曲线,即为半导体激光器的电光特性曲线,并求出阈值电流.

注意:为防止半导体激光器因过载而损坏,实验仪中含有保护电路,当电流过大时,光功率会保持恒定,这是保护电路在起作用,而非半导体激光器的电光特性.

3. 光纤的端面处理和夹持

(1) 用光纤剥皮钳剥去光纤两端的涂覆层(如没有剥皮钳,可用刀片小心的刮去涂覆层),长度约为 10 mm.

(2) 在 5 mm 处用光纤刀刻划一下,用力不要过大,以不使光纤断裂为限.

(3) 在刻划处轻轻弯曲光纤,使之断裂。处理过的光纤不应再被触摸,以免损坏和污染(值得注意的是,光纤端面容易损坏,一旦出现光斑发散,或者耦合效率过低长时间无法改善时,可用读数显微镜观察光纤端面,确定断面是否损坏,并及时处理,以保证实验的顺利进行).

(4) 将处理好的光纤一端小心放入光纤夹金属圆柱的狭槽中心处(伸出长度约为 10 mm),并用簧片压住,放入三维光纤调节架中,用螺钉锁紧.

(5) 将光纤的另一端放入光纤座上的刻槽中(伸出长度约为 10 mm),用磁吸压住.

4. 光纤的耦合及传输模式

(1) 粗调半导体激光器与光纤的共轴,同时调节激光器的水平.

(2) 减小半导体激光器的"电流",降低激光束的亮度,用白屏前后移动,确定激光器经透镜输出的高斯光束焦点的位置(即高斯光束的腰).

(3) 移动并调节三维光纤调节架,使光纤端面尽量逼近焦点.

(4) 将半导体激光器"电流"调至最大,并用白屏观察光纤输出光斑的亮度.首先仔细调节半导体激光器二维调节架的水平及垂直倾度旋钮,使激光尽可能照亮光纤端面并耦合进光纤,同时仔细调节三维光纤调节架的 X 轴、Y 轴及 Z 轴旋钮,使白屏上出现光斑并达到最亮.反复调节各旋钮,使光纤输出功率达到最大;用光电接收器取代白屏测量光纤输出功率.一般情况下,应该能够调节到 200 μW 以上,才能保证后面的实验顺利进行;

(5) 记下此时光纤输出的最大功率,该值与输入端激光功率之比即为耦合效率(不计光纤吸收及色散损耗).

(6) 用白屏代替光电接收器,轻轻转动各耦合调整旋钮,改变激光束与光纤的入射角度,观察光斑形状变化,了解高斯基模和其他高次模的传播;

(7) 轻轻触动或弯曲光纤，通过观察光斑形状变化了解光纤的传输损耗.

5. 光纤数值孔径的测量

光纤数值孔径的测量是一项极其烦琐、细致的工作，需要操作者认真、耐心地耦合光纤，将输出光束的光强调整到近似的高斯分布(基模)，并且稳定.

(1) 光斑扫描测量法

① 重新耦合好光纤；

② 用白屏观察输出光斑形状，仔细调节各耦合旋钮，尽量使输出光斑成为明亮、对称、稳定的高斯分布；

③ 将十二挡光栏光电接收器及一维位移架放置在导轨上，并置于光纤输出端面前 40～80 mm 处；

④ 将光栏置于 0.5 或 1 mm 挡，并与功率计相连；

⑤ 仔细调整光纤与光电接收器之间的位置，在光斑中心附近找到功率指示最大的点；

⑥ 用一维位移架移动光电接收器，使探头扫过整个光斑. 记录下光强与位置的关系，以位置为横坐标，光强为纵坐标，绘出光强－位置分布曲线，应为近似的高斯曲线；

⑦ 以该曲线最高点的 $1/e^2$ 处的尺寸作为光斑直径，再测量出光纤端面距测量面的距离 H，可以求出光纤的孔径角 θ_0 及数值孔径 NA.

(2) 功率法

① 用白屏观察输出光斑形状，仔细调节各耦合旋钮，尽量使输出光斑成为明亮、对称、稳定的高斯分布；

② 将十二挡光阑光电接收器及一维位移架放置在导轨上置于 $\phi 6.0$ 挡，并使之紧贴光纤输出端面，以保证输出光可全部进入光电接收器. 用功率指示器检测光纤输出功率，轻微调节耦合旋钮，尽量使功率达到最大；

③ 记下此时功率指示值；

④ 向后移动光电接收器滑块。由于输出光的发散，随着接收器向后移动，会有部分光漏出 $\phi 6.0$ 孔；

⑤ 仔细调整光纤与接收器之间的相对位置，使可探测到的功率为最大功率的 90%，而有 10% 的光功率漏在 $\phi 6.0$ 孔外，此时的 6 mm 孔径即为光斑直径；

⑥ 测量出光纤端面到光电接收器光栏间的距离 H；

⑦ 由 6 mm 直径和 H 即可求出光纤的孔径角 θ_0 及数值孔径 NA.

6. 低频信号的传输

(1) 重新耦合好光纤. 将实验仪的“功能转换开关”置于“脉冲频率”挡，用低频脉冲信号调制半导体激光器的注入电流，使光强被调制的激光在光纤中传播.

(2) 将光电接收器的输出端与实验仪接收板上的“输入”端相连.

(3) 示波器置于双通道工作，触发源选择 CH_1，可以同时观测到作为输入和输出的低频脉冲信号.

(4) 调节“电流”及“脉冲频率”两个旋钮可以改变输入脉冲信号的幅度及频率，观察对光纤输出信号的影响.

7. 光纤的折射率(即传输时间的测量)

(1) 将"电流"调至最大,使"脉冲频率"约为 50 kHz($T=20\ \mu s$),示波器 CH_1 和 CH_2 的"电压灵敏度"置于 2 V/Div 挡.

(2) 将"扫描频率"置于 1 μs/Div 挡,仔细调整"脉冲频率"旋钮,使示波器 CH_1 上只显示一个周期,同时调节光电接收器与光纤输出端面之间的距离,使 CH_2 的波形尽量成为矩形波.

(3) 仔细调整光电接收器的前后位置,使 CH_2 波形上升沿尽量前移,并记录下此时上升沿的位置(以波形幅度的 90% 处为准).

(4) 取下三维光纤调节架,直接将光电接收器置于激光器前,使部分激光进入接收器(**注意**:不要使探头饱和、波形严重失真).

(5) 观察示波器上 CH_2 的波形,并同时调整二维可调光电接收器,使波形尽量与第(3)步中的波形近似,且上升沿尽量靠前,记录下此时上升沿的位置(以波形幅度的 90% 处为准).

(6) 将第(3)与第(5)步中的上升沿位置相比较,其时间差即为光在光纤中的传输时间.

(7) 用光纤长度除以传输时间,即为光在光纤中的传播速度,并由此求出纤芯的折射率.

8. 模拟(音频)信号的调制,传输和解调还原

(1) 重新耦合好光纤.将实验仪的"功能转换开关"置于"音频调制"挡.

(2) 将示波器的 CH_1 和 CH_2 分别与实验仪发射及接收板上的"输出波形"和"输入波形"相连.

(3) 将示波器"扫描频率"置于 10 μs/Div 挡,示波器显示应为近似稳定的矩形波.

(4) 从"音频输入"端加入音频模拟信号,这时可观察到示波器上的矩形波的前后沿闪动.

(5) 打开实验仪后面板上的"喇叭"开关,应可听到音频信号源中的声音信号(**注意**:此时音频信号的强弱与耦合的效率成正比,即耦合效率越高,音频信号就越好,反之,则噪音信号越强).

(6) 分别观察实验仪发射板"调制"前后的波形和接收板"解调"前后的波形.观察、了解音频模拟信号的调制、传输、解调过程和情况.

"喇叭"开关平时应处于"关"状态,以免产生不必要的噪声.

【参考文献】

1 彭吉虎,吴伯瑜.光纤技术及应用.北京:北京理工大学出版社,1995

2 钟锡华.现代光学基础.北京:北京大学出版社,2003

3 "Fibre optics" Laboratory Experiments Physics Phywe Systeme GmbH

【附录】

(一) 光纤传输的基本理论

1. 基本参数

真空中的光速:$c=\dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$,$\mu_0$ 和 ε_0 分别是真空中的磁导率和介电常数.

介质中的光速:$\nu=\dfrac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}=\dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon}}$,$\mu$ 和 ε 分别是介质磁导率和介电常数,且光频段 $\mu=\mu_0$.

介质的折射率:$n=\dfrac{c}{\nu}=\sqrt{\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}=\sqrt{\varepsilon_r}$,$\varepsilon_r=\dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$称为相对介电常数.

光波波长：$\lambda=\frac{\nu}{f}=\frac{2\pi\nu}{\omega}$，$\omega=2\pi f$ 称为角频率或圆频率.

波数(波矢量)：$|\boldsymbol{k}|=k=\frac{\omega}{\nu}=\frac{2\pi}{\lambda}$，真空中 $k_0^2=\omega^2\mu_0\varepsilon_0$，在非磁介质中 $k^2=\omega^2\mu_0\varepsilon=k_0^2n^2$，波矢量 $\boldsymbol{k}=\boldsymbol{k}_0 n$ 既代表电磁波的传播方向，又携带相位的信息.

相位常数：$\beta=\frac{\omega}{\nu}$，在无损耗介质中 $\beta=k$，表示单位长度上相移的大小.

2. 传输理论

光波作为一种电磁波在光纤中传输理论的基础是麦克斯韦方程组，考虑到光纤作为一种均匀的透明介质所具有的特性：$j=0$(无导电性)、$\rho=0$(无自由电荷)、$\nabla\varepsilon=0$(均匀性)以及无磁极可以得到光波在光纤中传输的波动方程(以下只推导电场分布，磁场类似)

$$\nabla^2 E=\mu_0\varepsilon\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \tag{32.8}$$

设 $E(x,y,z,t)=E(x,y,z)e^{-i\omega t}$，代入方程(32.8)将时间变量分离出来，可以得到空间变量所满足的方程－亥姆霍兹方程

$$\nabla^2 E+k^2E=0 \tag{32.9}$$

式中：$k^2=\omega^2\mu_0\varepsilon$.

考虑到光纤的圆柱形特点采用柱坐标(r,φ,z)，设 $E(x,y,z)=R(r)\Phi(\varphi)Z(z)$用分离变量的方法可以获得光纤中各变量满足的方程①

$$Z''+\beta^2Z=0 \tag{32.10}$$

$$\Phi''+m^2\Phi=0 \tag{32.11}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2R}{\mathrm{d}r^2}+\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}r}+\left[(k_0^2n_1^2-\beta^2)-\frac{m^2}{r^2}\right]R=0 \tag{32.12}$$

式中：$k_0=2\pi/\lambda$ 是真空中的波数；n_1 是纤芯折射率；β 是导波的纵向传播相位常数($k_0n_2<\beta<k_0n_1$)，表示沿 z 轴单位长度上相移的大小；m 为 φ 方向电场变化的周期数. 引入芯区的径向传播常数(径向相位常数)U 及包层区的径向衰减常数 W 两个重要参数

$$U=a(k_0^2n_1^2-\beta^2)^{1/2} \tag{32.13}$$

$$W=a(\beta^2-k_0^2n_2^2)^{1/2} \tag{32.14}$$

式中：a 为纤芯半径. 对方程(32.12)作变量替换 $x=Ur/a$，可得电场强度径向分布 $E(x)$所满足的贝塞尔方程

$$\frac{\mathrm{d}^2E}{\mathrm{d}x^2}+\frac{1}{x}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}+\left(1-\frac{m^2}{x^2}\right)E=0 \tag{32.15}$$

结合光纤传输边界条件对物理上的要求，即电场在 $r=0$ 处有界，$r\to\infty$时收敛，可求得方程(32.15)的解：在纤芯区 $r<a$，是 m 阶贝塞尔函数 $\mathrm{J}_m(Ur/a)$，电场强度随 r 做有界振荡，参看图32－11；在包层区 $r>a$，为 m 阶第二类变型贝塞尔函数 $\mathrm{K}_m(Wr/a)$②，随 r 趋于无穷而迅速衰减到零，尽管该函数在 r 趋于零时趋于无穷，但包层区 $r>a$ 的限制避免了此矛盾；这样最终

① 方程的推导可参看郭敦仁《数学物理方法》第 232 页.

② 参看郭敦仁《数学物理方法》第 321 页.

得到纤芯及包层中的电场分布

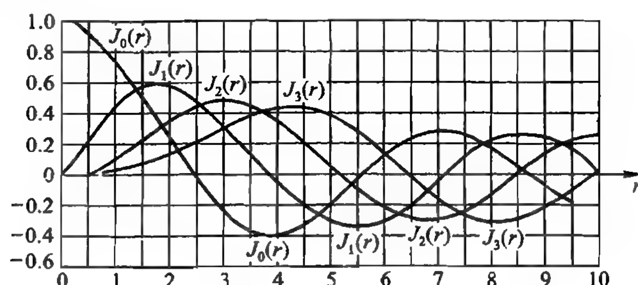


图 32－11 前四阶的贝塞尔函数

$$E(r,\varphi,z,t)=AJ_m(Ur/a)\sin m\varphi\exp i(\omega t-\beta z)\quad r\leqslant a \tag{32.16}$$

$$E(r,\varphi,z,t)=BK_m(Wr/a)\sin m\varphi\exp i(\omega t-\beta z)\quad r>a \tag{32.17}$$

上两式中的 A,B 是待定系数.由式(32.16)和式(32.17)可知,光纤中传输的光波是以波矢量 β 沿 z 轴纵向传播的,其横向振动的电矢量为 φ 方向对称分布的 $J_m(Ur/a)$和 $K_m(Wr/a)$形成的驻波,图32－12给出在纤芯中建立的一种电场分布.图中在$r=0$ 处电场有一主极大,然后沿径向依次出现极小和极大的节点.节点的数量由光纤直径及包层中的贝塞尔函数确定.这些周期性分布的驻波也被称为振荡模式或简单模式,由于这些模式是建立在与 z 轴垂直的横截面上,因此也被称为横模;而沿 z 轴建立的模式也被称为纵模.由纤芯与包层界面 $r=a$ 处电磁场连续条件,可以求出光纤中可能存在的传输模式.

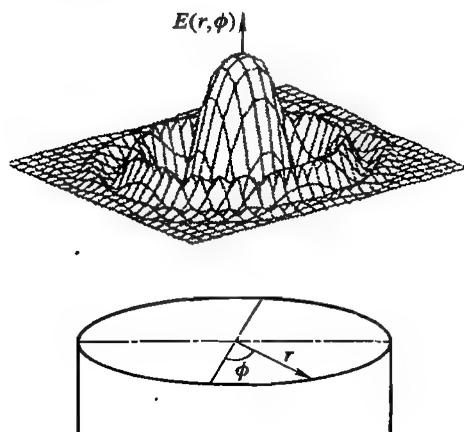


图 32－12 光纤中电场强度的一种径向分布

（二）光纤实验仪参数

1．半导体激光器参数

波长：　650 nm

功率：　15 mW

出孔功率：　10 mW

发散角：　≥13°

2．单模光纤的参数

芯径：　9.3±0.5 μm

包覆层：　125±1.0 μm

外皮：　245±10 μm

长度：　200±5% m

工作波长：　1.31 μm

3．直流信号

注入电流：　0～70 mA

4．低频信号（脉冲）

波形：　方波

幅度：　0～5 V

频率范围：　10 kHz～300 kHz

5．音频调制信号

载波频率：　80 kHz

基础实验－Ⅱ

实验三十三

用玻尔共振仪研究受迫振动

【目的要求】

(1) 了解玻尔共振仪的特性；观察共振现象；

(2) 学习一种测量相位差的方法——频闪法；

(3) 用玻尔共振仪研究物体作受迫振动的幅频特性和相频特性.

【仪器用具】

玻尔共振仪一套(含光电计时系统).

【实验原理】

1. 实验装置—玻尔共振仪

图 33－1 给出了 BG－2 型玻尔共振仪振动部分的结构示意图.图中左侧有铜质圆形摆轮A,其轴与一个蜗卷弹簧B相连,弹簧另一端被固定.在弹簧的弹性恢复力作用下,摆轮可以绕固定轴自由摆动.摆轮的摆动周期和振幅(以转角度量)通过光电计时装置来测定,并有数字显示.光电门为图注中的H,挡光槽为图注中的长凹槽C.图 33－1 中右侧画出一偏心轮,装在电动机轴上,通过连杆带动摆轮,使摆轮作受迫振动.

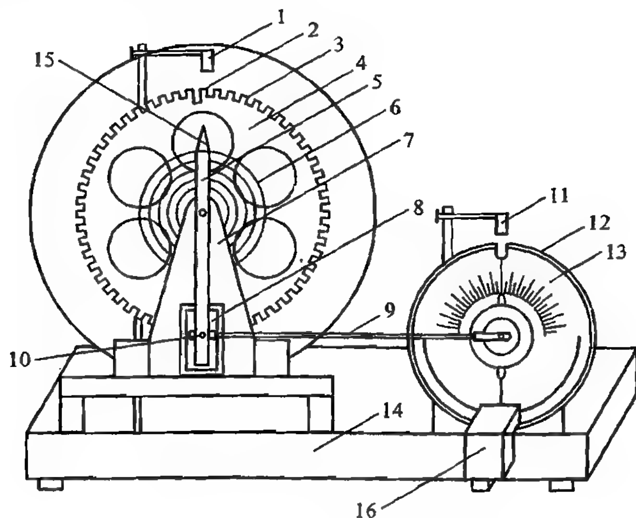


图 33－1 玻尔共振仪结构示意图

1. 光电门H 2. 长凹槽C 3. 短凹槽D 4. 铜质摆轮A 5. 摇杆M 6. 蜗卷弹簧B 7. 支承架 8. 阻尼线圈K 9. 连杆E; 10. 摇杆调节螺丝 11. 光电门I 12. 角度盘G 13. 有机玻璃转盘F 14. 底座 15. 弹簧夹持螺钉L 16. 闪光灯

在图的右侧有一固定的角度盘G,还有一个带刻线的有机玻璃转盘F,装在电动机轴上,可随电动机一起转动.在角度盘上方装有另一光电门,通过有机玻璃转盘上的挡光片可以测量强迫力矩的周期.

利用“频闪法”可以读出摆轮对于强迫力矩的相位差(通过有机玻璃转盘的转动从角度盘G上读数).频闪法是直观地研究物体快速运动的一种方法,利用频闪仪每隔一定时间发出一次闪光,闪光的时间很短,可以消除人眼的“视觉暂留效应”所引起的错觉.如果频闪仪的频率恰巧与周期性运动物体的频率相同,则可以看到该物体似乎是“静止不动”的,由此可以测出物体转动或振动的频率.本实验中用照相机的闪光灯作为频闪仪.具体的测量方法是,使闪光灯受摆轮信号光电门控制,每当摆轮上的长凹槽C通过平衡位置时,光电门H接受光,引起闪光.当摆轮稳定摆动时,在闪光灯照射下可以看到有机玻璃指针F好像一直“停在”某一刻度处.此刻度值就是摆轮对于强迫力矩的相位差.

本装置还可改变摆轮受阻尼力矩的大小.在图左的机架下方有一对带有铁心的线圈K,摆轮被嵌进铁心的空隙.根据电磁感应原理,当线圈中通过直流电流后,摆轮受到一个电磁阻尼力矩的作用.改变电流的数值就可改变阻尼大小.

本实验与实验十二相似,但是在实验装置和测量方法上各有特点.

2. 摆轮的受迫振动

如上述实验装置中,摆轮受到周期性的外力矩作用时将做受迫振动.本实验中的摆轮所受的外力矩与实验十二的原理中所述的扭摆所受的外力矩相同,因而有相同的运动方程,即

$$I\ddot{\theta}+r\dot{\theta}+k\theta=M_0\cos\omega t \tag{33.1}$$

式(33.1)左边第二和第三项分别为摆轮运动时受到的阻尼力矩和弹性恢复力矩作用,公式右边为周期性驱动力矩的作用.公式中符号I为摆轮的转动惯量,r为阻矩系数,k为弹簧的劲度系数,θ为摆轮的角位移,M_0为强迫力矩的幅值,ω为角频率.令$2\beta=\frac{r}{I}$,$\omega_0^2=\frac{k}{I}$,$m=\frac{M_0}{I}$,式中β称为阻尼常量,ω_0称为摆轮的固有频率.则公式(33.1)改写为

$$\ddot{\theta}+2\beta\dot{\theta}+\omega_0^2\theta=m\cos\omega t \tag{33.2}$$

(33.2)式的稳态解为

$$\theta=A\cos(\omega t+\varphi) \tag{33.3}$$

式中:A为角位移的振幅,表示为

$$A=\frac{m}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}} \tag{33.4}$$

摆轮角位移θ相对于简谐外力矩的相位差,有

$$\varphi=\arctan\left(\frac{-2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right)\qquad \omega\leqslant\omega_0$$

$$\varphi=-\pi+\arctan\left(\frac{-2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right)\qquad \omega>\omega_0 \tag{33.5}$$

公式(33.4)和(33.5)分别表示了摆轮受迫振动的幅频和相频特性.幅频和相频特性曲线请见实验十二中的图12-1和图12-2.对式(33.4)取导数$\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}\omega}=0$,当

$$\omega_{共}=\sqrt{\omega_0^2-2\beta^2} \tag{33.6}$$

此时振幅 A 有极大值，即发生共振现象，有

$$A_{共}=\frac{m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}} \tag{33.7}$$

从上述两公式可见，$\omega_{共}$ 和 $A_{共}$ 随阻尼增大而减小.

【实验内容】

(1) 认识和熟悉仪器装置的结构特点和测量方法.

(2) 测定摆轮的固有频率 ω_0，测量方法请参考实验十二.

(3) 观察共振现象，判断在不同阻尼力矩的影响下，受迫振动的共振频率的变化情况.

(4) 测定不同阻尼力矩下的受迫振动的幅频特性和相频特性曲线.

(5) 用公式(33.5)计算几个频率下的相位差，并与实测的结果进行比较.

*(6) 测定实验内容(4)中两个阻尼力矩下摆轮振动时的阻尼常量 β_1，β_2(测定阻尼常量的方法请参考实验十二)，并用公式(33.6)计算相应的 $\omega_{共}$，与实测结果进行比较.

实验中要注意的问题：

(1) 根据“BG－2 型玻尔共振仪”使用说明书的要求和注意事项，正确操作和使用仪器.

(2) 测量幅频和相频特性曲线时，对每一个频率都要保证受迫振动是达到稳定状态了.

【参考文献】

1 吕斯骅，段家忯.基础物理实验.北京：北京大学出版社，2002

2 沈元华，陆申龙.基础物理实验.北京：高等教育出版社，2003

实验三十四

共振法测定杨氏模量及其与温度的关系

通常把伸长，切变，扭转和弯曲称为基本形变．而固体材料抵抗形变的能力，由弹性模量（包括杨氏模量，切变模量等）表征．因而弹性模量是固体材料的重要物理参量．

测定材料的弹性模量的方法很多．在实验九中我们学习了静态拉伸法和静态弯曲法．本实验学习弯曲共振法，将棒状样品分别采用悬挂法或支撑法测量其弯曲振动时的共振频率，从而求出其材料的杨氏模量．本方法属于动态测量法，它适用范围较广（对不同材料和不同温度）．其中悬丝耦合弯曲共振法为国家标准推荐的一种测量方法．

【目的要求】

(1) 学习用动态法测定材料的杨氏模量；

(2) 学习用内插法测量、处理实验数据；

(3) 了解压电换能器的功能，熟悉信号源、示波器和温控器的使用；

(4) 培养综合运用知识和实验仪器的能力．

【仪器用具】

功率函数信号发生器，双踪示波器，动态弹性模量测定仪（包括悬挂式和支撑式测定装置，激发、接收换能器和试样等），变温装置（包括加热炉、热电偶、温控器），电子天平，钢板尺，游标卡尺，螺旋测径器．

【实验原理】

如图 34－1 所示，一细长棒（长度比横向尺寸大很多）作弯曲振动时，其振动方程为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\frac{EI}{\rho S}\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}=0 \tag{34.1}$$

棒的轴线沿 x 方向，式中：u 为棒上距左端 x 处截面的 z 方向位移；E 为该棒的杨氏模量；ρ 为材料密度；S 为棒的横截面积；I 为某一截面的惯性矩，即此截面的转动惯量 $\left(I=\iint_S z^2\,\mathrm{d}S\right)$．

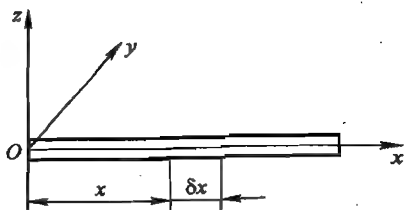


图 34－1　细长棒的弯曲振动

用分离变量法求解该方程，令

$$u(x,t)=X(x)T(t)$$

代入方程(34.1)得

$$\frac{1}{X}\frac{\mathrm{d}^4 X}{\mathrm{d}x^4}=-\frac{\rho S}{EI}\frac{1}{T}\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}t^2}$$

等式两边分别是两个独立变量 x 和 t 的函数,只有在两端都等于同一个任意常数时才有可能成立.设都等于 K^4,得出

$$\frac{\mathrm{d}^4 X}{\mathrm{d}x^4} - K^4 X = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}t^2} + \frac{K^4 EI}{\rho S} T = 0$$

设棒中每点都作简谐振动,则上述两方程的通解分别为

$$X(x) = B_1 \mathrm{ch}\ Kx + B_2 \mathrm{sh}\ Kx + B_3 \cos Kx + B_4 \sin Kx$$

$$T(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

于是振动方程(34.1)的通解为

$$u(x,t) = (B_1 \mathrm{ch}\ Kx + B_2 \mathrm{sh}\ Kx + B_3 \cos Kx + B_4 \sin Kx) A\cos(\omega t + \varphi) \qquad (34.2)$$

式中:

$$\omega = \left(\frac{K^4 EI}{\rho S}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (34.3)$$

称为频率公式,它对任意形状截面的试样、不同的边界条件下都是成立的.我们只要根据特定的边界条件定出常数 K,代入特定截面的惯量矩 I,就可以得到具体条件下的关系式.

如悬线或支撑点位于棒作振动的节点(即处于共振状态时棒上位移恒等于零的位置),并且棒的两端处于自由状态,那么在两端面上横向作用力 F 和弯曲力矩 M 均为 0,即弯曲力矩为

$$M = -EI\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

横向作用力为

$$F = \frac{\partial M}{\partial X} = -EI\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$$

则边界条件有四个:

$$\left.\frac{\mathrm{d}^3 X}{\mathrm{d}x^3}\right|_{x=0} = 0, \qquad \left.\frac{\mathrm{d}^3 X}{\mathrm{d}x^3}\right|_{x=l} = 0$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=0} = 0, \qquad \left.\frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=l} = 0$$

l 为棒长.将通解代入边界条件得

$$\cos Kl \cdot \mathrm{ch}\ Kl = 1 \qquad (34.4)$$

用数值解法可求得满足式(34.4)的一系列根 $K_n l$,其值为 $K_n l = 0, 4.730, 7.853, 10.996, 14.137, \cdots$ 其中 $K_0 l = 0$ 的根对应于静止状态.因此将 $K_1 l = 4.730$ 记为第一个根,对应的振动频率称为基振频率,此时棒的振幅分布如图 34-2(a)所示.$K_2 l = 7.853$ 叫做一次谐波,它所对应的振幅分布见图 34-2(b).

从图 34-2(a)可见,试样作基频振动时,存在两个节点,根据计算,其位置距端面分别为 $0.224l$ 和 $0.776l$.从图 34-2(b)可见,一次谐波(K_2)共有 3 个节点,位置分别在 $0.132l$, $0.500l$, $0.868l$ 处.实验证明:棒上振幅分布确实如此.

将 $K_1 = \frac{4.730}{l}$ 代入频率公式(34.3),得到棒作基频振动的固有频率为

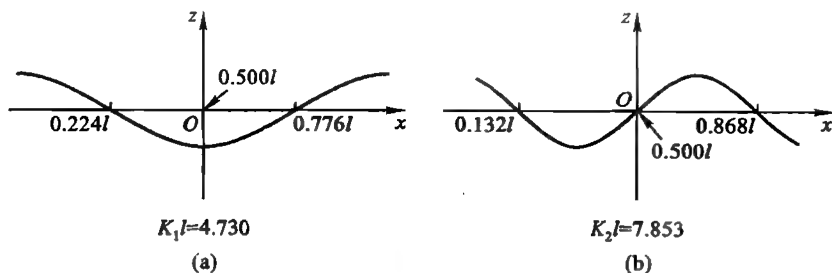


图 34－2　两端自由的棒弯曲振动振幅分布
(a) 振动级次 $n=1$;(b) 振动级次 $n=2$

$$\omega=\left[\frac{4.730^4 EI}{\rho l^4 S}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{34.5}$$

解出杨氏模量为

$$E=1.9978\times10^{-3}\frac{\rho l^4 S}{I}\omega^2=7.8870\times10^{-2}\frac{l^3 m}{I}f^2 \tag{34.6}$$

上式中 m 为棒的质量,$m=\rho lS$;f 为圆棒的基振频率.

对于直径为 d 的圆棒,惯量矩 $I=\iint_s z^2\mathrm{d}S=\frac{\pi d^4}{64}$,代入(34.6)式,得

$$E=1.6067\frac{l^3 m}{d^4}f^2 \tag{34.7}$$

公式(34.7)就是本实验用的计算公式.式中试样的几何尺寸以 m 为单位,质量 m 以 kg 为单位,频率 f 以 Hz 为单位,计算出的杨氏模量 E,其单位为 Pa($\mathrm{N\cdot m^{-2}}$).

注 1:对于 b 为宽度,h 为厚度的矩形棒,$I=\frac{bh^3}{12}$,代入(34.6)式得

$$E=0.9464\frac{l^3 m}{h^3 b}f^2$$

注 2:实际测量时,由于不能满足 $l\gg d$,上述公式需要修正,即 $E_{修}=E_{测}\cdot T_1$.

修正系数 T_1 可根据 d/l 的不同数值和材料的泊松比 μ 查表得到.对实验中使用的样品当 $d\approx6$ mm　$l\approx180$ mm 查得 $T_1=1.005$.当 $d\approx8$ mm　$l\approx180$ mm 查得 $T_1=1.008$.

【实验装置】

1. 综合描述

本实验中主要问题是测量试样棒的共振频率.图 34－3a 是本实验所用实验装置示意图之一,被测试样用两根细线分别悬挂在激发和接收两换能器下面.由功率函数信号发生器输出等幅正弦波信号加在激发换能器上,通过它把电信号变为机械振动,再由悬丝把机械振动传给试样,使试样受迫作弯曲振动.试样另一端的悬丝再把试样的机械振动传给接收换能器,这时机械振动又转变成电信号,送至示波器显示.改变信号发生器输出信号的频率,当信号发生器的频率不等于试样固有频率时,试样不发生共振,示波器上几乎没有电信号波形或波形很小.当其频率与试

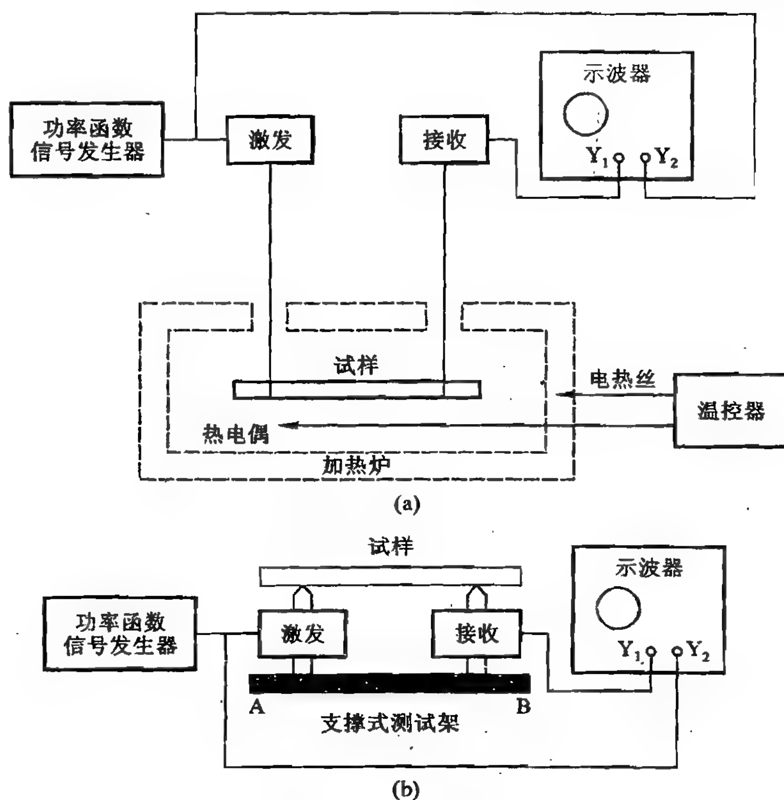


图 34－3 实验装置示意图

样棒的某一振动模式的频率一致时，则发生共振，这时试样振动振幅最大，接收换能器输出电信号也达到最大，测出此时的信号频率，若判断它为此样品的基频频率，则代入式(34.7)即可求出该温度下的杨氏模量.

若测量不同温度下试样棒的共振频率，则将整个试样放入特制加热炉中(图 34－3(a)虚线所示部分)由温控器调节炉温，并由热电偶测量温度.不断改变加热炉的温度，即可测出在不同温度下的试样的共振频率及其相应的杨氏模量.

在图 34－3(b)装置中，被测试样不是像图 34－3(a)中用悬丝挂在两换能器下，而是利用支撑式测试架将其放在“激发”和“接收”两换能器上面完成测试.在这里两换能器均可沿横杆 AB 水平调动位置，试样无需捆绑就能完成测定.

2. 实验装置中几个部分的简要说明(其详细说明和具体操作见实验室内资料)

(1) 功率函数信号发生器有方波、正弦波、三角波三种波形输入，可产生 5 Hz～500 kHz 的功率(5 W)信号，输出信号功率、幅度可调.频率调节分若干挡，每挡均有粗调及二级精密(0.1 Hz)微调.输出频率的数值由 6 位 LED 显示.

(2) 悬挂式支架(见图 34－3(a))中激发和接收换能器的位置均可作三维调节，对于将试样校至正确位置以及在变温装置中调节都非常方便.支撑式支架(图 34－3(b))测定方便而且准确.实验所用激发和接收两换能器均采用压电换能器，而且两者互相通用.

(3) 本实验中试样采用圆柱形金属棒，一般直径为 6～8 mm，l 为 180 mm，试样要求材质均匀，形状平直. 在实验温度允许和悬丝刚度足够的条件下，悬丝尽量用得细些、软些，以减少其引入的误差.

(4) 变温装置由加热炉、热电偶、温控器三部分组成.

热电偶：K 型(镍铬－镍硅)热电偶放置于加热炉内下方，注意不要碰及试样. 此热电偶最高使用温度可达 1 200 ℃，建议使用≤1 000 ℃方可长期使用. 精确测定时热电偶冷端需放置在 0 ℃冰水混合液中，并且要进行校准.

加热炉：功率 800 W，加热温度范围由室温～1 000 ℃(推荐 800 ℃以下工作).

温控器：为 4 位数显温控器，有“测量—设定”开关，测定前先“设定”温度，然后拨示“测量”挡，此时显示了实际炉温. 当炉腔温度升到设定温度附近，控制器通过控制炉体电源的通断使炉温维持恒定. 注意只有试样内外温度一致时，测定的数据才是该温度的真实数据，仪器还设有功率输出调节旋钮.

【实验内容】

1. 认识测量系统

认真阅读本实验提供的资料，了解实验原理及实验装置和仪器的特点及使用方法.

2. 测量被测样品的长度、直径和质量. 样品为圆柱形黄铜棒和不锈钢棒.

3. 用支撑式测定支架测黄铜棒的弯曲振动频率.

(1) 按图 34－3(b)连接好各设备(注意各设备要共地线)；

(2) 理论上，样品作基频共振时，支撑点(悬点和支点统称为支撑点，下同)应置于节点处，即支撑点应置于距棒的两端面分别为 $0.224l$ 和 $0.776l$ 处. 但是，在这种情况下，棒的振动无法被激发. 欲激发棒的振动，支撑点必须离开节点位置. 这样，又与理论条件不一致，势必产生系统误差. 为解决上述矛盾，实验采用下述方法测棒的弯曲振动基频频率：在基频节点处正负 30 mm 范围内同时改变两支撑点位置，每隔 5～10 mm 测一次共振频率. 画出共振频率与支撑点位置关系曲线，由曲线可内插求出支撑点在节点位置的基频共振频率，其值约在几百赫兹量级.

(3) 判断系统共振的两种方法：

① 接收换能器输出正弦波的振幅在共振时极大；

② 信号发生器和接收换能器的两输出信号合成的李萨如图形在共振时出现极大值.

(4) 选做 1：测定试样的一次谐波共振频率.

选做 2：换用其他试样测量.

4. 用悬挂式支架测不锈钢棒在不同温度下的弯曲振动基频频率

(1) 按图 34－3(a)连接好各设备，先不开启变温装置. 将耐热试样用高温悬丝捆好，挂在悬挂式支架上. 两根悬丝必须捆紧，不能松动，悬吊试样后丝处于张紧状态. 调整两悬丝与试样中轴线处于同一平面内，并使试样水平. 测量时应使试样不摆动. 悬点选择接近试样端点，以保证较好的激发、接收效果. 先测出试样在室温下的弯曲振动基频频率(室温下频率可在炉外测).

(2) 将悬挂的试样放入加热炉内并使它处在炉腔中心(可从两端观察孔观察). 试样和两悬丝不能同任何物体(如炉体、热电偶等)接触. 试样悬挂完毕后，用保温毡将炉体上方开孔及炉体两端封闭，只在悬丝附近保留两个小孔. 然后开启变温装置，方可做升温实验.

采用阶梯式升温方式,自室温开始每隔 50 ℃测一次共振频率直至 600 ℃,每一测点保温时间 10～15 min,以使试样内外均温.

5. 数据处理

(1) 画 $f-\frac{x}{l}$ 曲线(f 为黄铜棒的基频共振频率,x 为试样端面至支撑点的距离,l 为棒长),由 $f-\frac{x}{l}$ 曲线确定支撑点在节点位置的基频共振频率.

(2) 计算 E(黄铜棒材料的杨氏模量)和 ΔE.

(3) 画出 $f-T$ 曲线和 $E-T$ 曲线(f 为不锈钢棒的基频共振频率,T 为温度,E 为不锈钢棒材料的杨氏模量).

6. 试样共振的判断

在寻找共振点时,调节信号发生器的频率要缓慢,到共振频率附近时应使用精密(0.1 Hz)微调旋钮.

测量中,要注意判断真假共振信号,由于换能器、悬丝、支架等部件及整个系统都有自己的共振频率,都能发生共振,因此正确判断示波器上显示出的共振信号是否为试样真正的共振信号很关键.判断方法很多,介绍几种如下:

(1) 试样共振时,可用一细金属丝(细小改锥金属部分也可)沿轴向轻碰试样,会按图 34-2 规律发现波节波腹;用听音管沿轴向移动,也能听出波腹处声大,波节处声小,符合图 34-2 规律;还可用手指或手背轻触样品有麻酥感,而且手一碰样品,输出信号马上变小.

(2) 测试前先用理论公式预估试样共振频率的大致范围.然后再进行细致测量.

(3) 在用李萨如图形法判断共振,在共振频率附近进行扫描时,共振点两侧接收信号相位会有突变,导致椭圆图形主轴会摆动(或偏移),从而判断所确定的共振频率是否真实.在高温加热炉中这是主要的判断方法.

【注意事项】

(1) 压电换能器极易损坏,测试中要轻放轻动,不能用力也不能给予冲击.试样棒要保持清洁,防止摔坏.

(2) 交变电信号和相应测量仪器均有地线,接线时注意共地.

(3) 给激发换能器加正弦信号时,尽量采用幅度较小的信号.

(4) 加热炉温升到 500 ℃以上时,炉壳温度较高,应注意防烫.

(5) 实验完毕注意断电,关炉,由于炉温下降较慢,请注意防火.

【参考文献】

1 梁昆淼.数学物理方法.北京:人民教育出版社,1961

2 丁慎训,张连芳.物理实验教程.第二版.北京:清华大学出版社,2002

3 黄亦明.动态弹性模量测定仪使用说明书.1998

4 国家标准 GB/T 2105-91

实验三十五

高温超导材料特性测试和低温温度计

【目的要求】

(1) 了解高临界温度超导材料的基本特性及其测试方法.

(2) 了解金属和半导体 P-N 结的伏安特性随温度的变化以及温差电效应.

(3) 学习几种低温温度计的比对和使用方法,以及低温温度控制的简便方法.

【仪器用具】

低温恒温器(俗称探头.其核心部件是安装有高临界温度超导体、铂电阻温度计、硅二极管温度计、铜-康铜温差电偶及 25 Ω 锰铜加热器线圈的紫铜恒温块);不锈钢杜瓦容器和支架;PZ158 型直流数字电压表($5\frac{1}{2}$位,1 μV);BW2 型高温超导材料特性测试装置(俗称电源盒),以及一根两头带有 19 芯插头的装置连接电缆和若干根两头带有香蕉插头的面板连接导线.

【实验原理】

1. 高临界温度超导电性

1911 年,卡麦林·翁纳斯(H. Kamerlingh Onnes,1853—1926)用液氦冷却水银线并通以几毫安的电流,在测量其端电压时发现,当温度稍低于液氦的正常沸点时,水银线的电阻突然跌落到零,这就是零电阻现象或超导电现象.实际超导体的电阻-温度关系曲线如图 35-1 所示,人们引进起始转变温度 $T_{c,onset}$、零电阻温度 T_{c0} 和超导转变(中点)温度 T_{cm}(或 T_c)等来描写超导体的特性.为了减小自热效应对测量的影响,超导样品中通过的电流应尽可能小(毫安量级).

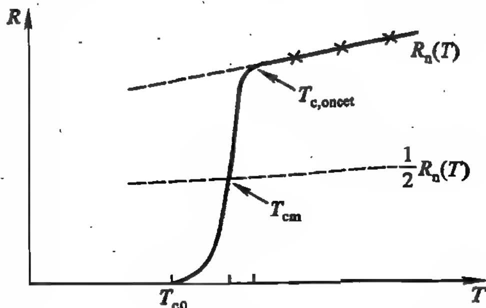


图 35-1 超导体的电阻转变曲线

由于数字电压表的灵敏度的迅速提高,用伏安法直接判定零电阻现象已成为实验室中常用的方法之一①.

1933 年,迈斯纳(W. F. Meissner,1882—1974)和奥克森菲尔德(R. Ochsenfeld)发现,不论是在没有外加磁场还是有外加磁场的情况下使锡和铅

---

① 实验发现,一旦在超导回路(时间常量 $\tau = L/R$)中建立起了电流,则无需外电源就能持续几年仍观测不到衰减,这就是"持续电流".现代超导重力仪的观测表明,超导态即使有电阻,其电阻率也必定小于 10^{-28} Ω·m.这个值远远小于正常金属迄今所能达到的最低的电阻率 10^{-15} Ω·m,因此可以认为超导态的电阻率为零.

样品从正常态转变为超导态，只要 $T<T_c$，在超导体内部的磁感应强度 B_i 总是等于零的，这个效应称为迈斯纳效应，表明超导体具有完全抗磁性. 这是超导体所具有的独立于零电阻现象的另一个最基本的性质. 迈斯纳效应可用磁悬浮实验来演示.

在超导现象发现以后，人们一直在为提高超导临界温度而努力，然而进展却十分缓慢，1973 年所创立的记录(Nb_3Ge，$T_c=23.2$ K)就保持了 12 年. 1986 年 4 月，缪勒(K. A. Müller)和贝德罗兹(J. G. Bednorz)宣布，一种钡镧铜氧化物的超导转变温度可能高于 30 K，从此掀起了波及全世界的关于高温超导电性的研究热潮，在短短的两年时间里就把超导临界温度提高到了 110 K，到 1993 年 3 月已达到了 134 K①.

迄今为止，已发现28 种金属元素(在地球常态下)及许多合金和化合物具有超导电性，还有些元素只在高压下才具有超导电性. 在表 35－1 中给出了典型的超导材料的临界温度 T_c(零电阻值).

表 35－1 超导临界温度

超导材料	T_c/K	超导材料	T_c/K
Hg(α)	4.15	Nb_3Ga	20.3
Pb	7.20	Nb_3Ge	23.2
Nb	9.25	$YBaCu_3O_7$	90
V_3Si	17.1	$Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$	110
Nb_3Sn	18.1	$Tl_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{10}$	125
$Nb_3Al_{0.75}Ge_{0.25}$	20.5	$HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$	134

温度的升高，磁场或电流的增大，都可以使超导体从超导态转变为正常态，因此常用临界温度 T_c、临界磁场 B_c 和临界电流密度 j_c 作为临界参量来表征超导材料的超导性能. 自从 1911 年发现超导电性以来，人们就一直设法用超导材料来绕制超导线圈——超导磁体. 但令人失望的是，只通过很小的电流超导磁体就失超了，即超导线圈从电阻为零的超导态转变到了电阻相当高的正常态. 直到 1961 年，孔兹勒(J. E. Kunzler)等人利用 Nb_3Sn 超导材料，绕制成了能产生接近 9 T 磁场的超导线圈，这才打开了实际应用的局面. 例如，超导磁体两端并接一超导开关，可以使超导磁体工作在持续电流状态，得到极其稳定的磁场，使所需要的核磁共振谱线长时间地稳定在观测屏上. 同时，这样做还可以在正常运行时断开供电电路，省去了焦耳热的损耗，减少了液氦和液氮的损耗.

2. 金属电阻随温度的变化

电阻随温度变化的性质，对于各种类型的材料是很不相同的，它反映了物质的内在属性，是研究物质性质的基本方法之一.

在绝对零度下的纯金属中，理想的完全规则排列的离子实(晶格)周期场中的电子处于确定

① 1993 年 3 月，现在北京大学物理学院任教的郭建栋教授，在瑞士联邦高等工业大学固体物理研究所首次制备成功了 $HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$，零电阻温度达到 134 K，该记录至今仍未被突破.

的状态，因此电阻为零．温度升高时，晶格离子实的热振动会引起电子运动状态的变化，即电子的运动受到晶格的散射而出现电阻 R_i．理论计算表明，当 $T > \Theta_D/2$ 时，$R_i \propto T$，其中 Θ_D 为德拜温度．实际上，金属中总是含有杂质的，杂质原子对电子的散射会造成附加的电阻．在温度很低时，例如在 4.2 K 以下，晶格散射对电阻的贡献趋于零，这时的电阻几乎完全由杂质散射所造成，称为剩余电阻 R_r，它近似与温度无关．当金属纯度很高时，总电阻可以近似表达成

$$R = R_i(T) + R_r$$

在液氮温度以上，$R_i(T) \gg R_r$，因此有 $R \approx R_i(T)$．例如，铂的德拜温度 Θ_D 为 225 K，在液氮温度以下，铂的电阻温度关系如图 35－2 所示；在液氮正常沸点到室温的温度范围内，它的电阻 $R \approx R_i(T)$ 近似地正比于温度 T，铂电阻温度计的电阻温度关系，可近似地表示为

$$R(T) = AT + B$$

或

$$T(R) = aR + b$$

其中 A、B 和 a、b 是不随温度变化的常量．因此，根据我们给出的铂电阻温度计在液氮正常沸点和冰点的电阻值，可以确定所用的铂电阻温度计的 A、B 或 a、b 的值，并由此可得到用铂电阻温度计测温时任一电阻所相应的温度值．

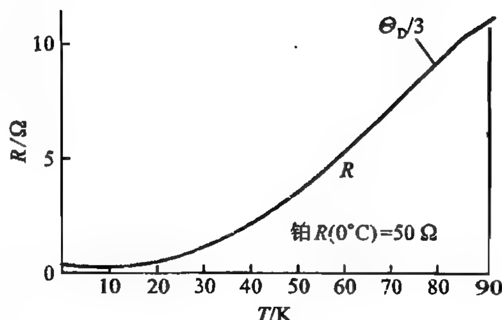


图 35－2　铂的电阻温度关系

在合金中，电阻主要是由杂质散射引起的，因此电子的平均自由程对温度的变化很不敏感，如锰铜的电阻随温度的变化就很小，实验中所用的标准电阻和电加热器就是用锰铜线绕制而成的．

3．半导体电阻以及 PN 结的正向电压随温度的变化

半导体的导电机制比较复杂，电子(e^-)和空穴(e^+)是致使半导体导电的粒子，常统称为载流子．在纯净的半导体中，由所谓的本征激发产生载流子；而在掺杂的半导体中，则除了本征激发外，还有所谓的杂质激发也能产生载流子，因此具有比较复杂的电阻温度关系．一般而言，在较大的温度范围内，半导体具有负的电阻温度系数．这一特性正好弥补了金属电阻温度计在低温下灵敏度明显降低的缺点。在低温物理实验中，锗电阻温度计、硅电阻温度计、碳电阻温度计、渗碳玻璃电阻温度计和热敏电阻温度计等都是常用的低温半导体电阻温度计．

与半导体具有负的电阻温度系数类似，在恒定的工作电流下，硅和砷化镓二极管 PN 结的正向电压也会随着温度的降低而升高，如图 35－3 所示．用一支二极管温度计就能测量很宽范围的温度，且灵敏度很高．由于二极管温度计的发热量较大，常把它用作为控温敏感元件．

实际上，利用半导体 PN 结的正向电压随温度的变化关系还可以进行相关的物理研究(参见有关的设计实验)．例如，在恒定的小电流(100 μA)下，近似地有

$$U_{正向} \approx KT + U_{g0},$$

式中：$K = -2.3$ mV/K；qU_{g0}是 0 K 时半导体材料的禁带宽度，硅材料约为 1.20 eV．

4．温差电偶温度计

如果将两种金属材料制成的导线联成回路，并使其两个接触点维持在不同的温度，则在该闭

合回路中就会有温差电动势存在.如果将回路的一个接触点固定在一个已知的温度,例如液氮的正常沸点77.4 K,则可以由所测量得到的温差电动势确定回路的另一接触点的温度,从而构成了温差电偶温度计.这种温度计十分简便,特别是作为温度敏感部分的接触点体积很小,常用来测量小样品的温度以及样品各部分之间的温差。

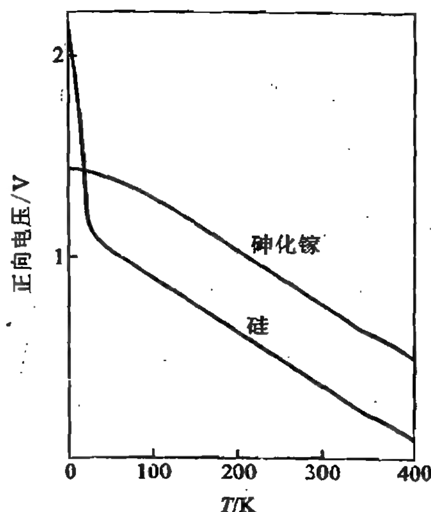


图35-3 二极管的正向电压温度关系

应该注意到,硅二极管PN结的正向电压U和温差电动势E随温度T的变化都不是线性的,因此在用内插方法计算中间温度时,必须采用相应温度范围内的灵敏度值.

【实验装置】

1. 低温物理实验的特点

(1) 使用低温液体(如液氮、液氦等)作为冷源时,必须了解其基本性质,并注意安全.

(2) 进行低温物理实验时,离不开温度的测量。对于各个温区和各种不同的实验条件,要求使用不同类型和不同规格的温度计①.因此,我们必须了解各类温度传感器的特性和适用范围,学会标定温度计的基本方法.

(3) 在液氮正常沸点到室温的温度范围,一般材料的热导较差,比热较大,使低温装置的各个部件具有明显的热惰性,温度计与样品之间的温度一致性较差.

(4) 样品的电测量引线又细又长,引线电阻的大小往往可与样品电阻相比.对于超导样品,引线电阻可比样品电阻大得多,四引线测量法具有特殊的重要性.

(5) 在直流低电势的测量中,克服乱真电动势的影响十分重要②.特别是,为了判定超导样品是否达到了零电阻的超导态,必须使用反向开关.

2. 低温恒温器和不锈钢杜瓦容器

为了得到从液氮的正常沸点77.4 K到室温范围内的任意温度,采用如图35-4所示的低温恒温器和杜瓦容器.液氮盛在不锈钢真空夹层杜瓦容器中,拉杆固定螺母(以及与之配套的固定在有机玻璃盖上的螺栓)可用来调节和固定引线拉杆及其下端的低温恒温器的位置.低温恒温器的核心部件是安装有超导样品和温度计的紫铜恒温块,此外还包括紫铜圆筒及其上盖、上下挡板③、引线拉杆和19芯引线插座等部件.

---

① 例如,在13.8~630.7 K的温度范围内,常使用铂电阻温度计.然而,用作国际温标内插仪器的标准铂电阻温度计,与实验室用的小型铂电阻温度计相比,不仅体积大,而且结构也要复杂得多.又如,与具有正的电阻温度系数的铂电阻温度计不同,锗和硅等半导体电阻温度计具有负的电阻温度系数,在30 K以下的低温具有很高的灵敏度;渗碳玻璃电阻温度计的磁效应很弱,可用于测量在强磁场条件下工作的部件的温度,等等.

② 电路中即使没有来自电源的电动势,只要存在材料的不均匀性和温差,就有温差电动势存在,通常称为乱真电动势或寄生电动势,它不随电路中通过的电流的方向而改变.在低温物理实验中,待测样品和传感器往往处在低温下,而测量仪器却处在室温,因此它们之间的连接导线处在温差很大的环境中;而且,沿导线的温度分布还会随着低温液体液面的降低、低温恒温器的移动以及内部情况的其他变化而随时间改变.

③ 原则上应该用热导良好的紫铜材料制作,但在教学实验中为了坚固而采用黄铜制作。

本实验的主要工作，是在液氮正常沸点附近的温度范围内（例如 140 K 到 77 K）测量超导转变曲线，并在全温区标定温度计．为了使测量超导转变曲线时降温速率足够缓慢，又能保证整个实验在 3 h 内顺利完成，我们安装了可调式定点液面指示计，可以用来简便而精确地使液氮面维持在紫铜圆筒底和下挡板之间距离的 1/2 处．

电加热器线圈由温度稳定性较好的锰铜线无感地双线并绕而成．调节电加热器的电流，可以使恒温器升温或稳定．

为使温度计和超导样品具有较好的温度一致性，我们将铂电阻温度计、硅二极管和温差电偶的测温端塞入紫铜恒温块的小孔中，并用真空脂将待测超导样品粘贴在紫铜恒温块平台上的长方形凹槽内．超导样品与四根电引线的连接是通过金属铟的压接而成的．此外，温差电偶的参考端从低温恒温器底部的小孔中伸出（见图 35－4 和图 35－5），使其在整个实验过程中都浸没在液氮内．

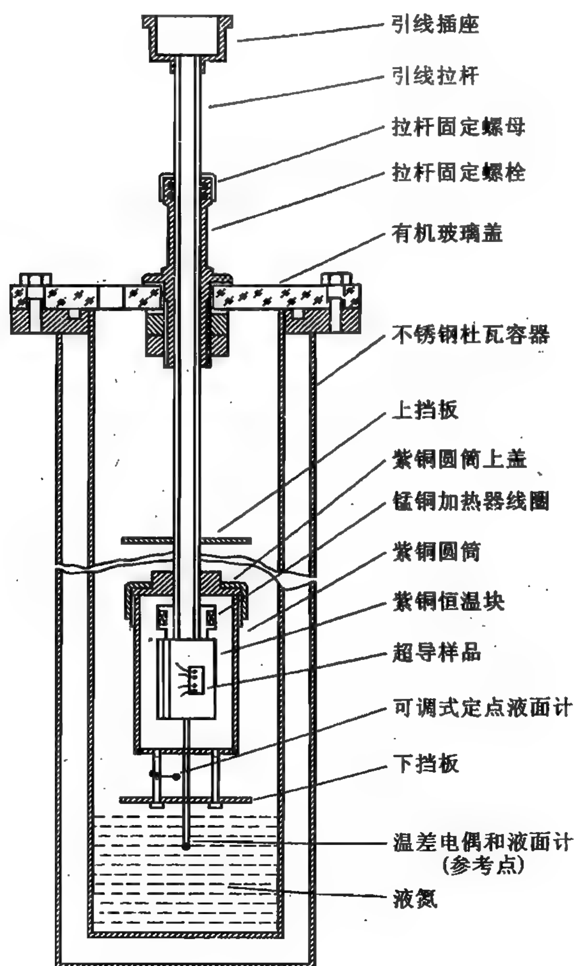


图 35－4　低温恒温器和杜瓦容器的结构

3. 电测量原理及测量设备

电测量设备的核心是一台标称为“BW2型高温超导材料特性测试装置”的电源盒和一台灵敏度为1 μV的PZ158型直流数字电压表.

BW2型高温超导材料特性测试装置主要由铂电阻、硅二极管和超导样品等三个电阻测量电路构成,每一电路均包含恒流源、标准电阻、待测电阻、数字电压表和转换开关等五个主要部件.

(1) 四引线测量法:电阻测量的原理性电路如图35-6所示.测量电流由恒流源提供,其大小可由标准电阻 R_n 上的电压 U_n 的测量值得出,即 $I = U_n/R_n$.如果测量得到了待测样品上的电压 U_x,则待测样品的电阻 R_x 为

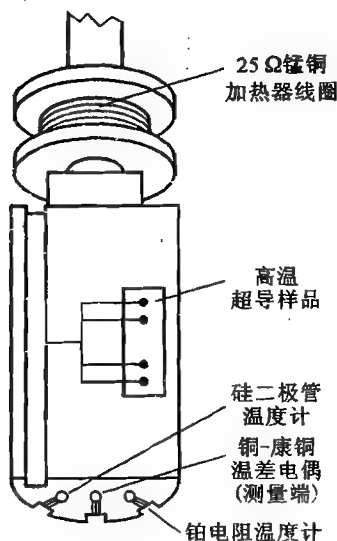


图35-5 紫铜恒温块(探头)的结构

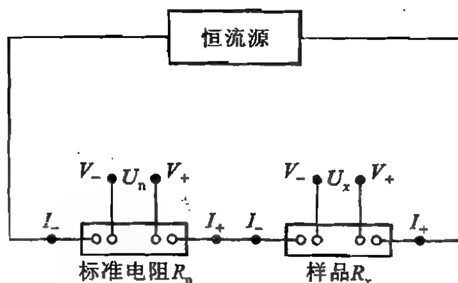


图35-6 四引线法测量电阻

$$R_x = \frac{U_x}{I} = \frac{U_x}{U_n} R_n$$

由于低温物理实验装置的原则之一是必须尽可能减小室温漏热,因此测量引线通常是又细又长,其阻值有可能远远超过待测样品(如超导样品)的阻值.为了减小引线和接触电阻对测量的影响,通常采用国际上通用的标准测量方法——“四引线测量法”,即每个电阻元件都采用四根引线,其中两根为电流引线,两根为电压引线.

恒流源通过两根电流引线将测量电流 I 提供给待测样品,而数字电压表则是通过两根电压引线来测量电流 I 在样品上所形成的电势差 U.由于两根电压引线与样品的接点处在两根电流引线的接点之间,因此排除了电流引线与样品之间的接触电阻对测量的影响;又由于数字电压表的输入阻抗很高,电压引线的引线电阻以及它们与样品之间的接触电阻对测量的影响可以忽略不计.

(2) 铂电阻和硅二极管测量电路:在铂电阻和硅二极管测量电路中,提供电流可微调的单一输出的恒流源,它们输出电流的标称值分别为1 mA和100 μA;两个内置的灵敏度分别为10 μV和100 μV的 $4\frac{1}{2}$ 位数字电压表,通过转换开关分别测量铂电阻、硅二极管以及相应的标准电阻

上的电压，由此可确定紫铜恒温块的温度．

（3）超导样品测量电路：由于超导样品的正常电阻受到多种因素的影响，因此每次测量所使用的超导样品的正常电阻可能有较大的差别．为此，在超导样品测量电路中，采用多档输出式的恒流源来提供电流．在本装置中，该内置恒流源共设标称为 100 μA 到 100 mA 的六档电流输出，其实际值由串接在电路中的 10 Ω 标准电阻上的电压值确定．

为了提高测量精度，使用一台外接的灵敏度为 1 μV 的 $5\frac{1}{2}$位 PZ158 型直流数字电压表，来测量标准电阻和超导样品上的电压．为了消除直流测量电路中固有的乱真电动势的影响，我们在采用四引线测量法的基础上还增设了电流反向开关，用以进一步确定超导体的电阻确已为零．

（4）温差电偶及定点液面计的测量电路：利用转换开关和 PZ158 型直流数字电压表，可以监测铜－康铜温差电偶的电动势以及可调式定点液面计的指示．

（5）电加热器电路：BW2 型高温超导材料特性测试装置中，一个内置的直流稳压电源和一个指针式电压表构成了一个为安装在探头中的 25 Ω 锰铜加热器线圈供电的电路．利用电压调节旋钮可提供 0－5 V 的输出电压，从而使低温恒温器获得所需要的加热功率．

（6）其他：利用一根两头带有 19 芯插头的装置连接电缆，可将 BW2 型高温超导材料特性测试装置与低温恒温器连为一体．在每次实验开始时，学生必须利用所提供的带有香蕉插头的面板连接导线，把面板上用虚线连接起来的两两插座全部连接好．只有这样，才能使各部分构成完整的电流回路．

4．实验电路图

本实验的测量线路图如图 35－7 所示．

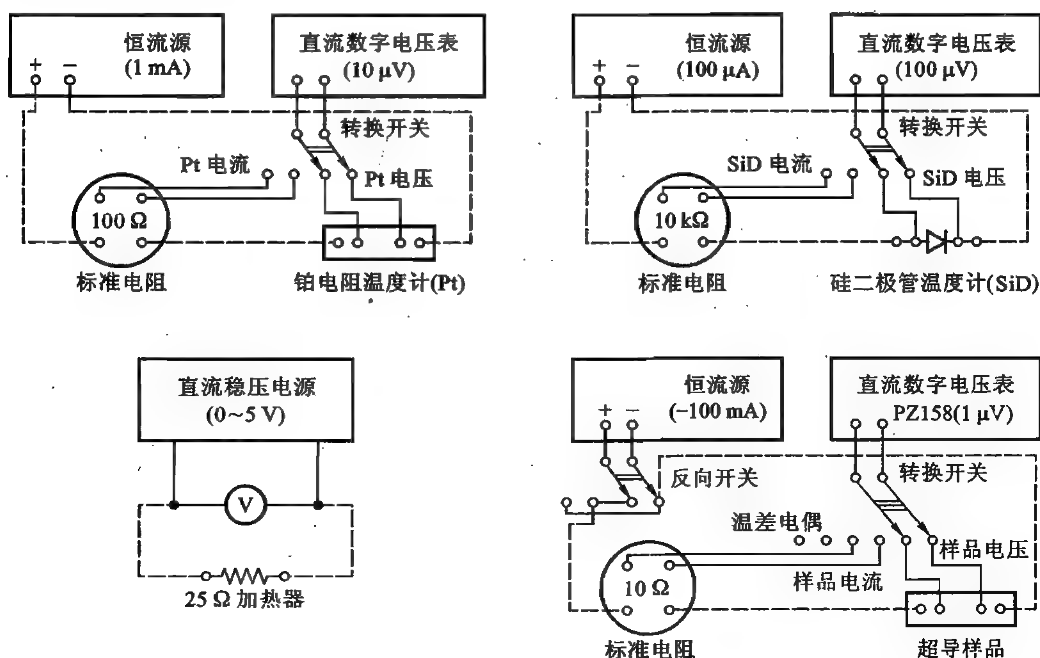


图 35－7　实验电路图

【实验内容】

1．液氮的灌注

使用液氮时一定要注意安全。例如，不要让液氮溅到人的身体上，也不要把液氮倒在有机玻璃盖板、测量仪器或引线上；液氮气化时体积将急剧膨胀，切勿将容器出气口封死；氮气是窒息性气体，应保持实验室有良好的通风．

在实验开始之前，先将实验用不锈钢杜瓦容器清理干净，然后将输液管道的一端插入贮存液氮的杜瓦容器中并拧紧固定螺母，将输液管道的另一端插入实验用不锈钢杜瓦容器中，关闭贮存杜瓦容器上的通大气的阀门使其中的氮气压强逐渐升高，液氮就会通过输液管道注入实验用不锈钢杜瓦容器．

另外一种灌注液氮的方法是，先将贮存杜瓦容器中的液氮注入便携式广口玻璃杜瓦瓶中，然后将广口玻璃杜瓦瓶中的液氮缓慢地倒入实验用不锈钢杜瓦容器中，使液氮平静下来时的液面位置在距离容器底部约 30 cm 的地方．

2．电路的连接

将“装置连接电缆”两端的 19 芯插头分别插在低温恒温器拉杆顶端及“BW2 型高温超导材料特性测试装置”（以下称“电源盒”）的插座上，同时接好“电源盒”面板上虚线所示的待连接导线，并将 PZ158 型直流数字电压表与“电源盒”面板上的“外接 PZ158”相连接．

在学生做实验时，19 芯插头插座不宜经常拆卸，以免造成松动和接触不良，甚至损坏．

3．室温检测

打开 PZ158 型直流数字电压表的电源开关（将其电压量程置于 200 mV 挡）以及“电源盒”的总电源开关，并依次打开铂电阻、硅二极管和超导样品等三个分电源开关，调节两支温度计的工作电流，测量并记录超导样品及两支温度计室温的电流和电压数据．

原则上，为了减小电流自热效应对超导转变温度的影响，通过超导样品的电流应该越小越好；然而，在教学实验中，为了保证用 PZ158 型直流数字电压表能够较明显地观测到样品的超导转变过程，通过超导样品的电流又不能太小．一般而言，可按照超导样品上的室温电压 100 μV 左右来选定所通过的电流的大小．

最后，将转换开关先后旋至“温差电偶”和“液面指示”处．

4．低温恒温器降温速率的控制及低温温度计的比对

(1) 低温恒温器降温速率的控制

为了确保整个实验工作可在 3 h 以内顺利完成，我们在低温恒温器的紫铜圆筒底部与下挡板间距离的 1/2 处安装了可调式定点液面计．在实验过程中只要随时调节低温恒温器的位置以保证液面计指示电压刚好为“零”（见 277 页注②），即可保证液氮表面刚好在液面计位置附近，这种情况下紫铜恒温块温度随时间的变化大致如图 35－8 所示．

具体步骤如下：

① 确认已将转换开关旋至“液面指示”处．

② 在低温恒温器放进杜瓦容器的过程中，一定要避免低温恒温器的紫铜圆筒底部触及液氮表面而使紫铜恒温块温度骤然降低，造成实验失败．具体而言，可以选择以下两种方法中的任意一种：

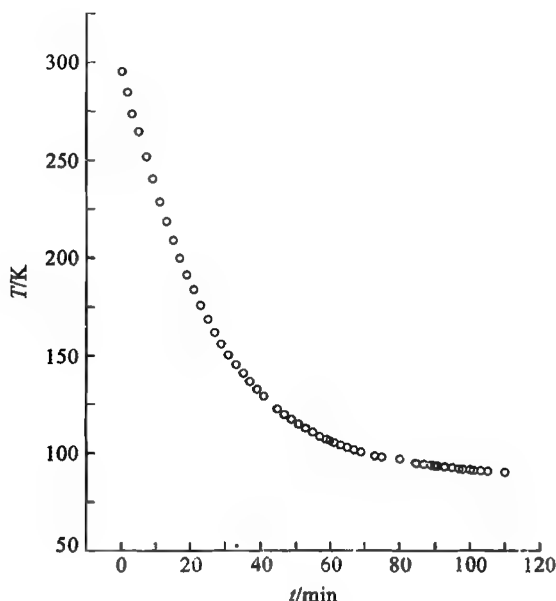


图 35－8 紫铜恒温块温度随时间的变化

一是先旋松拉杆固定螺母，调节拉杆位置使得低温恒温器靠近有机玻璃板，然后在低温恒温器逐渐插入不锈钢杜瓦容器并接近液氮面的过程中，仔细观察液面计指示值的变化，判断低温恒温器的下挡板是否碰到了液氮面①.

二是先用米尺测量液氮面距杜瓦容器口的深度，旋松拉杆固定螺母并调节拉杆位置，使低温恒温器下挡板至有机玻璃板的距离等于该深度，然后旋紧固定螺母并将低温恒温器缓缓放入杜瓦容器。

③ 待液面平静下来后，可稍许旋松拉杆固定螺母，控制拉杆缓缓下降，并密切监视与液面指示计相连接的 PZ158 型直流数字电压表的示值(以下简称"液面计示值")，使之逐渐减小到"零"②，立即拧紧固定螺母．在整个实验过程中，我们要不断地控制拉杆下降来恢复液面计示值为零，维持低温恒温器下挡板的浸入深度不变.

(2) 低温温度计的比对

当紫铜恒温块的温度开始降低时，观察和测量各种温度计及超导样品电阻随温度的变化，大约每隔 5 min 测量一次各温度计的测温参量(如铂电阻温度计的电阻、硅二极管温度计的正向电压、温差电偶的电动势)，即进行温度计的比对.

具体而言，由于铂电阻温度计已经标定，性能稳定，且有较好的线性电阻温度关系，因此可以利用所给出的本装置铂电阻温度计的电阻温度关系简化公式，由相应温度下铂电阻温度计的电

① 低温恒温器的下挡板碰到液氮面时，除了液面计指示值急剧减小外，还会发出像烧热的铁块碰到水时的响声，同时用手可感觉到有冷气从有机玻璃板上的小孔喷出.

② 由于液面的不稳定性以及导线的不均匀性，一般液面计的指示不一定为零，可以有正或负几个微伏的示值．因此，在实验过程中不要强求液面计的示值为零，否则有可能使拉杆下降得太多.

阻值确定紫铜恒温块的温度，再以此温度为横坐标，分别以所测得的硅二极管的正向电压值和温差电偶的温差电动势值为纵坐标，画出它们随温度变化的曲线.

5. 超导转变曲线的测量

当紫铜恒温块的温度降低到 130 K 附近时，开始测量超导体的电阻以及这时铂电阻温度计所给出的温度，测量点的选取应视电阻变化的快慢而定，例如在超导转变发生之前的正常态电阻区可以每 5 min 测量一次，在发生超导转变的初始阶段可大约 1～2 min 测量一次，而在陡降区可 10 s 测量一次(如果降温过快可连续测量). 在测量超导转变曲线的同时，仍应坚持每 5 min 一次的温度计比对.

由于电路中的乱真电动势并不随电流方向的反向而改变，因此当样品电阻接近零时，可利用电流反向后的电压是否改变来判定该超导样品的零电阻温度. 具体做法是：先在正向电流下测量并记录超导体的电压，然后按下电流反向开关按钮，重复上述测量和记录；若这两次测量所得到的数值和符号都相同，则表明超导样品达到了零电阻状态①. 记录此时的温度，即为该超导样品的零电阻温度. 最后，画出超导体电阻随温度变化的曲线，并标明其起始转变温度 $T_{c,onset}$ 和零电阻温度 T_{c0}.

在上述测量过程中，低温恒温器降温速率的控制依然是十分重要的. 在发生超导转变之前，即在 $T > T_{c,onset}$ 温区，每测完一点都要把转换开关旋至“液面计”档，用 PZ158 型直流数字电压表监测液面的变化. 在发生超导转变的过程中，即在 $T_{c0} < T < T_{c,onset}$ 温区，由于在液面变化不大的情况下，超导样品的电阻随着温度的降低而迅速减小，因此不必每次再把转换开关旋至“液面计”档，而是应该密切监测超导样品电阻的变化. 当超导样品的电阻接近零值时，如果低温恒温器的降温已经非常缓慢甚至停止，这时可以稍许下移拉杆，使低温恒温器进一步降温，以促使超导转变的完成. 在此过程中，转换开关应放在“温差电偶”档，以监视温度的变化.

【注意事项】

(1) 认真按照本说明要求进行实验，并一次性取齐数据，避免实验失败. 如果实验失败或需要补充不足的数据，则必须将低温恒温器从杜瓦容器中取出并用电吹风机加热，待低温恒温器温度计示值重新恢复到室温数据附近时，再重做本实验. 否则，所得数据点将有可能偏离规则曲线较远.

(2) 恒流源不可开路，稳压电源不可短路. PZ158 直流数字电压表也不宜长时间处在开路状态，必要时可利用随机提供的校零电压引线将输入端短路.

(3) 为了达到标称的稳定度，PZ158 直流数字电压表和电源盒至少应预热 10 min 以上.

---

① 超导样品电压引线两端的电压示值 U 是由两部分组成的，即

$$U(\text{正向}) = U_0 + U_1$$

式中：U_0 是由电路中的乱真电动势引起的；U_1 是由恒流源电流通过超导样品而引起的. 当我们利用反向开关使恒流源通过超导样品的电流反向时，只是 U_1 改变为 $-U_1$，而 U_0 并没有改变. 因此有

$$U(\text{反向}) = U_0 - U_1$$

$$U_0 = [U(\text{正向}) + U(\text{反向})]/2$$

$$U_1 = [U(\text{正向}) - U(\text{反向})]/2$$

显然，若在使用反向开关时，超导样品电压引线两端的电压示值 U 的数值和符号都相同，则表明超导样品的电阻已为零值.

(4) 在电源盒开启交流 220 V 总电源之前，须作如下检查：各恒流源和直流稳压电源的分电源开关均应处在断开状态，电加热器的电压旋钮应处在指零位置上，所有的电路应连接正确.

(5) 低温下，塑料套管又硬又脆，极易折断. 在实验结束取出低温恒温器时，一定要避免温差电偶和液面计的参考端与杜瓦容器出口处或底部相碰.

(6) 在旋松固定螺母并下移拉杆时，一定要握紧拉杆，以免拉杆下滑.

(7) 低温恒温器的引线拉杆是厚度仅 0.5 mm 的薄壁德银管，注意一定不要使其受力损坏.

(8) 切忌磕伤不锈钢金属杜瓦容器底部的真空封嘴以及内筒壁.

【思考题】

(1) 在低温恒温器逐渐插入不锈钢杜瓦容器并接近液氮面的过程中，液面计指示值的变化有何规律？如何说明？如何判断低温恒温器的下挡板或紫铜圆筒底部碰到了液氮面？

*(2) 利用你的物理知识，设想可以用哪些方法来测量和控制不锈钢杜瓦容器中的液氮面位置？

(3) 在"四引线测量法"中，电流引线和电压引线能否互换？为什么？

(4) 确定超导样品的零电阻时，测量电流为何必须反向？该方法所判定的"零电阻"与实验仪器的灵敏度和精度有何关系？

(5) 如果分别在降温和升温过程中测量超导转变曲线，结果将会怎样？为什么？

*(6) 零电阻常规导体遵从欧姆定律，它的磁性有什么特点？超导体的磁性又有什么特点？它是否是独立于零电阻性质的超导体的基本特性？

*(7) 利用硅二极管 PN 结正向电压随温度变化的线性关系，可以得到哪些物理信息？

(带有*号的问题为选做题.)

【参考文献】

1　阎守胜，陆果. 低温物理的实验原理与方法. 北京：科学出版社，1985

2　陆果. 基础物理学教程(上、下卷). 北京：高等教育出版社，1998

实验三十六

闪光法测定不良导体的热导率

【目的要求】

(1) 测定不良导体的热导率；

(2) 了解一种测定材料热物性参数的方法；

(3) 了解热物性参数测量中的基本问题；

(4) 学习正确使用高压脉冲光源和光路调节技术以及用微机控制实验和采集处理数据.

【仪器用具】

闪光法热导仪(包括高压脉冲氙灯和电源,光学调节系统,待测样品酚醛胶布板、大理石、瓷砖各一片,PN结温度传感器,放大电路板,AD/DA卡,微机,软件等).

【实验原理】

1. 傅里叶导热定律和热导率

热传导是指发生在固体内部或静止流体内部的热量交换过程.其微观机制是:由自由电子或晶格振动波作为载体进行热量交换的过程.宏观上是由于物体内部存在温度梯度,发生从高温区向低温区域传输能量的过程.

1822年傅里叶首次在他的著作《热的理论分析》中阐述了导热热流和温度梯度的正比关系。我们用热流密度的矢量形式表示,有傅里叶导热定律

$$\boldsymbol{q} = -\lambda \operatorname{grad} T$$

式中:$\boldsymbol{q}$ 为热流密度矢量,表示在单位等温面上沿温度降低方向单位时间内传递的热量;λ 是热导率,显然是反映物质导热能力的重要物性参数,其物理含义是:每单位时间内,在每单位长度上温度降低1 K时,每单位面积上通过的热量.在1994年实施的国家标准《量和单位》一书中定义热导率(thermal conductivity)为面积热流量除以温度梯度,单位为W/(m·K).

2. 材料热导率的测量方法

测固体材料热导率的方法大体有两类:一类是稳态法,另一类是非稳态法.由于试样的性质、形状、测试温度范围、加热方式以及测定传递热量的方法各不相同,又有许多不同的具体方法.非稳态法用的是非稳态导热微分方程,测量的量是温度随时间的变化关系,得到的是热扩散率,再利用材料的已知密度和比热,可以求得热导率.近年来,由于测量技术的进步,非稳态法因其测量时间短而得到大力发展.采用非稳态法测不良导体热导率在科研和生产中已有应用.本实验具体采用闪光法,它是测定热扩散率最实用的一种方法.采用圆形薄试样,其一面有一个脉冲型的热流加热,根据另一面温度随时间的变化关系,可确定热扩散率 α,进而由公式 $\lambda = \alpha\rho c$ 可以得到热导率 λ.其中 c 和 ρ 分别为材料的比热容和密度.原理示意图见图36-1.假设有一束能量为 Q

的脉冲光在 $t=0$ 时刻照射在试样表面(试样为薄圆片状,脉冲光沿垂直于圆面的轴线方向辐照),且被试样均匀吸收,可以认为在距表面的微小距离 l 内样品温升为

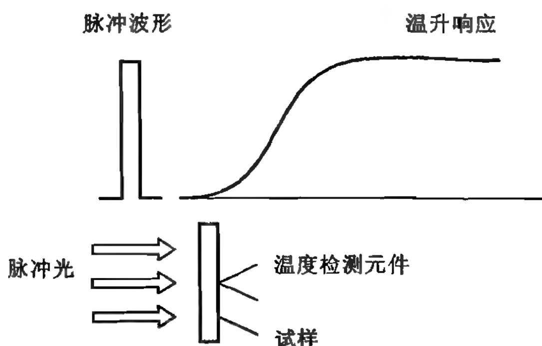


图 36－1　原理示意图

$$\begin{cases} T(x,0)=Q/\rho cl & 0<x<l \\ T(x,0)=0 & l<x<L \end{cases} \tag{36.1}$$

式中:Q 为单位面积吸收的能量,L 为样品厚度,且 $L\gg l$. 当试样周围热损很小以至可以忽略时,可以认为侧面绝热,可用一维导热微分方程

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t}=\alpha\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \qquad 0<x<L \tag{36.2}$$

来描述其物理过程,其中 α 就是试样材料的热扩散率. 由式(36.1),方程(36.2)的解为

$$T(x,t)=\frac{Q}{\rho cL}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{n\pi x}{L}\cdot\frac{\sin(n\pi l/L)}{(n\pi l/L)}\exp\left(-\frac{n^2\pi^2}{L^2}\alpha t\right)\right] \tag{36.3}$$

在试样背面 $x=L$ 处温升可表示为

$$T(L,t)=\frac{Q}{\rho cL}\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\exp\left(-\frac{n^2\pi^2}{L^2}\alpha t\right)\right] \tag{36.4}$$

当 $t=\infty$ 时,$T(L,t)$ 达到最大,有 $T_M=\frac{Q}{\rho cL}$.

定义 $V(L,t)=\frac{T(L,t)}{T_M}$,$\omega=\pi^2\alpha t/L^2$,则

$$V=1+2\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\exp(-n^2\omega) \tag{36.5}$$

将式(36.5)作图表示,见图 36－2.

令 $V=\frac{1}{2}$,求得 $\omega=1.38$. 将对应的时间记为 $t_{1/2}$(至最大温升一半的时间),得热扩散率

$$\alpha=1.38L^2/\pi^2 t_{1/2} \tag{36.6}$$

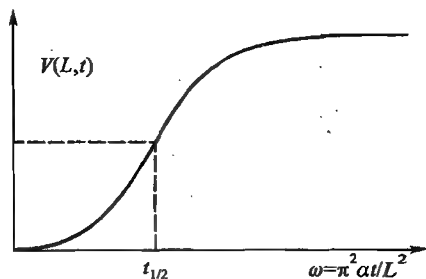


图 36－2　公式(36.5)图示

进而有热导率

$$\lambda=1.38\rho cL^2/\pi^2 t_{1/2} \tag{36.7}$$

上述处理过程要满足的条件是:试样面积≫厚度,则侧面散热可忽略,可视为一维热流;试样

温升小，则向环境的散热可忽略不计；试样材料均匀，各向同性；试样一面受光均匀辐照，在极薄层内吸收并转化为热量；光辐照时间远远小于热量在试样内传播的时间，等等.

闪光法也可用来测量试样的比热容。具体方法是用一个已知比热容的试样作为参考样品，使它和待测样品的表面都涂有吸收率相同的极薄涂层(一般用胶体石墨)，分别进行两次同样的闪光加热，测出两次实验的最大温升及表征激光能量大小的信号，可得待测样品比热容

$$c_x = c_r \frac{m_r \Delta T_{mr} Q_x}{m_x \Delta T_{mx} Q_r} \tag{36.8}$$

式中：c_x，c_r 分别为待测和已知比热容；m 为质量；ΔT_m 是最大温升值；Q_x，Q_r 是表征闪光能量大小的信号；脚标 r 表示已知(参考)样品；x 为待测样品.

本系统用于测定不良导体的热导率，还可以同时测定不良导体的热扩散率和比热容．此方法特点是：试样尺寸可以做得很小(如直径为 1 cm)；测量周期短(约十至几十秒)；待测温度为相对测量量，故测温仪器不需做绝对定标；测温元件灵敏度高，响应时间短；数据处理方法简便，使用微机采集和处理数据快捷等.

【实验装置】

本实验装置分为三部分，如图 36－3 所示.

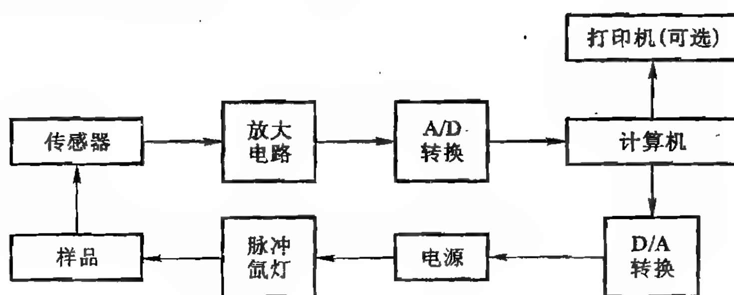


图 36－3　测量系统示意框图

1．光学系统

包含高压脉冲氙灯，氙灯电源，椭球反光镜，样品和样品盒，氙灯及样品的三维调节装置．实验所用的高压脉冲氙灯形状为直管式，如图 36－4 所示．当电极两端加高压 600～800 V，极间放电，发出耀眼的白光(切勿用肉眼直视)．本实验利用氙灯的瞬间放电对试样进行加热．闪光脉冲宽度约为 0.2 ms，脉冲能量最高达 150 J/次(若电源电压为 1.0 kV，加 300 μF 电容时)，氙灯寿命达 10^5 次(工作电压高，则氙灯寿命变短)．高压脉冲电源输出电压可调，为 0～1.0 kV．椭球反光镜的作用是会聚氙灯发出的光线，提高对样品的辐照效率，其光路图如图 36－5 所示．椭球反光镜由玻璃制成，内表面镀铝薄层，铝层表面是 SiO_2 膜，起保护作用．椭球镜的碗口直径为 77.8 mm，碗底直径 20.0 mm，深度为 52 mm，第一焦点 F_1 位置距碗底 15.0 mm，第二焦点 F_2 距碗口 106.6 mm，椭圆度误差＜0.5 mm．氙灯三维微调架沿氙灯轴线方向调节范围 0～30 mm，上下、左右调节范围各为 0～5 mm.

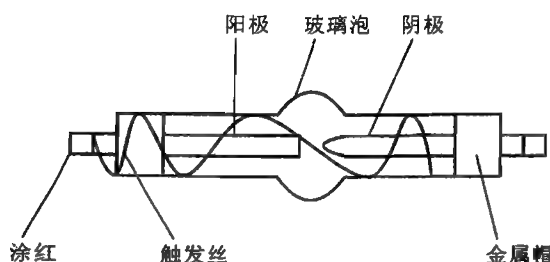


图 36-4　脉冲氙灯示意图

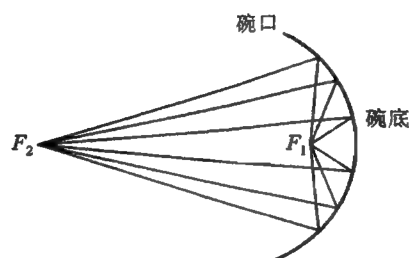


图 36-5　椭球镜光路示意图

2. 测温系统

包括 P-N 结温度传感器(BTS-202,粘贴在试样背面),测温电路板(插于微机主机中)、试样等.传感器 2 只,均为Ⅰ级互换水平,灵敏度为 -2 mV/℃,响应时间≤0.1 s.它的作用是将其对温度变化的响应以电压形式输出.为了能被微机识别,需将输出信号放大.两只温度传感器,一只作为测温元件,另一只用于补偿电路中.放大电路中所用放大器为低噪声场效应运算放大器,其信噪比高,放大倍数已固定为 100 倍.试样为酚醛胶布板、大理石和瓷砖,形状为薄圆片,尺寸为直径~14 mm,厚度分别为酚醛树脂胶布板 3.08±0.02 mm、大理石 3.05±0.02 mm、瓷砖 3.07±0.02 mm.

3. 数据采集和处理系统

包括微机,多通道高速 AD/DA 转换卡,软件等.本实验测量样品温度随时间变化的规律,全过程仅十几秒,时间短,使用微机能快速进行数据采集和处理.本实验对微机要求为 80486 以上,考虑到一机多用,选用了目前市场销售的规格: Pentium4 2.8 GHz CPU,256M 内存,80 G 的硬盘和 48 倍速的光驱.

使用 AD/DA 转换卡,A/D 功能是将模拟量(即电压信号,它来自放大电路的输出电压)转换为数字量,使微机能识别,其分辨率有 12 位,增益为 15 倍(已调好),转换时间 10 μs,输入电压幅度可达 10 V.该 AD/DA 转换卡为 16 路多路转换,用这个卡可以实现多路信号采集(本实验只用了"0"路),还可以用于做其他实验,做到一卡多用。D/A 转换功能用于输出 5 V 电压去触发高压脉冲电源,使氙灯极间放电发出闪光.实验中利用 D/A 转换功能触发光脉冲,同时用 A/D 转换功能采集由 P-N 结温度传感器接收到的样品背面的温升信号,由微机屏幕显示出温升曲线.软件为自编软件(见附录),操作系统是 Windows XP,用于数据采集和处理的全过程。

【实验内容】

1. 认识和调节测量系统

(1) 认识测量系统:先不动手,认真仔细观察测量系统的每个部分,考虑清楚各部分的作用以及使用注意事项后方可进行实验内容(2)。

(2) 调节光学系统:实验室提供已组装好光路的光学系统。

① 调节氙灯的三维微调架,微调架上有刻线,以便较快调节光学元件的共轴,使氙灯的电极中心位置在距椭球反光镜底口约 15 mm,即椭球反光镜的第一焦点处.(光学架装有标尺,光学

元件已基本调好并用螺丝固定,可先使用,待熟练后再自行调节.)

② 样品已被事先装入样品盒内,实验时为使样品被均匀辐照,应调节样品在椭球反光镜的第二焦点前.根据经验,若调样品架位置距反光镜碗口距离约为 60～70 mm,样品位置距反光镜碗口则 70～80 mm.实际上由于很难准确调节氙灯发光部位在反光镜的第一焦点上,往往需要进行试验去找到样品实际接收最大光强处.(用软件中的"模拟聚焦"功能可知,偏离焦点微小距离可造成反光镜会聚光线位置的极大改变.)

③ 高压脉冲电源已由实验室老师接通氙灯阴、阳极.测量时(在微机开启后)开启电源开关,用面板上的多圈电位器将高压调到 600 V 左右.按下"触发"钮,此时氙灯会打火并闪光.如有可能,可以使用感光纸或热敏纸找到样品被氙灯均匀辐照且能量最大的位置(通过调节光学系统),再将样品置于此位置.若无上述条件,判断光路调节的好坏就要依据实测样品温升的结果了.

(3) 实验电路已由实验室老师事先连接好,放大电路板及 AD/DA 卡都已置入微机中.实验者只需将测温二极管与补偿二极管用专用线接入放大电路.

(4) 开启微机,了解数据采集的过程:在桌面上找到"闪光法热导仪"的快捷方式,点击两下,则进入程序.从主菜单中选"文件",在"文件"菜单中选"新建"项,则当前屏幕的主窗口中新开一个子窗口,包括数据区和图像区.选择主菜单中"数据"项中的"选项",设置 AD/DA 卡参数(已设置好,请不要改动);再选择"采集与报警",其中"采集时间"可自己设置,但不必大于 30 s(由样品决定).先将"外触发脉冲"设定为"0",确定后,再打开主菜单中"数据",点击"开始采集"项,则窗口中显示出实时采集的"温升 - 时间"图像,此为采集的样品背景温度曲线.在进行测量时,应在"采集与报警"中设置"外触发脉冲"为"5 V",高压脉冲电源将自动触发氙灯闪光辐照样品,同时采集一幅"温升 - 时间"图像,这就是从样品背面采集的温升曲线.

2. 测量待测样品的温升曲线

每隔 10 min 测一次,共测 3 次,求出 $t_{1/2}$ 值.用软件对曲线做散热修正,并从修正曲线上求出 $t_{1/2(修正值)}$.样品的厚度已在前面给出(因样品已固定于样品架中,不易取出测量),用 $t_{1/2(修正)}$ 计算试样材料的热导率 λ.密度和比热容可利用厂家给出的材料样品(测定比热容时,应将方块材料破成小碎块)自己进行测量,实验室提供测量装置如天平、尺、量热器、温度计等.

3. 对同一样品在不加热的情况下取其"温升 - 时间"曲线(称为"本底"或"背景"曲线),观察由于环境温度的波动、二极管本身的热噪声等因素对测量结果的影响,并给出评价

4. 请你设计用常规方法测定试样的密度和比热容

*5. 取一参考样品,用比较法(已知比热容)测定待测试样的比热容

【注意事项】

(1) 实验室电网地线接地要良好,否则噪音较大.

(2) 高压脉冲电源接线柱的裸露部分及氙灯电极不能用手触摸。**未接氙灯或氙灯被碰断时不要使用任何"触发"功能,否则电源将被击穿!** 使用完毕将电源开关关闭.

警告:

高压电源放电瞬间电压可达上千伏.注意"正"、"负"极性连接正确.

① 请注意将所有与高压电有关的接线柱(如高压接线端子、电源线、氙灯等)拧牢固,连接不能松动;

② 使用高压电源时必须接负载(氙灯),否则不能进行手动或自动触发.

违反上述情况之一，将会引起电源内部击穿.

(3) 调节光学系统时，动作要轻，要小心，氙灯易碎；氙灯触发丝一端接阳极，另一端距阴极金属帽 2 cm 以上，否则极间放电时金属丝与阴极金属帽导通，氙灯不工作.更换待测样品需插拔样品盒时要小心，不要触碰灯管以免损坏氙灯或触电.椭球镜为玻璃材料，内表面镀铝，表面最外层为 SiO_2 保护层，为保证反光良好，请勿用手或其他材料触摸.

(4) 样品加热前，先看样品的本底温升，最好在 0 ℃附近（微机机箱后面板设有电位器可调零点，仪器出厂前已基本调到 0 ℃附近，在加温进行连续测量时就不要再调零，以免引起超量程）.

(5) 每一次测量后最好等 10 min，待样品温度下降后再进行下一次测量，避免超量程（温升为 ±1.67 ℃），避免测温温度传感器热噪声的影响；以及由于样品温度升高，热损不能忽略，造成对测量结果的较大影响.

(6) 温度传感器表面没有封装（为减小传感器本身热容），引线极易折断，实验中若样品脱落，需要重新安装时，注意温度传感器引线根部不被扭折.

(7) 由于本实验使用高压脉冲电源，电源线（棕色）尽可能远离测量专用线（黑色），不可交叠，测量线本身也要理顺，否则将给测量带来较大噪声.

(8) 不要带电插拔连接到微机上的任何信号电缆.

【数据处理】

(1) 直接从微机屏幕上用光标读取 T_0（样品初始温度）和 T_M（样品最大温度），算出 $(T_M+T_0)/2$，再用光标读取相对应的 $t_{1/2}$.

(2) “数据平滑”功能和“数据拟合”功能都可以不用，因为实验系统抗干扰能力强.对实验数据要进行“散热修正”，并从修正曲线上读取 T_0 和 $T_{M(修正值)}$，求出 $t_{1/2(修正值)}$，与(1)中直接读取的 $t_{1/2}$ 结果相比较.

(3) 试从实验曲线估计试样对环境的散热给实验结果带来的影响，取若干数据点实测散热速率并对实测的曲线进行散热修正，与用给定程序进行“散热修正”的结果进行比较.

(4) 由 $t_{1/2(修正值)}$ 及 ρ、c、L 计算 λ.

(5) 试分析热导率的测量误差，并评价测量结果的不确定度.

【附录】

1. 实验软件使用说明

软件名称：TC－II 闪光法热导仪实验系统（1.1 版）

操作系统：Windows XP

安装程序：Setup.exe

可执行文件：FlashAD.exe（注：如果程序出现错误不能正常运行，可用“TC－II 闪光法热导仪实验系统”安装盘将程序重新安装一次，再在 Windows XP 桌面上建立相应的快捷方式.图标名称：闪光法热导仪）

- 主菜单

文件（Alt－F）

编辑(Alt-E)

数据(Alt-D)

窗口(Alt-W)

帮助(Alt-H)

• 文件

新建(Ctrl-N) 在当前主窗口中新开启子窗口,包括数据区和图像区。开始采集数据同时显示图像;横坐标轴表示时间,纵轴表示样品温升;鼠标移到图线上时,光标变成十字状,相应点的坐标在主窗口下的状态栏中显示

打开(Ctrl-O) 弹出一对话框,从中选择数据文件后,新建一子窗口,显示数据和图像

关闭(Ctrl-C) 关闭当前激活的子窗口

关闭全部(Ctrl-L) 将主窗口中所有子窗口关闭

保存(Ctrl-S) 将当前子窗口的数据保存在数据文件中,如果不存在已有文件,将弹出对话框,从中指定文件的路径和文件名

退出(X) 退出应用程序,关闭主窗口

打印(Ctrl-P) 将当前子窗口的数据曲线打印输出

• 编辑

剪切(Ctrl-X) 将当前数据区内选定内容剪切到剪贴板上,该区域清除

复制(Ctrl-C) 将当前数据区内选定内容复制到剪贴板上,该区域保留

粘贴(Ctrl-V) 将剪贴板上内容取代当前数据区内选定内容

• 数据

开始采集(F_2) 按系统设置中的采集参数进行数据采集,在当前子窗口的数据区和图像区中同时显示结果

结束采集(F_3) 结束正在进行的采集工作,而不论预定采集时间是否已到,在触发采集过程中按 Esc 键也可达到同一效果

放大图像(I) 将当前子窗口中的数据图像放大显示,纵坐标与横坐标同时放大

缩小图像(O) 将当前子窗口中的数据图像缩小显示,纵坐标与横坐标同时缩小

刷新(R) 将当前子窗口中数据图像按相应数据重新绘制显示

曲线平滑(m) 将采集的数据曲线进行平滑

数据拟合(D) 弹出数据拟合对话框,对采集的数据进行指定次数的多项式拟合

散热修正(I) 采用牛顿冷却定律,对采集的数据进行逐点修正,也可选择对平滑后或拟合后的数据进行逐点修正

模拟聚焦(S) 弹出模拟聚焦对话框,演示氙灯发光位置偏离椭球镜焦点时的聚焦情况

系统选项设置 弹出系统选项设置对话框,用于 AD/DA 卡参数(已设置好,请不要随意改动)、采集参数及图像的设置

• 窗口

平铺 将各个子窗口在主窗口中平铺显示,彼此大小相等且互不重叠

重叠 将各个子窗口在主窗口中依次重叠显示,上面的窗口将遮住下面的窗口

图标 将所有子窗口缩小成图标在主窗口底下排列显示

2. 放大电路图

见图 36－6.

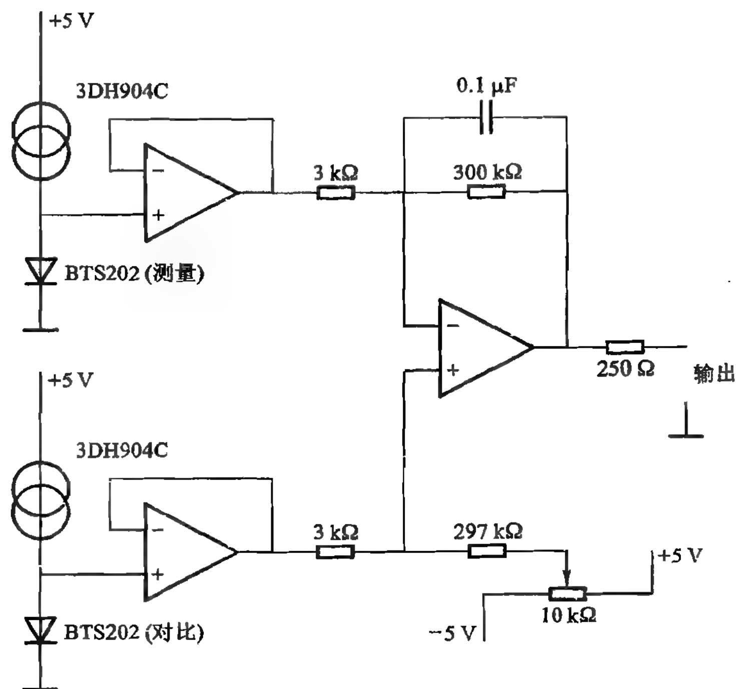


图 36－6　放大电路图

3. 一些材料的热学参数(表 36－1)

表 36－1　一些材料的热学参数

材料	比定压热容 $c_p/(\mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}})$	热导率 $\lambda/(\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}})$
金属铜	0.385×10^3	4.01×10^2
金属铝	0.897×10^3	2.37×10^2
砖	0.92×10^3	1
大理石	0.84×10^3	2.8
玄武岩	0.86×10^3	1.67
玻璃纤维	0.84×10^3	0.042

【思考题】

(1) 用本方法测 λ 时,从物理原理上要满足哪些条件? 实验中又如何保证? (从实验装置的设计到实验测定等环节去考虑);

(2) 测温的PN结温度传感器为什么选得这样小,从物理原理上是怎样考虑的?

(3) $t_{1/2}$的物理意义、热导率的物理含义和比热的物理含义各是什么?

(4) 在测定$t_{1/2}$时,根据实际的实验曲线你考虑温度T_0应如何确定?时间起点t_0又应如何确定?

(5) 为什么对实验曲线必须进行散热修正?请考虑如何修正并写出进行散热修正的具体做法和公式.

(6) 在脉冲光启动的一瞬间,测量者从温升曲线上会看到在其起始部分出现一个小峰或谷,试分析其原因.

【参考文献】

1 陈则韶,葛新石,顾毓沁.量热技术热物性测定.合肥:中国科学技术大学出版社,1990
2 Horst stocker.物理手册.吴锡真,李祝霞,陈师平译.北京:北京大学出版社,2004

实验三十七

动态法测定良导体的热导率

【目的要求】

(1) 学习一种测量热导率的方法;
(2) 了解动态法测定良导体热导率的特点和优越性;
(3) 认识热波,加强对波动理论的理解.

【仪器用具】

热导率动态测量仪,微机,打印机.

【实验原理】

本实验采用非稳态法.取棒状样品,假定热量仅沿一维传播,取一小段棒元,如图 37－1 所示.根据傅里叶导热定律,单位时间内在单位等温面上沿温度降低方向流过某垂直于传播方向的热流密度为

$$\frac{\partial q}{\partial t}=-\kappa\frac{\partial T}{\partial x} \tag{37.1}$$

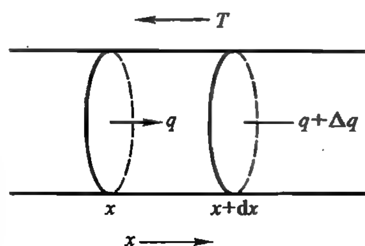


图 37－1　棒元

式中:κ 为待测材料的热导率;$\partial T/\partial x$ 是 x 方向的温度梯度;负号表示热流的方向与温度变化的方向相反,即热量由高温流向低温.Δt 时间内通过单位面积流入小体元的热量为

$$\Delta q=\left[\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_x-\left(\frac{\partial q}{\partial t}\right)_{x+\mathrm{d}x}\right]\Delta t$$

$$=\left[\left(-\kappa\frac{\partial T}{\partial x}\right)_x+\left(\kappa\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x+\mathrm{d}x}\right]\Delta t=\kappa\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\mathrm{d}x\Delta t$$

若没有其他热量来源或消耗,根据能量守恒定律,单位面积净流入的热量应该等于小体元在 Δt 时间内温度升高所需要的热量,单位面积小体元温度升高所需的热量为

$$\Delta q=\left(c\rho\mathrm{d}x\frac{\partial T}{\partial t}\right)\Delta t$$

则有

$$c\rho\mathrm{d}x\frac{\partial T}{\partial t}=\kappa\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\mathrm{d}x \tag{37.2}$$

式中:c,ρ 分别为材料的比热容与密度.由此可得热流方程

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \tag{37.3}$$

式中:$\alpha=\kappa/c\rho$,称为热扩散率.

式(37.3)的解将各点的温度随时间的变化表示出来,具体形式取决于边界条件,若令热端的

温度围绕 T_0 按简谐规律变化，即

$$T = T_0 + T_m \sin\omega t \tag{37.4}$$

式中：T_m 为热端的最高温度；ω 为热端温度变化的角频率.

假设另一端无反射并保持恒定温度为 T_0，则式(37.3)的解也就是棒中各点的温度，即

$$T = T_0 - kx + T_m e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x} \sin\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha}}x\right) \tag{37.5}$$

式中的 T_0 是直流成分；k 是线性成分的斜率.

从式(37.5)中可以看出：

(1) 当热端($x=0$)温度按简谐方式变化时，这种变化将以衰减波的形式在棒内向冷端传播，称为热波，也就是温度波.

(2) 热波波速

$$v = \sqrt{2\alpha\omega} \tag{37.6}$$

(3) 热波波长

$$\lambda = 2\pi\sqrt{\frac{2\alpha}{\omega}} \tag{37.7}$$

因此在角频率 ω 已知的情况下，只要测出波速或波长就可以计算出 α. 然后再由 $\alpha = \frac{\kappa}{c\rho}$ 计算出材料的热导率 κ. 由式(37.6)，可得

$$v^2 = 2\frac{\kappa}{c\rho}\omega$$

则

$$\kappa = \frac{v^2 c\rho}{4\pi f} = \frac{v^2 c\rho}{4\pi} T_{period} \tag{37.8}$$

式中：f，T_{period} 分别为热端温度按简谐变化的频率和周期.

从上述原理可知实现热导率测量的关键是：

① 实现热量的一维传播；

② 实现热端温度随时间按简谐形式变化的边界条件.

本实验采取的热波法，特点是当热量在样品中传播时，样品中各点的温度不像稳态法那样必须保持恒定，只要给定适当边界条件，可以做到样品上各点的温度均可随时间进行简谐变化，利用这种变化便可计算出样品材料的热导率，这样就可将热学量的测量转变为长度量的测量.

另外，由于学生对机械波、电磁波比较熟悉，而对热波了解较少，通过实验使学生增加对热波的理解，拓宽对波动理论的认识.

【实验装置】

本实验设备包括主机、控制单元和记录单元三大部分. 仪器有两种工作方式，一种是“手动”，另一种是“程控”，它们都含主机和控制单元. 前者用高精度 $x-y$ 记录仪绘制测量曲线，比较传统，后者用微机实现对整个系统的控制以及数据的记录和处理，先进又方便. 本实验采用后者. 仪器结构的方框图见图 37－2.

1. 主机

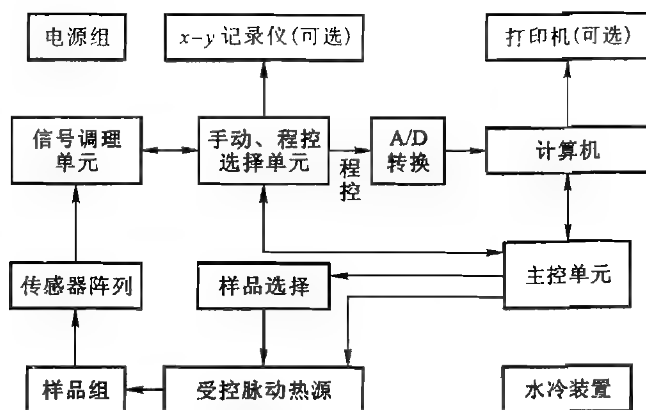


图 37－2 仪器结构方框图

由棒状样品(本实验取铜棒和铝棒)、热电偶(传感器)阵列以及为实现边界条件的脉动热源和冷却装置组成,见图 37－3.

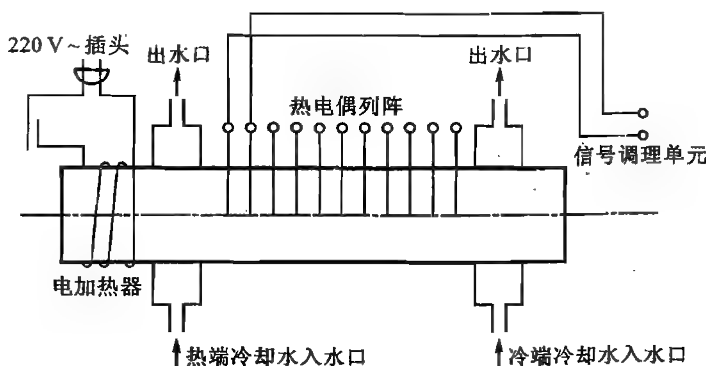


图 37－3 主机结构示意图

(1) 棒状样品及热电偶阵列:为实现热量一维传播,将材料制成圆棒状,并用绝热材料紧裹其侧表面,这样热量将只沿轴向传播,并且在任一垂直于棒轴的截面上各点的温度可保持相同.于是只要测量轴线上各点温度分布,就可确定整个棒体上的温度分布.温度的测量采用热电偶(镍铬－康铜)阵列.热电偶偶端均匀插在棒内轴线处,相邻偶间距离均为 2.00 cm,为保持棒尾的温度 T_0 恒定,防止整个棒温起伏,用冷却水冷却.温差电偶可单独测量,也可以同时测量.将热电动势输入微机,直接画出该点热电动势随时间变化的 $E-t$ 曲线.因为样品温度随时间变化的趋势 $T-t$ 与 $E-t$ 相同,故用 $E-t$ 曲线代表 $T-t$ 曲线的变化规律.被测样品种类和测量点均由仪器面板的选择开关确定.面板图见图 37－4.

(2) 脉动热源及冷却装置:直接控制加热器来产生简谐变化规律的热源显然是很困难的,但是产生一个脉动变化的热源并不困难,只要在样品棒的一端放上电热器,使电热器始终处于 90 s 开、90 s 关的周期为 $T_{period}=180$ s 的交替加热的状态,于是电热器便成了周期为 $T_{period}=180$ s 的



图 37-4 控制面板图

脉动热源.见图 37-5(a).脉动热源的开、关由控制单元来控制.另外,实验中还需要一个周期为 180 s 的方波作为计算相位差的参考波,参考方波也由控制单元直接输出到微机中.

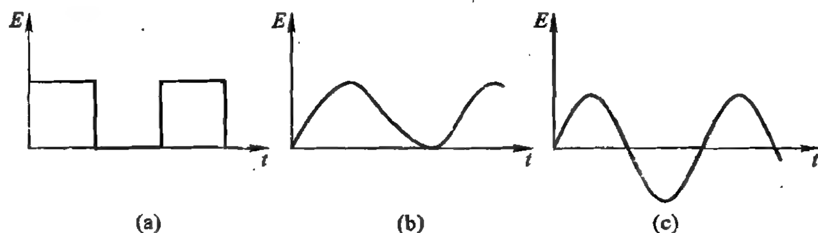


图 37-5 简谐热端温度的形成过程

热端冷却水的作用是提高热源脉动幅度,由于有热滞后,并不是加热器一停止加热,棒端温度立刻就降下来的.为增加曲线幅度,由微机控制"进水电磁阀"使加热的半周期内热端不供冷水,而不加热的半周期热端供冷水.冷端冷却水的作用是保持低温端温度恒为 T_0.

下面分析如何产生呈简谐变化的热端温度.当脉动热源加热到一定时间后,棒的热端就会出现稳定的幅度较大的温度脉动变化,见图 37-5(b).

由式(37.5)可以看出,波的频率越高振幅衰减得越快,若将热端脉动温度进行傅里叶分解,则棒端温度为

$$T = T_0 + \sum_n T_{mn} e^{-\sqrt{\frac{n\omega}{2a}}x} \cdot \sin\left(n\omega t - \sqrt{\frac{n\omega}{2\alpha}}x\right) \tag{37.9}$$

式(37.9)说明 T 是由 ω 倍频的多次谐波组成.当这些谐波同时沿棒向冷端传播时,高次谐波很快就衰减至零,只剩下符合边界条件的角频率为 ω 的基波:

$$T = T_0 + T_m \sin\omega t$$

见图 37-5(c),若将此处取为 $x=0$,它就是边界条件(37.4)式.

2. 控制单元及其作用

控制单元包括主控单元和其他几个单元,它们的作用是:

(1) 对来自热电偶的待测温度信号进行调理;

(2) 提供"手动"和"程控"两种工作方式的选择;

(3) 提供"手动"工作方式下样品的选择;

(4) 提供"手动"工作方式下测温点的选择;

(5) 提供周期为 180 s 的参考方波;

(6) 控制加热器 90 s 开和 90 s 关的周期(或其他周期数)性断续供电;

(7) 控制 FCD3－4 型进水电磁阀在加热的半周期热端停供冷水,停热的半周期供冷水.

本实验采用"程控"工作方式,用微机对系统进行控制以及采集和处理数据.可绘制单个或同时绘制多个周期为 180 s 的测量点温度随时间成正弦规律变化的曲线和参考方波.根据材料热导率的不同,可以按需要改变脉动热源周期.

【实验内容】

1. 认识和调节实验装置

(1) 观察仪器面板,了解仪器的功能;

(2) 观察并了解几个水龙头及进、出水管的功能;

(3) 调节样品冷端的冷却水流量(请见实验说明板上的要求),在开启微机后再调节样品热端冷却水的流量(根据微机屏幕上显示的棒上各点温度变化曲线来判断和调节).

2. 了解数据采集过程并测样品各点温度随时间的变化曲线

(1) 按下"工作方式"开关,选择"程控"工作方式.

(2) 打开微机,在 Windows95/Windows98 操作系统下,在菜单上启动"热导率动态测量"程序(REBO－n1),显示屏上出现程序操作界面,见图 37－6.

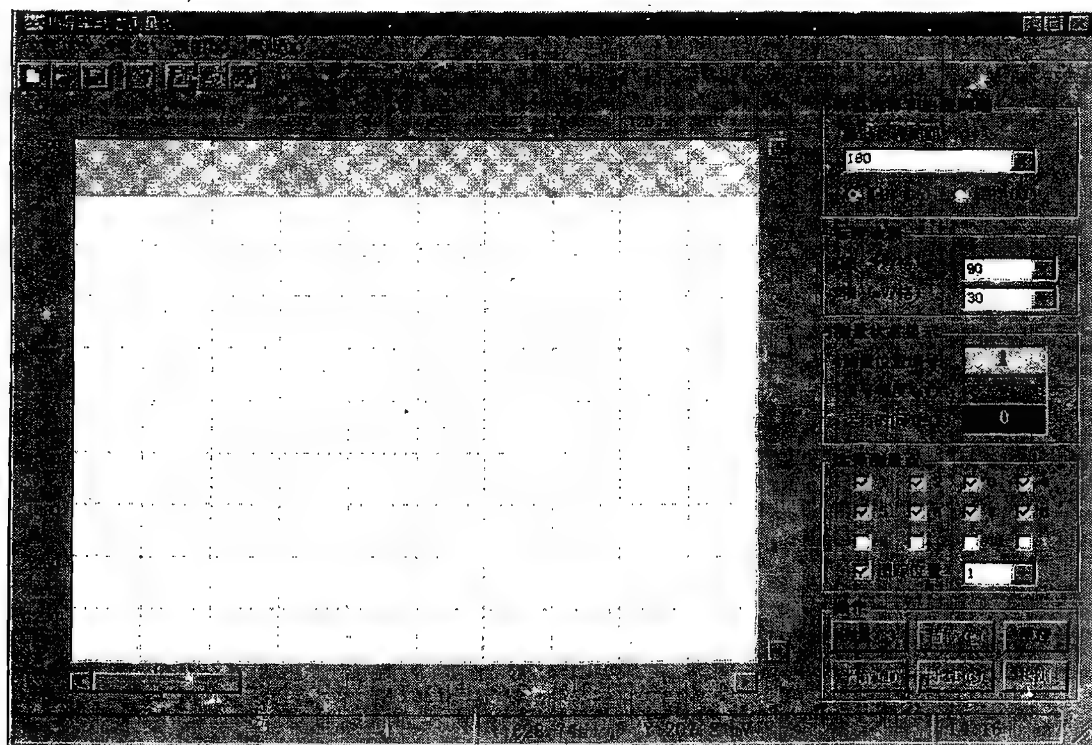


图 37－6　热导率动态测量仪控制软件操作界面图

(3) 设置脉动热源周期为 180 s(或 240 s).

(4) 分别选择铜、铝样品进行测量.

(5) 设置 x, y 轴的单位坐标,x 方向为时间,单位为 s,y 方向代表信号强度,单位为 mV(每 mV 约为 0.1C).

(6) 在"测量状态显示"栏中,会自动显示测量位置、运行时间及信号幅度.

(7) 在"选择测量点"栏中选择某一个或某几个测量点,单击鼠标,在"操作"栏按测量(S),开始测量后,程序操作界面的"测量位置"上会出现对应的测量点号码,或几个对应的测量点号码轮流出现,若欲选择 12(或 8)个测量点,则打 12(或 8)个点,于是仪器将自动对 12(或 8)个测量点进行轮流测量,程序操作界面的"测量位置"上将由 1~12(或 1~8)数码轮流闪烁.

(8) 按"操作"栏的"测量"键,仪器开始测量工作,在显示屏上渐渐划出 $T-t$ 曲线簇,见图 37-7.上述步骤进行至少 40~60 min,待系统稳定后,样品内温度也已经达到动态稳定,按"暂停",打印曲线簇.仪器软件提供的"平滑"功能尽量不用或少用,防止失真.

(9) 按顺序先关闭主机,后关闭自来水(为防止无水加热而毁机),再关闭微机.

【数据处理】

本实验采用"程控"工作方式,测量曲线如图 37-7 所示.图中的红、粉、绿、蓝、紫等不同颜色的线分别表示棒上不同位置 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \cdots, x_i, \cdots$ 处的 $T-t$ 曲线.

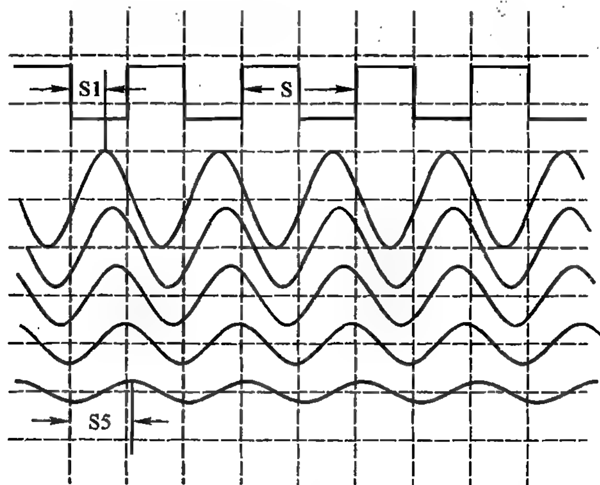


图 37-7 温度-时间曲线簇图

(1) 用任意两组数据求出热导率 κ,再用多个 κ 取平均值.方法如下:

在显示屏上用鼠标单击每个测量点的 $T-t$ 曲线上的波峰,在热导率动态测量仪控制软件操作界面下方将出现与该点对应的 t 的数值:$t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, \cdots, t_i, \cdots$,单位是 s.已知相邻热电偶间距 l_0 为 2.00 cm,则波速 $v = l_0/(t_{i+1} - t_i)$,将 v 代入(37.8)式,有

$$\kappa=\frac{v^2 c\rho}{4\pi}T_{\text{period}}=\frac{c\rho}{4\pi}\frac{T_{\text{period}}l_0^2}{(t_{i+1}-t_i)^2}\tag{37.10}$$

(2) 由上述某一组或多组 t 的数值,用最小二乘法处理数据,求波速 v,进而计算热导率 κ.

(3) 由于对实验结果中有限个数据进行寻峰误差较大,故可采用本实验室提供的数据处理软件“动态法测热导处理数据的统计算法”对数据进行处理,处理结果会直接显示在如图 37-6 所示的界面上.该数据处理软件由北京大学 99 级学生宋学锋编写,软件设计思想是:通过对实测 $E-t$ 曲线进行频谱分析,对实验采集的所有数据采用概率统计方法精确求出输出信号相对输入信号的峰-峰延迟时间.(对该程序的设计思想和做法详见本书“综合物理实验”部分中的“学生已发表的论文”——“动态法测定良导体热导率的实验研究”.)

【注意事项】

1. 请严格遵照下列步骤

(1) 开机步骤:

① 首先分别打开冷、热端的自来水龙头(确保供水系统没有停水),观察和调节冷端出水口冷却水的流量;

② 打开微机电源;

③ 接通仪器电源.

(2) 关机步骤:

① 关闭仪器电源;

② 关闭自来水;

③ 关闭微机电源.

2. 测量前注意的问题

(1) 调节水的流量,保持水流稳定,防止采集到的数据发生漂移;

(2) 加热器温度很高,尽量远离其他物品,保持通风良好;

(3) 禁止拔、触、碰、摸热电偶,以免造成图形不对、数据不准.

【思考题】

(1) 试分析实验原理公式(37.5)中各项的物理内容及其物理图像.

(2) 请用实验方法检验原理公式(37.6).

(3) 如果想知道棒上某一时刻 t 时棒上的热波,即 $T-x$ 曲线,应怎样做? 请画出它的大概形状.

(4) 用测出的数据计算热波波长 λ,如果不用波速 v 求 κ,而用波长求 κ,在本实验条件下能否做到?

(5) 为什么在远离热源的测量点上 $T-t$ 曲线会逐渐平坦而不呈明显的正弦波形?

(6) 本实验采取的实验方法的设计思想中,为何要将测量热学参量转化为测量长度量?

实验三十八

真空镀膜

【目的要求】

(1) 了解并学习真空的获得和测量;

(2) 学习用热蒸发法或溅射法制备金属薄膜.

【仪器用具】

多功能薄膜制备系统、6JA 型干涉显微镜.

【实验原理】

“真空”泛指低于一个大气压的气体充满的空间状态.真空技术是基本实验技术之一,在许多实验室中都有着重要的应用.在 19 世纪人们只能获得 $10^{-1}\sim10^{-2}$ Torr(1 Torr = 1 mmHg = 133.3 Pa)的低真空,自 20 世纪初起,随着电子管的研究和生产,逐步建立了能够获得与测量压强低到 10^{-5} Pa(10^{-7} Torr)的高真空设备与技术,到 50 年代在表面物理和原子能科学等学科的促进下发展了超高真空技术 $10^{-6}\sim10^{-9}$ Pa($10^{-8}\sim10^{-11}$ Torr),70 年代又有所提高,进入压强低于 10^{-9} Pa(10^{-11} Torr)的超高真空.目前,真空技术在近代尖端科学技术,如高能粒子加速器、大规模集成电路、表面科学、薄膜技术、材料工艺和空间技术等工作中都占有关键的地位,在工业生产中也有日益广泛的应用.

薄膜技术是指在特定的衬底表面上,用物理的或(和)化学的方法形成一层或多层薄膜,以获得特定的物理特性.实际的薄膜中,由于衬底的存在和厚度很薄,其晶格结构不同于大块体材料,导致具有与体材料不同的力学、电学、磁学和光学性质,并与薄膜的厚度有关,加之近年来超晶格技术的发展,大大拓宽了薄膜科学与技术的应用领域.

(一) 真空的基本特点

1. 空间气体分子密度极小

在某些情况下,仅为大气压下分子密度的万亿分之一,真空可以近似为没有气体污染的空间.

2. 气体分子或带电粒子的平均自由程极长

同一种气体分子的平均自由程为

$$\bar{\lambda}=\frac{kT}{\sqrt{2}\cdot\pi\sigma^{2}p} \tag{38.1}$$

式中:σ 为分子直径;p 为压强;T 为气体温度,k 为波耳兹曼常数.例如,室温下氮分子的平均自由程在压强为 1×10^{-7} Pa 时将长于 50 km.电子和离子在气体中的平均自由程分别是气体分子平均自由程的 $4\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{2}$ 倍.

3. 气体分子与固体表面碰撞频率极低

在普通高真空，例如 $p=1.3\times10^{-4}$ Pa(1×10^{-6} Torr)时，对于室温下的氮气，如果每次碰撞均被表面吸附，一个“干净”的表面只要一秒多钟就盖满了一个单分子层的气体分子. 而在超高真空 $p=10^{-8}$ Pa(10^{-10} Torr)时，则可以提供一个“原子清洁”的表面，可有足够长的时间对表面进行实验研究. 超高真空的这一特点还为得到超纯的或精确掺杂的镀膜或分子束外延生长晶体创造了必要的条件，这促进了半导体器件、大规模集成电路和超导材料等的发展，也为在实验室中制备各种纯净及低维材料样品(如电子轰击镀膜、等离子镀膜、真空剖裂等)提供了良好的基本技术.

(二) 真空的获得

当前各种真空泵，包括获得超高真空的新型泵大致可分为两类：一类称为“外排”型，即真空泵将气体排出泵体之外，如旋片泵、扩散泵、分子泵等；另一类称为“内吸”型，即真空泵在一封闭系统中，气体吸附在泵体之内(吸附在某一固体表面上)，如吸附泵、钛升华泵、溅射离子泵、冷凝泵等.

本实验采用机械泵—涡轮分子泵真空系统，下面介绍它的结构、性能.

1. 真空泵性能的主要指标

(1) 抽气速率：定义为单位时间被排除(或吸收)气体的体积，单位为 L/s.

(2) 极限压强：定义为当不存在被抽气体负荷时，真空泵的泵口处所能达到的最低压强，它是由真空泵本身的抽气机理和结构设计方面的缺陷所决定的.

(3) 启动压强：指真空泵可以启动工作的最高压强，它也决定于泵的抽气机理. 有的低真空泵的启动压强就是大气压强，如机械泵，多数高真空泵的启动压强要求达到分子流状态($\leqslant1$ Pa). 真空泵的工作压强范围介于启动压强和极限压强之间.

2. 机械泵

其工作原理类似活塞唧筒，有不同的结构类型. 最常用的是旋片泵，泵内有一偏心转子在钢筒定子内旋转(见图 38-1). 转子上附有可沿径向弹性伸缩的一对括片，在旋转中括片端头始终与定子内壁保持密合，定子上有一个与被抽系统相连的进气口和一个附有单向活塞阀门的出气口，分别处在转子与定子相切点的两侧. 工作原理可用图 38-1 所示的四个过程示意描述. 当转子顺时针转动时，由进气口进入转子与定子之间部分空间(图 38-1(b)中体积 V)的气体分子将被括片封隔和压缩，直到压强增大到可以顶开出气口的活塞阀门而被排出泵外. 其标称抽速与转速及体积 V 的大小有关，一般在每秒零点几升到每秒几十升之间.

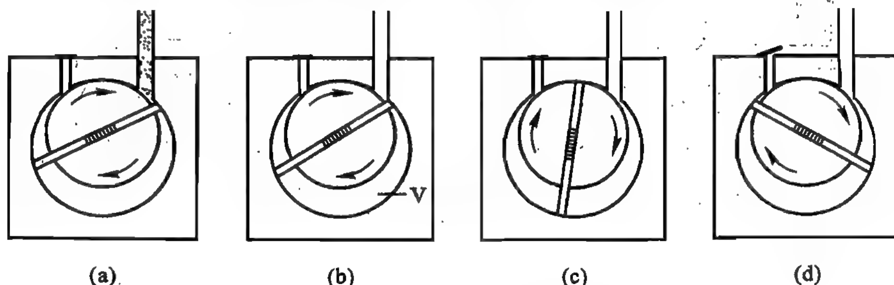


图 38-1　机械泵工作过程示意图

为了保持密封和润滑,泵体内充入特别的油液.机械泵停止工作时,要及时将进气口处压强恢复至大气压,以免油液被压至真空系统中.机械泵的极限压强约为 10^{-3} Torr 数量级.

3. 涡轮分子泵(图 38-2)

泵内有一组高速旋转的涡轮叶片,另有一组与旋转动片相间的定片(扭角相反).进入泵体的气体工作原理与风扇相同,分子在与叶片碰撞过程中将得到定向的动量,最后被排出泵外.小型涡轮分子泵的标称抽速只有每秒几升,大型的可达每秒上万升.启动压强为 1 Pa,极限压强一般为 10^{-8} Pa.涡轮分子泵内转轴轴承部分需循环注入润滑油,但因润滑油处于低真空输出端,且涡轮分子泵对油分子有较高的排气效能,可以认为被抽系统基本不受油的污染.为避免高速运转的电机过热,涡轮分子泵一般采用风冷或水冷.

(三) 真空的测量

常用的真空计多为间接定标型的,即利用与压强有关的一些物理量如金属热导率、电阻率或气体被电子电离产生的离子流等经与标准的绝对真空计(如麦克劳氏真空计)校准定标后间接指示所对应的压强.

1. 热偶真空计

它是通常用来测量低真空的真空计,可测范围为 $10\sim10^{-1}$ Pa.其中有一根细金属丝(铂丝或钨丝)以恒定功率加热到约 200 ℃左右.由于气体热导率随压强变化,所以热丝的温度成为压强的函数,经过校准定标后,可以由测量热丝温度的热电偶的指示测定压强(图 38-3).所得校准曲线呈非线性,压强标度不均匀,在 10 Pa 量级和 10^{-1} Pa 量级两部分的测量误差都较大.此外,因不同气体的热导率不同,对于同一压强,不同气体有不同指示,需分别进行校准(实用仪表的标度都是对空气或氮气校准的).

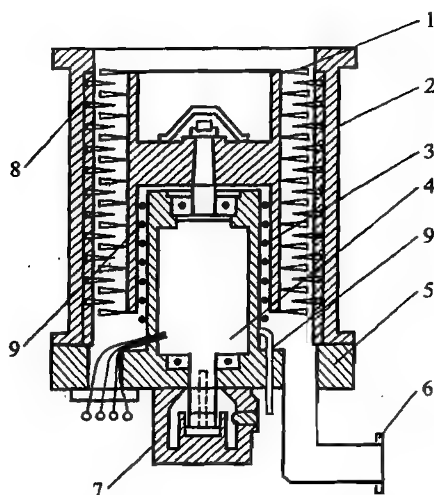


图 38-2 立式涡轮分子泵结构原理

1. 动轮叶 2. 泵壳 3. 涡轮排 4. 中频电动机 5. 底座 6. 出气口法兰 7. 润滑油池 8. 静轮叶 9. 电机冷却水管

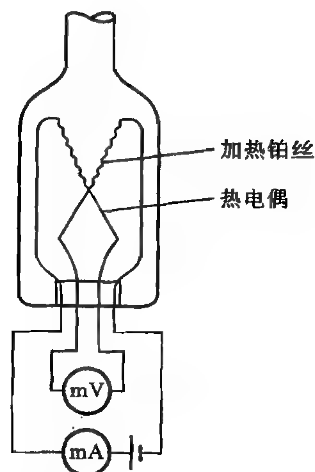


图 38-3 热偶真空计冷规

2. 三极管型电离真空计

其结构类似一个三极电子管(图 38－4).阴极发射的电子被阳极栅(相对阴极为正 100～150 V)加速后具有一定能量与气体分子作电离碰撞,使气体电离.所产生的正离子被外围圆筒形离子收集极(相对阴极为负 10～60 V)收集,工作中离子流 I_+ 与电子流 I_- 之比与压强 p 成正比:

$$\frac{I_+}{I_-}=kp \tag{38.2}$$

式中:k 为比例常数,称为电离真空计的灵敏度(单位:Pa^{-1}).在压强的“线性指示范围”内 k 保持不变.三极管型电离真空计的线性指示范围为 $10^{-2}\sim10^{-5}$ Pa.

由三极管型电离真空计和上述热偶真空计组合而成的“复合真空计”具有 $10\sim10^{-5}$ Pa 的总量程,应用很广泛.

3. 冷阴极电离真空计(冷规)

其电极结构与工作原理与溅射离子泵相似,如图 38－5 所示.阴极为两块平行板,中间有一阳极环(冷规或圆筒),加高电压(约 2 000 V)和磁场(约 0.1 T)后即产生放电,其放电电流与压强成正比,一般在 $1\sim10^{-4}$ Pa 有线性指示.这种真空计坚固耐用,但工作稳定性较差,多在工业上作粗测真空用.

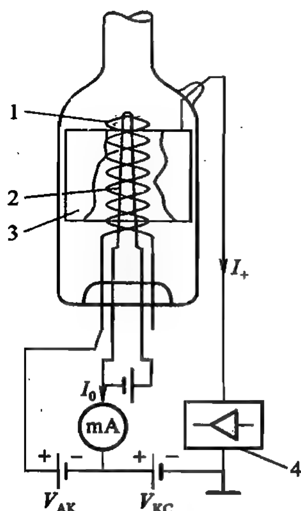


图 38－4　三极管型电离真空计

1. 阳极栅　2. 阴极灯丝　3. 离子收集极　4. 离子流放大器

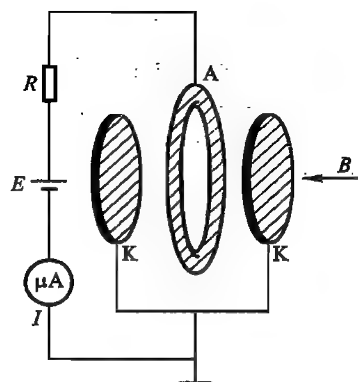


图 38－5　冷阴极电离真空规

A. 阳极　K. 阴极　R. 限流电阻　E. 电源　I. 放电电流　B. 磁场

(四) 薄膜的制备

薄膜制备通常分为化学气相沉积和物理气相沉积两大类.前者是把蒸气相的成分通过化学方法形成固体薄膜,后者主要通过不同的物理手段(如热蒸发、溅射等)使薄膜材料汽化,并在一定条件下使汽化的原子、分子或原子团牢固凝结在被镀的基片上.

1. 热蒸发法

薄膜制备在真空工作室中进行,从蒸发源蒸发的分子,在残余气体中飞行的平均自由程应比蒸发源到衬底之间的距离大得多.本装置要求真空度在 $1.3\times10^{-2}\sim6\times10^{-3}$ Pa 之间.本实验中采用螺旋状和篮状电阻加热器(图 38－6),它们分别运用于蒸发浸润或不浸润的丝状或块状材

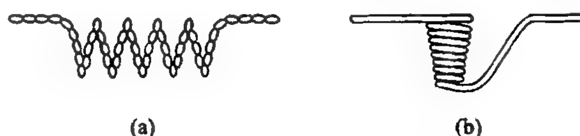


图 38－6　由钨丝构成的电阻加热器

(a) 螺旋状；(b) 篮状

料.蒸发温度随蒸发材料而异，一般在 1 000 ℃～2 000 ℃之间，蒸发原子或分子的平均能量为 0.1～0.2 eV.对于难熔金属或不导电的氧化物材料可分别采用电子束或激光束加热蒸发的方法.

2. 溅射法

通过气体辉光放电产生的正离子轰击靶材表面，使原子或分子由靶材表面直接溅射飞出，在基片上得到与靶材基本一致的薄膜.最简单的溅射镀膜工作室内有一对电极，其中一个用作镀膜材料的靶，它处于负高压，被镀衬底基片放在靶对面另一电极－阳极上，一般使阳极接地，两电极之间电压可高达数千伏.为防止残余气体污染，工作室应先抽成高真空(10^{-3} Pa)，然后导入惰性气体(通常用氩气)，其工作压强为 $10\sim10^{-1}$ Pa($0.1\sim10^{-3}$ Torr).当工作室开始辉光放电时，放电气体中的正离子在电场作用下以很高速度轰击靶阴极，而将动量传递给靶面上的原子和分子，使靶的中性原子溅射出来而沉积在基片上.为了提高溅射效率，即提高气体的离化效率，可以引入一个与电场正交的磁场，迫使电子沿螺旋形路径运动，这样可大大增加电子与气体分子的碰撞几率，从而大大提高溅射速率，这种方法称之为“磁控溅射法”.

【实验装置】

本实验所用薄膜制备系统如图 38－7 所示，可用热蒸发或离子溅射来制备薄膜.

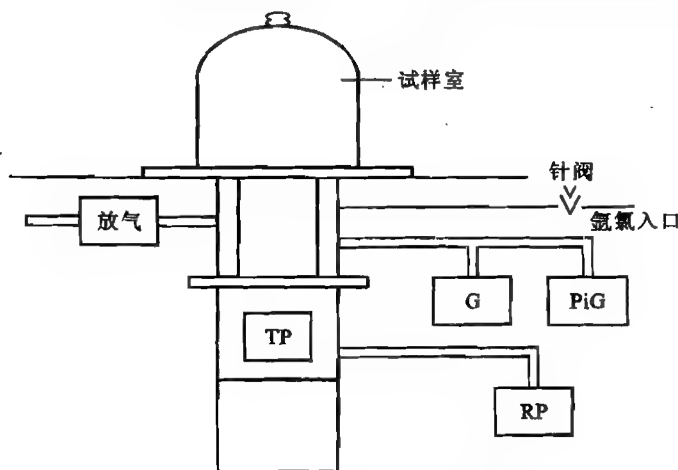


图 38－7　薄膜制备系统装置简图

RP.机械泵　TP.分子泵　PiG.冷规　G.热偶规

1. 真空系统

由涡轮分子泵和机械泵组成超高真空泵系统,常用真空度为 $1.3\times10^{-2}\sim6\times10^{-3}$ Pa. 真空度的检测由热偶计和冷规组成,当真空度低于 7×10^{-1} Pa 时冷规自动接入. 机械泵和涡轮分子泵分别由"低真空"按键和"高真空"按键控制. 当高真空键按下时,机械泵先工作,当热偶计指示在 200 Pa 左右时,分子泵自动接入. 分子泵转速表开始指示,最高可指示 700 r/s 左右.

2. 充气系统

高纯氩气沿氩气瓶—减压阀—导管—充气阀—导管—工作台圆盘—导管进试样处理室,为离子溅射提供所需氩气. 充气前先抽成高真空,充气时应小心控制气阀门流量,避免压强的突变.

3. 试样室由玻璃钟罩构成

作热蒸发时,内有试样台,可用马达控制其转动,以保证薄膜厚度的均匀性. 室内可同时安装两个热蒸发源,其控制电源为交流 10 V、100 A,连续可调. 在蒸发源与衬底基片之间有挡板,用以控制蒸发时间,其位置可用马达控制.

作溅射时,溅射室由靶和衬底基片构成,衬底基片接地,靶接负高压. 溅射用高压电源为直流 3 000 V、10 mA、连续可调. 根据不同金属靶材料选择不同的电压(用金靶时电压为 1 000~1 400 V, $I<6$ mA),电流过大时应及时减少控制气阀的进气量,以降低电流 I.

【实验内容】

1. 蒸镀前基片的处理

一般在基片的表面会附着有灰尘和油脂,灰尘不仅降低膜的附着力,也是形成气孔的原因,应去除. 油类物质减弱附着力,造成结合力不匀,部分脱落,必须彻底清除. 本实验对所用玻璃基片,先用水冲洗灰尘,再用去离子水冲洗,然后用丙酮或酒精进行超声波清洗. 操作中应戴手套,以免手接触导致对蒸发源和基片的污染.

2. 用热蒸发法或溅射法制备薄膜

同学在预习讲义的基础上自己拟定实验步骤. 到实验室后根据具体的实验装置,参照实验装置说明书和说明牌,确定实验步骤,经与教员讨论认可后方能开始实验.

3. 选做内容

膜厚测量,见附录.

【注意事项】

(1) 操作中切忌有任何细小的东西掉入分子泵的圆盘抽气孔内. 若有发生,立即报告教员,将所掉入物品取出,否则将严重损坏分子泵.

(2) 当环境温度高于 32 ℃时,必须要用水冷来冷却分子泵.

(3) 对装置上标有"高压危险"的部分,及高压电源小机柜内元件,在通电情况下,严禁用手触摸.

(4) 移动玻璃钟罩时,一定小心谨慎,避免损坏.

【附录】

用双光束法测量薄膜厚度

本实验所用6JA型干涉显微镜是干涉仪和显微镜的组合，将被测件和标准光学镜面相比较，用光波作为尺子来衡量工件表面的不平度和深度，它能用于测量精密加工零件表面的光洁度.由于光洁度表征了微观的不平和起伏，所以用显微镜进行高倍放大后再进行观察和测量，其光路如图38－8所示.光源S发出的光经分光板T后分为两束，一束透过分光板T、补偿板T_1、显微物镜O_2后，射向被测工件P_2的表面，由P_2反射后经原路返回至分光板T，再在T上反射，射向目镜O_3.另一束光由分光板T反射后，通过物镜O_1射至标准平镜P_1上，由P_1反射再经物镜O_1并透过分光板T也射向观察目镜O_3，与第一束光线相遇产生干涉.通过目镜O_3可以看到定域在工件表面上的等厚干涉条纹.调节P_1，P_2至物镜O_1，O_2的距离，使目镜视场中能清晰地看到P_1和P_2表面的像.同时物镜O_1，O_2离分光板T上分光面的光学距离相等，说明干涉仪的二臂之长相等.图38－9中的P_1'即P_1在分光板T的分光面中的像，若P_2也是标准平镜，则在目镜中观察到的是一系列与P_1'，P_2两平面交线平行的干涉条纹，干涉条纹的间距

$$d=\frac{\lambda}{2}\cdot\frac{1}{\tan\theta}$$

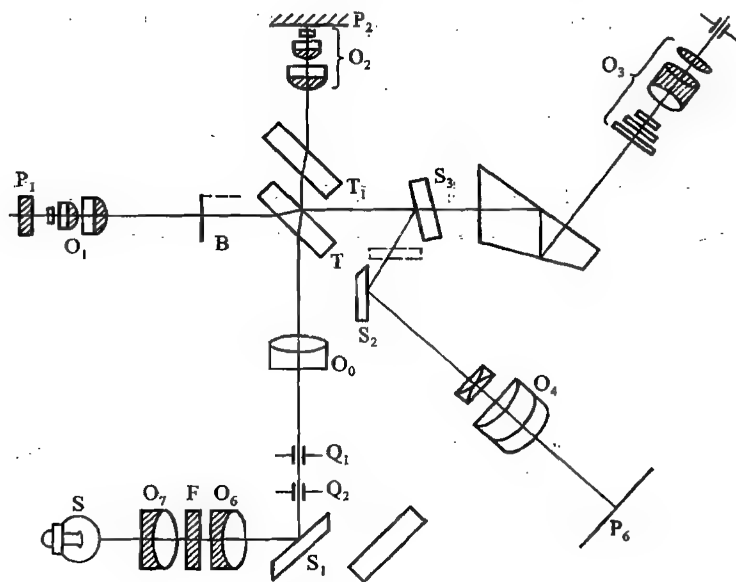


图38－8 6JA型干涉显微镜光路图

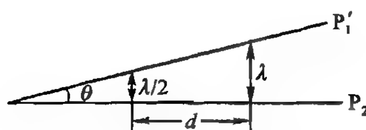


图38－9 目镜中观察到的等厚干涉条纹

当 P_2 表面上存在高度为 h 的台阶，若台阶边沿正好与 P_1，P_2 两平面的交线垂直（图 38－10(a)），在目镜中观察到的条纹如图 38－10(b)所示．在台阶边沿处将发生条纹的偏移，偏移量 b 与台阶高度 h 之间满足 $\tan\theta = h/b$，所以

$$h = \frac{b}{d} \cdot \frac{\lambda}{2} \tag{38.3}$$

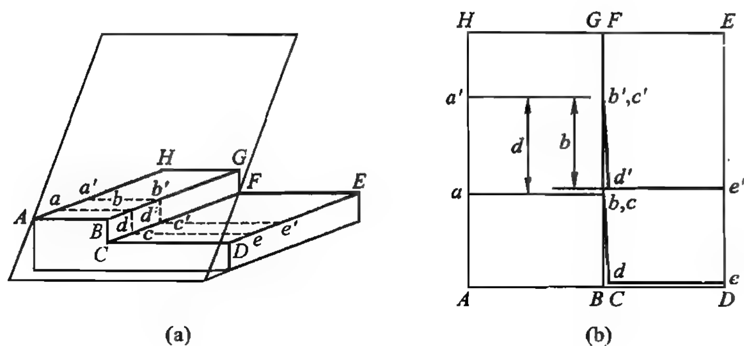


图 38－10　有台阶时干涉条纹的偏移

上式表示条纹的偏移量对条纹间隔的比值乘以半波长就是台阶的高度，本方法的优点是不必知道 d 和 b 的绝对值，只要知道二者的比值就行了；所测台阶的高度与夹角 θ 无关．这个比值用装在显微镜上的测微计很易测出，根据式(38.3)即可求得台阶的高度．如果把薄膜做成台阶状，就可以测量薄膜的厚度．

实验三十九

交 流 电 桥

【目的要求】

(1) 学会使用交流电桥测量电容和电感及其损耗；
(2) 了解交流桥路的特点和调节平衡的方法.

【仪器用具】

功率函数信号发生器，电阻箱3个，十进式电容箱，十进式电感箱，待测电容，待测电感，待测磁环，PF66B数字万用电表，开关，导线.

【实验原理】

交流电桥主要用来测量交流元件的电容、电感，它是电感、电容测量中精确度很高的测量仪器.与电感、电容有关的其他物理量如互感、介电常数、Q值、磁导率和电源频率等也可用交流电桥来测量，用途十分广泛.

本实验通过几种常用的交流电桥电路来测量电感、电容等参数，以加深了解交流电桥的平衡原理，学习掌握调节交流电桥平衡的方法.

1. 交流电桥及其平衡条件

交流电桥的原理电路如图39-1所示.Z_1, Z_2, Z_3, Z_4分别为4个桥臂的复阻抗.调节各臂阻抗，使电桥达到平衡，即A和B两点间的电位差为零，此时有

$$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{Z_3}{Z_4} \tag{39.1}$$

这就是交流电桥的平衡条件.将式(39.1)用复指数形式表示，有

$$\frac{|Z_1|e^{j\varphi_1}}{|Z_2|e^{j\varphi_2}}=\frac{|Z_3|e^{j\varphi_3}}{|Z_4|e^{j\varphi_4}} \tag{39.2}$$

这相当于下列两条件同时成立，

$$\frac{|Z_1|}{|Z_2|}=\frac{|Z_3|}{|Z_4|} \tag{39.3}$$

$$\varphi_1-\varphi_2=\varphi_3-\varphi_4 \tag{39.4}$$

由此可见，交流电桥平衡时，除了阻抗大小满足比例关系式(39.3)外，阻抗的相角还要满足式(39.4)，这是它和直流电桥的主要差别.

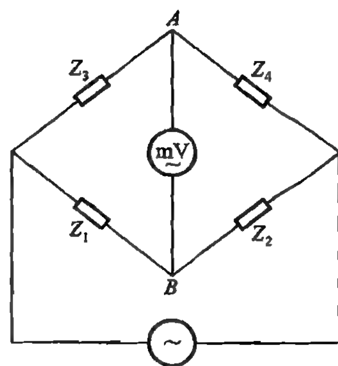


图39-1 交流电桥原理

如果把条件式(39.1)的阻抗用虚数与实数表示，且令其虚部与实部分别相等，则同样可以得到两个平衡条件，它们与式(39.3)和(39.4)是等效的.

为了配置简单，很多交流电桥常用纯电阻作为其中的两个臂.由式(39.4)可见，如果纯电阻作为相邻的两个臂，则其他两个臂必须都是电感性的或都是电容性的阻抗.如果相对两个臂是纯电阻，则其他两个臂必须一个是电感性的，另一个是电容性的阻抗，例如第 2 和 3 两个臂是纯电阻的，即 $\varphi_2=\varphi_3=0$，则 φ_1，φ_4 必须反号.

2. 测量实际电容的电桥

实际电容的介质不是理想的介质，在电路中要损耗一部分能量，故其等效电路可看作是一个纯电容 C_x 和损耗电阻 R_C 的串联或并联.实验中是看成二者串联.

由于有损耗存在，所以正弦交流电通过它时，电容两端的电压与通过的电流之间的相位差 φ 不是 90°，而是 $\varphi=90°-\delta$. φ 是电容器端电压与电流之间的相位差，δ 称为电容器的损耗角，它随损耗电阻 R_C 的增加而变大，是衡量电容质量优劣的参数.为了方便，用损耗角正切来表示，称为损耗，

$$\tan\delta=R_C C\omega \tag{39.5}$$

测量电路如图 39－2. R_1 和 R_2 为纯电阻；C_0 为标准电容，它的损耗电阻 R_{C_0} 在低频时实际近于零；为了与 R_C 相平衡，又串联了电阻 R_0.此时将

$$Z_1=R_1,Z_2=R_2,Z_3=R_C-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C_x},Z_4=R_0-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C_0}$$

代入式(39.1)，得

$$R_1\left(R_0-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C_0}\right)=R_2\left(R_C-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C_x}\right)$$

此式两端实部、虚部分别相等，可得平衡条件

$$\begin{cases}C_x=\dfrac{R_2}{R_1}C_0\\[2ex]R_C=\dfrac{R_1}{R_2}R_0\end{cases} \tag{39.6}$$

$$\tan\delta=R_C C_x\omega=R_0C_0\omega \tag{39.7}$$

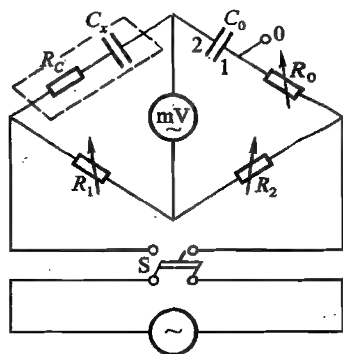


图 39－2　电容桥

反复调节 C_0，R_0 的数值，直到交流电桥示零器达到最小.必要时还可稍微调节 R_1，R_2.一般要精确测量电容大小，而不过多追求损耗电阻或损耗角的有效位数.所以，使 $R_1=R_2$，$C_0=C_x$，尽量提高 R_1，R_2，C_0 的精度，R_0 不作过多要求，该电桥适合测量损耗小的电容.

3. 测量电感的电桥：麦克斯韦－维恩电桥

这是一种测量电感最常用的电桥，电路如图 39－3 所示.平衡时有

$$\begin{cases}L_x=C_0R_1R_2\\[1ex]R_L=\dfrac{R_1R_2}{R_0}\end{cases} \tag{39.8}$$

被测线圈的 Q 值为

$$Q=\frac{\omega L_x}{R_L}=\omega C_0R_0 \tag{39.9}$$

式中：R_0，C_0 为独立变量，反复调节可以使电桥很快达到平衡.此电桥只适合测量低 Q 值的

线圈.

4. 交流电桥的收敛性

要使交流电桥达到平衡，至少需要选择两个调节参量，经反复调节，使电桥逐步趋于平衡. 但是，不是任选两个参量调节都能使电桥达到平衡；而选择的调节参量不同，使电桥趋于平衡的快慢也不一样. 用电桥收敛性来表示能否通过调节使电桥逐步达到平衡，而收敛性的好坏则反映电桥达到平衡的快慢.

下面以一测量电感的电桥为例，说明应该如何选择调节参量，以及应如何调节使电桥尽快达到平衡.

参看图 39－4，此桥称为麦克斯韦桥，此交流电桥 4 个臂分别为：

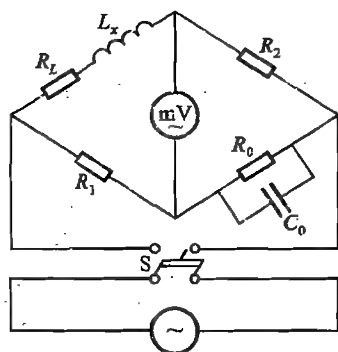


图 39－3 麦克斯韦－维恩桥

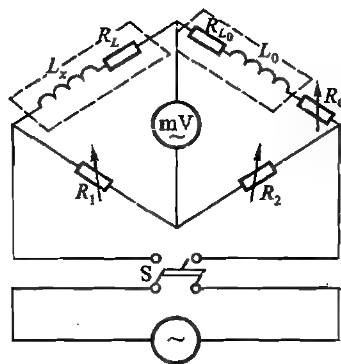


图 39－4 麦克斯韦桥

$$Z_1 = R_1, Z_2 = R_2, Z_3 = R_L + j\omega L_x, Z_4 = R_0 + R_{L_0} + j\omega L_0$$

电桥平衡时，有

$$Z_2 Z_3 = Z_1 Z_4 \quad 或 \quad Z_2 Z_3 - Z_1 Z_4 = 0$$

即

$$R_2(R_L + j\omega L_x) - R_1(R_0 + R_{L_0} + j\omega L_0) = 0$$

可得到平衡条件为

$$\begin{cases} L_x = L_0 \dfrac{R_1}{R_2} \\ R_L = (R_0 + R_{L_0}) \dfrac{R_1}{R_2} \end{cases} \tag{39.10}$$

这里可调参量较多，有 R_1, R_2, C_0, L_0 和 R_0，选择哪两个作为可调参量，电桥的收敛性较好呢？下面结合调节过程进行分析.

如果在复数平面上以横坐标轴代表 Z 的实部 Re Z，纵轴代表 Z 的虚部 Im Z，令

$$\boldsymbol{A} = R_2(R_L + j\omega L_x)$$

$$\boldsymbol{B} = R_1(R_0 + R_{L_0} + j\omega L_0)$$

$$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}$$

在复数平面上作 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$，当所选的调节参量使 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 两个矢量之差 $\boldsymbol{N}$ 为零时，零示器指零，电桥达到平衡.

下面分析调节各个参量，$\boldsymbol{A}$ 或 $\boldsymbol{B}$ 矢端变化的轨迹，参见图 39－5.

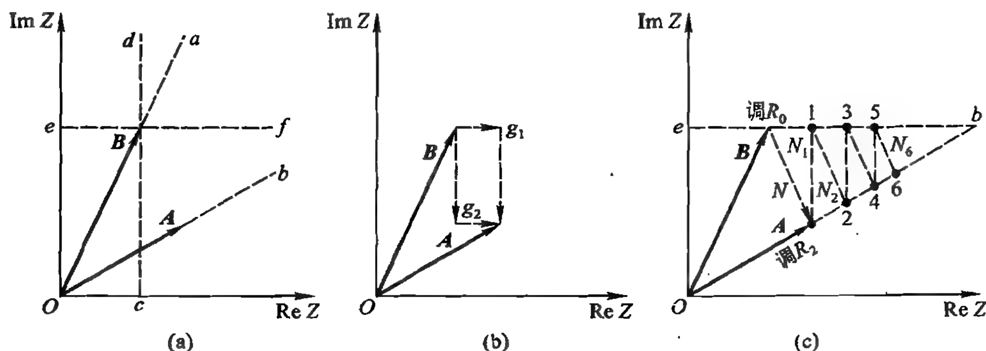


图 39－5　收敛性示意图

(1) 调节 R_1：调 R_1 使矢量 $\boldsymbol{B}$ 的斜率不变，只是长度改变，$\boldsymbol{B}$ 的矢端轨迹为 Oa 线（见图 39－5(a)）.

(2) 调节 R_2：调 R_2 使矢量 $\boldsymbol{A}$ 的斜率不变，只是长度改变，$\boldsymbol{A}$ 的矢端轨迹为 Ob 线（见图 39－5(a)）.

由图 39－5(a)可以看出，如果选择调节参量是 R_1 和 R_2，它们的矢端轨迹 Oa 和 Ob 不可能相交，$\boldsymbol{N}\neq 0$，电桥不可能达到平衡. 由此可见，虽然从理论上该电路满足平衡条件，但由于选择的调节参量不合适，电桥也不可能调节平衡.

(3) 调节 L_0：调 L_0 使 $\boldsymbol{B}$ 的实数部分不改变，只是虚数部分改变，$\boldsymbol{B}$ 的矢端轨迹为 cd 线（见图 39－5(a)）.

(4) 调节 R_0：调 R_0 使 $\boldsymbol{B}$ 的虚数部分不变，只是实数部分改变，$\boldsymbol{B}$ 的矢端轨迹为 ef 线（见图 39－5(a)）.

由图 39－5(b)可见，如果选择 L_0 和 R_0 为调节参量，只需调节 R_0 使 $\boldsymbol{B}$ 到 g_1 点，再调节 L_0，$\boldsymbol{B}$ 与 $\boldsymbol{A}$ 重合，电桥达到平衡. 或先调节 L_0 到 g_2 点，再调 R_0，同样只经过两次调节，电桥就达到平衡.

在实验中，R_0 用六钮电阻箱，可认为数值是连续变化的，而 L_0 用一钮十进式电感箱，不是连续可调，所以测电感时只能将 L_0 放在与 L_x 接近的数值后，调节 R_0 使 $\boldsymbol{B}$ 沿 eb 线移至“1”（见图 39－5(c)），再选择调 R_2 使 $\boldsymbol{A}$ 沿 Ob 线移至“2”，每调节一次只能使 $\boldsymbol{N}$ 在该情况下达到最小，如此反复调节 R_0 和 R_2，最后使 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的矢端均达到 b 点，此时 $N=0$，电桥调节达到平衡. 从平衡条件(39.10)也能看出，两个平衡条件中都含有 R_2，因此 R_2 的每一次改变对两个平衡条件都有影响，互相牵制，必须反复调节. 因此，在实际工作中很少选择 R_2 这样的参数来调节电桥平衡. 而在上文中所介绍的前两种电桥，由于两个互相独立的变量 C_0 和 R_0 均可视为连续变化的，故收敛性均较好，是比较实用的电桥.

【实验内容】

用功率函数信号发生器提供频率为 1 000 Hz、电压为 4 V 的正弦交变电压. 用 PF66B 数字万用电表的交流毫伏挡作零示器.

1．测电容

测量一个纸质电容及一个电介电容的电容量及损耗电阻，并计算它的损耗，电路如图39－2，其中 R_1，R_2，R_0 均用电阻箱，R_1 和 R_2 选用几百欧姆为宜. 标准电容 C_0 用十进式电容箱，它的损耗电阻 R_{C_0} 在低频时很小(电容箱的使用方法见附录).

2．测电感

用麦克斯韦桥(图 39－4)和麦克斯韦－维恩电桥(见图 39－3)分别测量同一无铁心电感的电感量 L_x 和损耗电阻 R_L，并计算电感线圈的 Q 值，并比较两桥的收敛性.

*3．用麦克斯韦电桥测量磁环的电感 L_x 和损耗电阻 R_x，并计算磁环的磁导率、Q 值(同学自己推导磁环的磁导率计算公式). 作频率与这些物理量的关系曲线图(频率取值：从 0.1～10 kHz 取 10 个数)

*4．西林电桥(图 39－6)和欧文电桥(图 39－7)是常用的交流电桥，试推导两电桥的平衡条件，并分别测量一个电容和一个无铁心电感

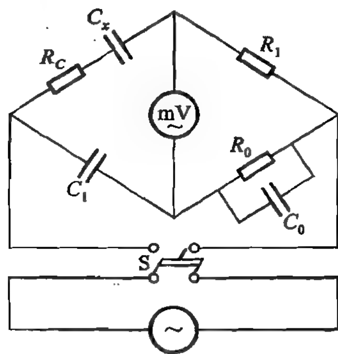


图 39－6　西林桥

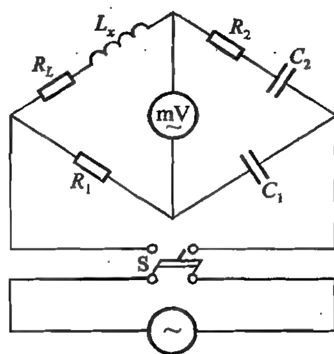


图 39－7　欧文桥

实验中应注意：

(1) 调节电阻 R_1 和 R_2 时，应经常注意阻值不能过小，以免烧毁电阻箱或电源.

(2) 用毫伏挡作零示器时，开始放在量程较大处，随着电桥趋向平衡，逐步减小量程，以免仪表过载，本实验在最终平衡时的不平衡电压要求小于 1 mV.

【思考题】

(1) 为什么在交流电桥中至少需要两个可调参数？根据什么原则选择这两个参数？两个可调参数确定后，应如何调节才能使电桥趋于平衡？

(2) 试画出麦克斯韦－维恩电桥测电感 L_x 时，电桥达到平衡的过程图.

(3) 麦克斯韦－维恩电桥中，R_2 和 C_2 组成的臂为什么采取并联形式？若改为串联形式电桥哪方面性能将受影响？电桥是否还能达到平衡？

【附录】

1. RX7 型十进式电容箱

RX7 旋钮式十进电容箱内部的电容以优质云母片作介质和铝箔交叠而成．它适用于直、交流电路，用以提供准确的电容数值．其外部接线如图 39－8 所示，“1”到“2”为电容的引出接线柱，“0”为金属屏蔽外壳的接线柱．把“1”和“0”相连，标准电容处在金属外壳屏蔽之下．

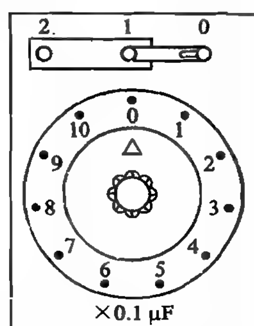


图 39－8　接线图

技术特性：

(1) 精确度：10×0.1 μF±0.5%；10×0.01 μF±0.65%；
　　10×0.001 μF±2%；10×0.000 1 μF±5%.

(2) 工作频率：800～1 000 Hz.

(3) 耐压：250 V 交流有效值.

(4) 工作环境：10～35 ℃，相对湿度 30%～80%.

2. GX3 型十进式电感箱

GX3 型旋钮式十进式电感箱内部的电感用大理石骨架和高绝缘漆包线绕制而成．它适用于直、交流电路，用以提供准确的电感数值．其电流容量和电阻值标明在铭牌上．

技术特性：

(1) 精确度：10×1 mH±2%.

(2) 工作频率：(1 000±20) Hz.

(3) 使用环境：10～35 ℃，相对湿度 30%～80%.

实验四十

交流电路

一、单相供电电路及单相异步电动机

【目的要求】

(1) 熟悉单相电度表、断路器和漏电保护器的原理和使用;
(2) 掌握民用单相供电电路的组成和接线方法;
(3) 了解单相电度表和漏电保护器的检验方法;
(4) 熟悉单相异步电动机的原理、起动和调速.

【仪器用具】

单相电度表,漏电保护断路器,熔断器.漏电保护器,调压变压器,单相异步电动机,电抗器,电流表,毫安表,数字式万用表,插座,开关,琴键开关,起动电容,定时器.

【实验原理】

1. 交流单相供电电路

随着科学技术的发展,越来越多的家用电器、办公用电器进入人们的生活.了解供电方式、单相电电路的组成、安全用电、防止触电事故的发生是每个学生必须掌握的知识.

单相供电电路一般由以下部分组成:电源、电度表、熔断器、漏电保护器、开关、电灯、插座等.现在一般都用断路器或漏电保护断路器来取代传统的保险丝、漏电保护器.一般供电电路为三相五线制,三根相线,一根中线和一根地线.三根相线每相之间相电压为 380 V.单相电路为单相三线制.一根相线,一根中线和一根地线.单相电源是由三相电其中某一根相线(俗称火线)和一根中线(又称零线)构成,电压 220 V,频率 50 Hz.地线接在三眼插座的顶端,由插头线连通电器的外壳,以防触电事故.

单相电度表,又称单相交流电能表.交流电度表一般都采用感应原理而制成.其结构包括两个固定铁心线圈(电压线圈和电流线圈)活动转盘和转轴连带的计数器.电度表接入电路后,通过电压线圈和电流线圈的电流分别产生交变磁通,这两个磁通穿过铝盘产生感生电流(即涡流),这涡流与交变磁通相互作用产生转动力矩,使铝盘转动.这转动力矩与负载消耗的有功功率成正比.通过转轴上的蜗轮,蜗杆使计数器计数,以字轮显示电能的消耗,见图 40-1.

使用时,工作电压、工作电流应小于或等于电度表的额定值,短时最大工作电流一般不得超过电表额定电流的两倍.电表的安装要与地面垂直.连线时进端接电源,出端接负载.表内电压线圈的“*”端与电流线圈已接好.电源的相线与接线盒内的“1”端相接,电源中线接“4”端,出线端“3”为相线,“5”为中线.见图 40-2.电度表误差为

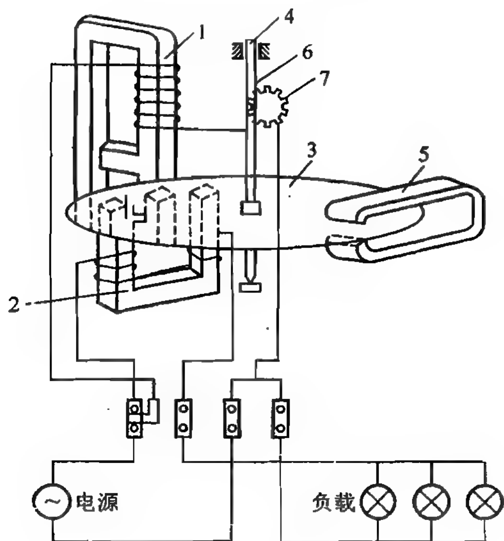


图 40－1　单相电度表的结构示意图

1. 电压线圈　2. 电流线圈　3. 铝盘　4. 转轴
5. 永久磁铁　6. 蜗杆　7. 蜗轮

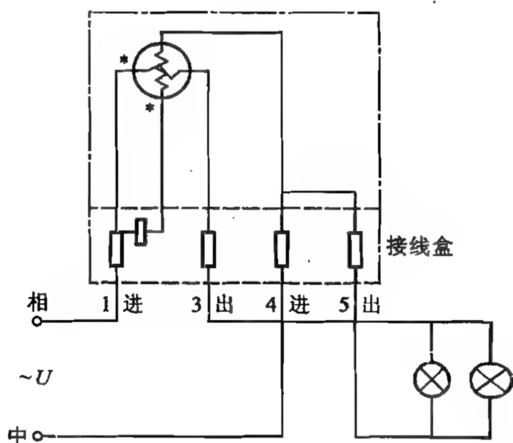


图 40－2　单相电度表的连线

$$r=\frac{N_0-N}{N}\times 100\% \tag{40.1}$$

式中：N_0 为铭牌上标出的每千瓦时的转数，一般 $N_0=1\ 500$ 转/(kW·h)；N 为实验中测得的每千瓦时的转数.

$$N=\frac{n}{Pt} \tag{40.2}$$

式中：n 为 t 时刻的内电度表铝盘转的圈数；t 的单位为小时；P 为功率(单位 kW).

断路器：相当于多刀开关、熔断器、热继电器和欠电压继电器的组合，是一种不仅可以接通和切断正常负载电流、电动机工作电流和过载电流，又可接通和切断短路电流的开关电器. 它用于线路的过载短路或欠电压保护，还可用于不频繁通、断操作电路. 常用的低压断路器，分为万能式(框架式)和塑料外壳式(塑壳式)两类. 万能式(DW 系列)体积大，用于大容量电路，塑壳式(DZ 系列)结构紧凑，操作安全，用于小容量电路，额定电流常见的有 10 A，20 A，25 A，50 A，100 A，250 A，600 A 等. 图 40－3 为低压断路器的原理图. 主触头闭合后，自由脱扣机构将主触头锁在合闸位置上. 当主电路发生短路时，短路电流使过流脱扣器 7 的吸力增加，将衔铁 9 吸合，并撞击杠杆 5，把搭钩 3 顶开，主触头 1 分闸. 当电路过载时，过载电流经过加热电阻丝 13 使金属片 12 受热弯曲，通过杠杆 5 将搭钩 3 顶开. 当主电路欠压时，欠压脱扣器 8 的吸力减小，衔铁 10 被弹簧 11 拉开，同样可撞击杠杆 5 和搭钩 3，使主电路分闸. 根据不同用途，断路器可配备不同的脱扣器. 断路器的手柄是作为正常情况下通、断电路及故障跳闸后重新接通电路之用.

塑壳式断路器由触头系统、灭弧系统、脱扣器和动作机构几部分构成.

触头系统用以接通或切断电路. 小容量(200 A 以下)断路器只有主触头. 200～600 A 有双挡

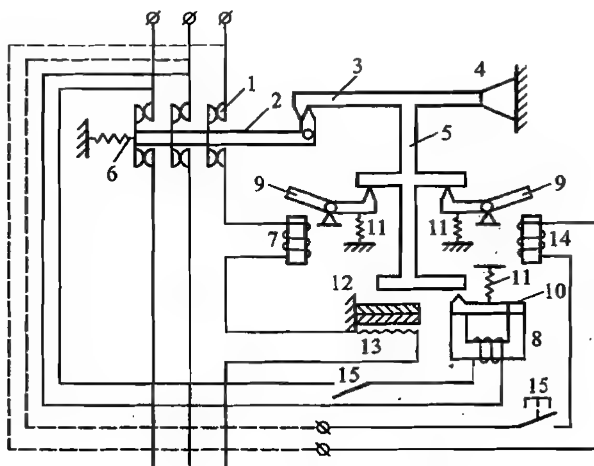


图 40－3 低压断路器原理图

1. 主触头 2. 锁键 3. 搭钩(代表自由脱扣机构) 4. 转轴 5. 杠杆
6. 复位弹簧 7. 过流脱扣器 8. 欠压脱扣器 9,10. 衔铁 11. 弹簧
12. 热脱扣器双金属片 13. 热脱扣器热电阻丝 14. 分离脱扣器 15. 按钮

触头，主触头承担主回路导电任务，弧触头主要分断电弧的任务，保护主触头. 1 500 A 以上断路器为三挡触头，在主、弧触头间增加一挡副触头. 主触头用来长时间、稳定地流过主回路电流. 为了防止主触头在通断过程被电弧烧坏，与主触头并联了一个由耐电弧、耐熔焊材料制成的弧触头. 在操作过程中，弧触头先于主触头闭合，后于主触头分断. 因此电弧只形成在弧触头上，从而保证了主触头不被烧蚀，能长期稳定工作.

灭弧系统用以熄灭触头在切断电路时所产生的电弧，它常采用铁板制成的栅片和窄片相结合的复式结构，触头切断电路时产生电弧，电弧的交变电场使栅片磁化，在电磁力的作用下，电弧被吸入灭弧罩内并被栅片分割成多段，迅速冷却使电弧熄灭. 脱扣器是断路器的感测元件，接收操作人员或继电器保护装置发出的信号，通过传动机构使断路器跳闸切断电路.

动作机构分操作机构和自由脱扣机构. 操作机构有手动操作和电动操作. 自由脱扣机构是实现操作机构与触头系统之间的联系. 在电路发生故障时，通过脱扣器使自由脱扣机构解扣而自动分闸，使操作机构与触头间失去联系，此时如果搬动操作手柄，合闸力传不到触头不能合闸，从而避免电路故障合闸时的危险.

为了防止在电器的使用中，发生人身触电和漏电火灾、爆炸等事故，常使用剩余电流(漏电)保护断路器.

漏电保护断路器是在一般的塑壳式断路器中增加一个能检测剩余电流的传感元件(零序电流互感器)和剩余电流脱扣器组成.

零序电流互感器的结构原理图见图 40－4. 用导磁率很高的坡莫合金制成环形铁心. 载电流的多根导线穿过铁心，闭合铁心环上绕一定匝数的线圈作为次级线圈. 正常情况下穿过铁环的导线电流的矢量和应为零，铁心中的磁通则互相抵消，次级线圈中没有感应电势输出. 当电路中发生漏电或触电事故时，电路中有一漏电电流流过，使穿过互感器的电流矢量和不为零，在铁心中

磁通不为零，次级线圈中便感应出零序电势输出. 这电势经电子放大器放大，使漏电脱扣器动作，推动开关立即断开，切断电路，起到触电保护作用. 试验钮是用来检验漏电保护器动作可靠性. 按下按钮时，电阻跨接在相线与中线之间，产生一模拟漏电电流，检验漏电保护器开断能力是否灵敏. 防止人身触电事故，要采用漏电电流小于30 mA，快速动作在 0.1 s 内的漏电保护断路器. 漏电保护断路器取代了传统所用的保险器和漏电保护器. 漏电保护器的原理基本与漏电保护断路器中的漏电保护部分相同.

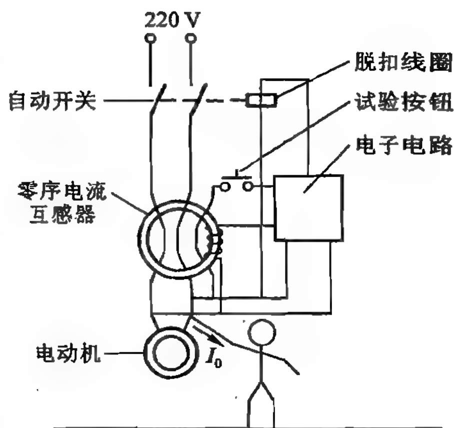


图 40－4　电磁式电流动作剩余电流保护断路器工作原理图

照明灯都通过开关连接电源，开关应串接在相线(火线)中，如用螺口灯头时，相线必须接在灯泡顶芯上.

插座有两眼或三眼，一般两眼插座左接中线，右眼接相线. 三眼插座的左眼接中线，右眼接相线，顶眼接地线(决不可接中线). 顶眼地线通过电器插头与电器金属外壳相连，以防触电. 见图 40－5 实验原理接线图.

使用电器设备时，一定要安全操作. 电流通过人体会有不同程度的伤害. 人体感到轻微刺痛或麻颤的最小电流为感觉电流. 成年男性为 1.1 mA，女性为 0.7 mA，直流电的感觉电流为 5 mA. 人体触电后能自由摆脱带电体的最大电流称为摆脱电流，成年男性为 16 mA，女性为 10 mA，直流电的摆脱电流为 50 mA. 人体在发生触电后在较短时间内危及生命的最大电流称为致命电流. 一般情况下通过人体的交流电流超过 50 mA 时，心脏就会停止跳动，出现致命危险. 研究资料证明，当电流大于 30 mA 时才有发生心室颤动的危险，因此，漏电保护断路器漏电脱扣动作电流，都设定为 30 mA. 人体心脏每收缩和扩张一次，中间约有 0.1 s 的间隙，在这 0.1 s 特定时间内心脏对电流最为敏感. 所以漏电保护断路器的漏电动作时间为≤0.1 s.

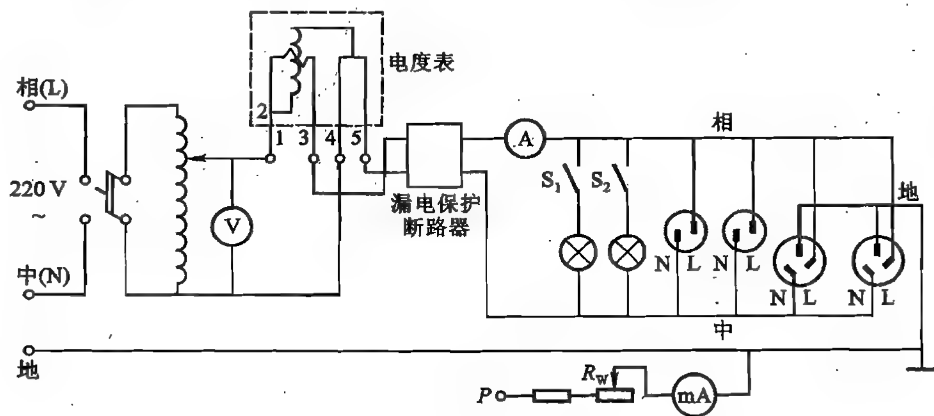


图 40－5　实验原理接线图

2. 单相异步电动机

单相异步电动机结构简单、成本低、噪声小、使用方便，广泛应用于社会生活的各个方面. 在

家用电器、电动工具、医疗器械、自动装置等方面应用最多．但单相异步电动机比同容量的三相异步电机体积大，运行性能差，一般只做成小容量，功率从几瓦到几百瓦．

交流异步电动机分三相异步电动机和单相异步电动机．

三相异步电动机的工作原理是定子线圈有三相绕组，空间对称排列成 120°．当三相对称电流通过三相对称绕组后，产生旋转磁场．在旋转磁场作用下，转子产生感应电动势，转子导体受到洛伦兹力，对转轴形成转矩，使转子跟随旋转磁场转动．为了要维持感应电流，转子的转速始终低于旋转磁场的转速．

单相异步电动机的工作原理如下：当单相电流通过一组定子线圈时，产生脉动磁场．这脉动磁场可分解为两个转速相等，方向相反的两个旋转磁场．每个磁场在转子中产生相反、相等的转矩．因此，只有一相绕组的单相异步电机不能自行启动．只有在电动机的定子铁心上放置在空间相差$\frac{\pi}{2}$的两个绕组，形成一定相位差的两个脉动磁场，其叠加后产生一个合成旋转磁场．在这个旋转磁场的作用下，转子产生感应电动势，从而产生启动转矩，使转子转动起来．

单相异步电动机的启动有各类型，单相电阻分相启动、单相电容分相启动、单相电容运转、单相电容启动和运转和单相罩极式等．我们实验中所使用的电扇是单相电容运转式电机．它的定子槽内嵌放两个绕组，分别称为主绕组 AX 和副绕组 BY．副绕组与一电容串联后与主绕组并联．见图 40－6．主、副绕组的各个线圈嵌在不同的定子槽内，在空间存在相位差．当主、副绕组接通单相交流电源，由于副绕组 BY 中串联了电容，使该绕组的电流 i_3 相位超前主绕组 AX 中的电流 i_4 相位$\frac{\pi}{2}$，如图 40－7 所示．两者的电流共同形成一个旋转磁场，带动转子转动，见图 40－8．这串联电容的副绕组，不仅在电机启动时起作用，而且在运转时也起作用，长期处于工作状态，因此能产生较强的旋转磁场，运行能力大大提高．

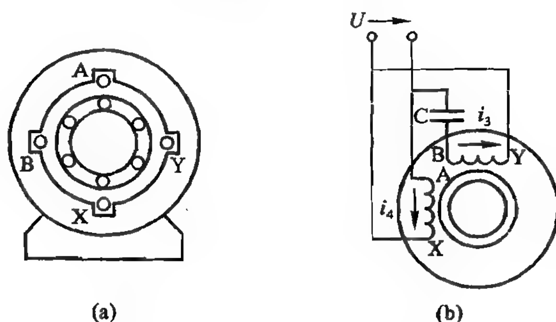


图 40－6　电容式异步电动机

(a) 结构示意图；(b) 接线原理图

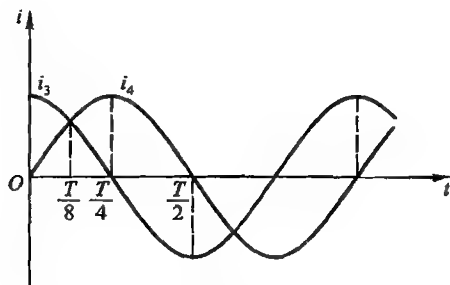


图 40－7　两相电流的波形

要想改变电机的转向．只要将主绕组或副绕组中的任一个绕组的两头对调，再接通电流即可．洗衣机的正、反转，就是由程序控制开关使主、副绕组接头切换而产生的．

单相交流电机的调速方法很多，以电扇为例，有电抗器调速、绕组抽头法调速、自耦变压器调速、电容法调速．除此外还有电子线路的无级调速及可以得到微风的调速电路．

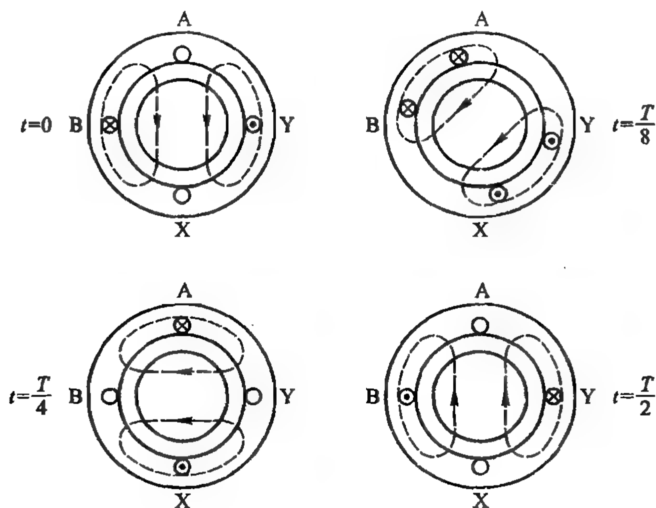


图 40－8 两相电流生成旋转磁场的图解

电抗器调速电路主要由电机、电容器、电抗器、琴键开关、定时器、指示灯等构成. 电抗器调速绕组与电机串联,通过琴键开关改变电抗器串入电路的线圈匝数,来改变电机两端的电压,达到调速的目的. 实验电路如图 40－9.

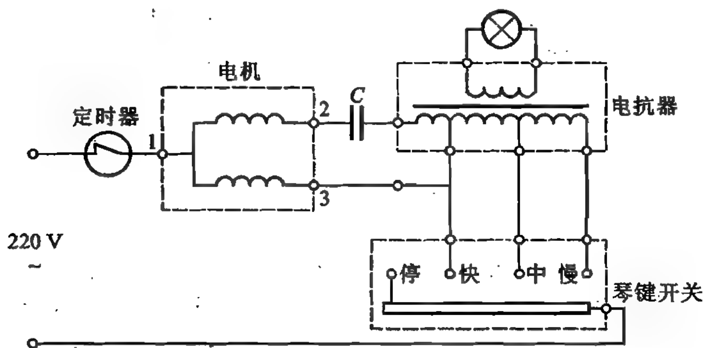


图 40－9 电抗器调速电路

【实验内容】

1. 单相供电电路

(1) 按图 40－5 接好线路. 注意电度表的接线、三眼插座的接线是否正确. 检查电路中相线、中线和地线接法是否正确. 然后调节变压器,使电压升到 220 V,按下开关使电灯发亮.

(2) 漏电保护器的检验. 按下漏电保护器的试验按钮,检查漏电保护器开关的开断动作是否灵敏.

*将 P 端接表棒触及到相线，调节电位器 R_W，观察漏电保护器动作(切断)时，毫安表所示的漏电保护器的动作电流.

(3) 电度表的测试. 合上 S_1 键，调压变压器输出为 220 V 时，记录电度表的铝盘转动 10 圈所需要的时间 t_1，再合上 S_2，记录 t_2. 重复 3 遍. 通过公式(40.1)和(40.2)计算电度表误差 r.

(4) 电度表的潜动检查. 潜动是指电度表的无载自转.

合上 S_1，S_2 键，工作电压为 220 V，使电度表正常工作. 断开 S_1，S_2(没有负载)，观察电度表铝盘转动. 如不超过一圈，则电度表的潜动合格.

断开 S_1，S_2 键，使调压器空载. 调节调压器，使输出电压从 180 V 升到 240 V，观察电度表的铝盘转动，不超过一圈为潜动合格.

2. 单相异步电动机的起动与调速

(1) 用万用电表的电阻挡测量图 40－9 中电机的三根引线间的电阻. 电阻值大的是主、副绕组两根引线(2,3)间，再测 1－2 和 1－3 间的电阻，阻值小的是主绕组，阻值大的即为副绕组. 将各绕组的直流电阻值记下.

(2) 记录电抗器各引出线间的直流电阻值.

(3) 按图 40－9 连接好电路，经检查无误后接通电源. 用万用电表分别测量电源电压和快、中、慢各挡时电机两端(主绕组)的电压.

(4) 副绕组(图 40－9 中 2 引线)不接电容 C，直接接电抗器，观察电机起动(必须用手转动扇叶电机方能起动).

(5) 恢复图 40－9 电路，改变主、副绕组位置(2,3 接头对调)观察电机反转.

(6) 用调压变压器改变电源电压，从 220 V 降到 180 V，观察电机转动情况.

*(7) 用数字转速仪测量风扇在以上各状态的转速.

*(8) 改用副绕组中有 3 个抽头的单相异步电机. 副绕组的 3 个抽头替代图 40－9 中的电抗器. 测量这 5 根引线间的电阻，判断哪两根引线为主绕组，哪几根为副绕组的抽头. 依次排列编号记下各绕组间的直流电阻值. 仿照图 40－9 接好起动电容和琴键开关，接通电源，要求电机正转(顺时针转)，按下琴键开关，使电机转速有慢、中、快、停明显变化. 改变电路，使电机反转(逆时针转). 同样有三挡不同转速. 分别画出电机正转、反转时的实际电路图，并标清线圈引线的编号.

二、测量交流电路功率

【目的要求】

(1) 巩固交流电基本概念；

(2) 初步学习使用各种交流电表；

(3) 学习测量交流电功率和功率因数的方法.

【仪器用具】

日光灯，辉光自动启动开关，镇流器，保险盒，电容器四个，调压变压器，瓦特计，交流安培计，交流伏特计，双刀开关.

【实验原理】

1. 交流电路的特点

正弦交流电在工农业生产、科研、日常生活中应用很广，其性质与直流电有很大的不同．图 40－10 是一个电阻 R 与电感 L 串联再与电容 C 并联的交流电路，图中 R_L 为电感的有功电阻，它包括电感的直流电阻，由于各分路的电压(或电流)之间以及总电压与总电流之间，除了有幅值(一般以有效值表示)的关系之外，还存在着相位的关系，因而各分段电压之和与总电压的关系，或并联支路的分电流和总电流的关系，都不能用代数和来处理，即

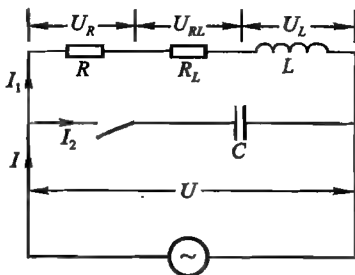


图 40－10　RLC 交流电路

$$\begin{cases} U \neq U_R + U_{RL} + U_L \\ I \neq I_1 + I_2 \end{cases} \tag{40.3}$$

而必须用矢量和来处理，即

$$\begin{cases} \boldsymbol{U} = \boldsymbol{U}_R + \boldsymbol{U}_{RL} + \boldsymbol{U}_L \\ \boldsymbol{I} = \boldsymbol{I}_1 + \boldsymbol{I}_2 \end{cases} \tag{40.4}$$

若取电流 $\boldsymbol{I}_1$ 的方向为相位的参考标准，则 $\boldsymbol{U}_R$，$\boldsymbol{U}_{RL}$ 应与 $\boldsymbol{I}_1$ 同相位，而纯电感 L 上的电压 $\boldsymbol{U}_L$ 的相位应比电流 $\boldsymbol{I}_1$ 超前 $\pi/2$，用矢量图解法可画成图 40－11 所示．从图 40－11 中可知，U 为总电压的幅值，φ_1 为电流 $\boldsymbol{I}_1$ 落后于电压 U 的相位差．有

$$\begin{cases} U = I_1\sqrt{(R+R_L)^2+(\omega L)^2} \\ \varphi_1 = \arctan\left(\dfrac{\omega L}{R+R_L}\right) \end{cases} \tag{40.5}$$

交流负载消耗平均的功率 P，应写为

$$P = IU\cos\varphi \tag{40.6}$$

式中：φ 是负载电流 $\boldsymbol{I}$ 和负载电压 $\boldsymbol{U}$ 的相位差，$\cos\varphi$ 称为该负载的功率因数．它在配电设备中是一个很重要的量．当负载消耗功率 P 和电源电压 U 一定时，设法提高该电路的功率因数 $\cos\varphi$ 就能减少电源的电流负担，因此，$\cos\varphi$ 就有着电源利用效率的意义．

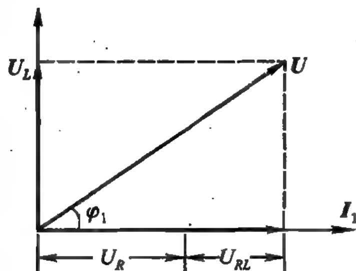


图 40－11　矢量图解法

如果把图 40－10 中的 R 换为一个日光灯，就成为日光灯电路．在考虑功率问题时，可以把日光灯近似看作一个电阻．要提高日光灯电路的功率因数，可在电路中并联一电容 C，如图 40－10只要选择适当的电容值，使电路的总阻抗呈现纯电阻性(相当于电路谐振时)，就能使电路总电压和总电流之间的相位差为零，即 $\varphi=0$，$\cos\varphi=1$．对于一定的电源电压 U 和负载所消耗的功率 P，此时总电流 I 为极小．由实验二十二的式(22.8)可知此最佳电容值为

$$C = \frac{L}{(R+R_L)^2+\omega^2L^2}$$

并联电容 C 的物理意义也可从矢量图 40－12 看出．在并联电容前，负载是电感性的，其

$\varphi_1>0,\cos\varphi_1<1$.并联上电容 C 后,则由于电容电流 I_2,较其电压 U 超前 $\pi/2$.故在 I_2 与 I_1 作矢量和时,能使总电流 I 对 U 的相位差 φ 变小,在图 40－12 中,选择适当的电容 C,可使 $\varphi=0,\cos\varphi=1$,这时 $I<I_1$ 而达最小值.在图 40－12 中,有

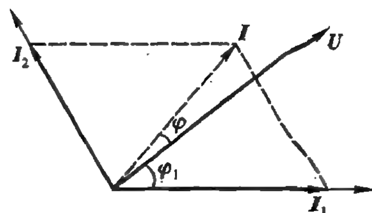


图 40－12　电容补偿原理

$$I_2=U\omega C,\qquad I_1=\frac{U}{\sqrt{(R+R_L)^2+(\omega L)^2}}$$

这一过程的物理意义是:交流电流通过 R 和 L,当瞬时电流由小增大时,一部分电能被 R 消耗掉,而另一部分电能却被 L 吸收并以磁场形式贮存起来;当瞬时电流由大变小时,L 把这部分能量放出交回电源.这部分能量在电源和负载之间来回传输,既不能用来提供更多的负载需要,又要在输电线上白白消耗掉一部分.并联电容后,电感 L 所放出的能量正好被电容 C 吸收并贮存起来,当电感要吸收能量时就由电容器放电供给.这样,电容与电感间的能量交换就代替了电感与电源之间的能量交换,从而减小了电源输出的瞬时功率,因此功率因数就提高了.

2. 日光灯及其电路

本实验所要研究的交流电路是常用的日光灯电路(图 40－13).现分述如下:

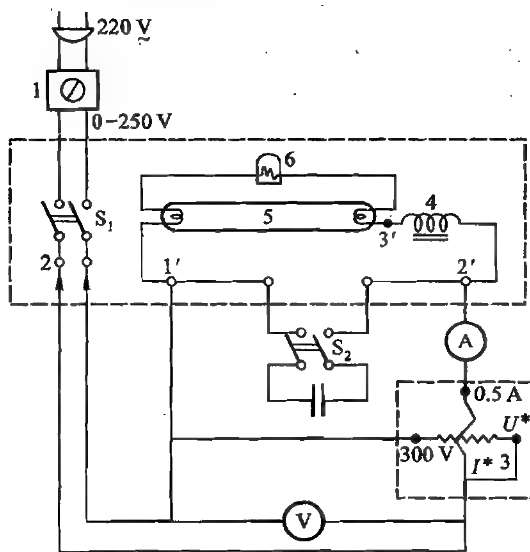


图 40－13　日光灯电路

1. 调压器　2. 保险丝　3. 瓦特计　4. 镇流器　5. 日光灯管　6. 起辉器

(1) 日光灯管、镇流器及辉光开关

日光灯管是一个密封的充气管,管内充有稀薄的氩气,并放有微量的汞.管的内壁涂上荧光粉,当紫外光照在上面时,它会发出与日光相似的白光.管子两端有一对用钨丝绕成涂有氧化物的灯丝.当电流通过阴极,加热灯丝使氧化物发射出电子.在灯管两端加上一个高电压时,则可使管内氩气电离放电.氩气放电后,灯管温度升高、管内汞蒸气压上升.由于电子、离子撞击汞原子,

灯管由氩气放电过渡到汞蒸气放电，汞原子辐射出紫外线，激发管内壁的荧光粉发出白光.

镇流器是一个低频扼流圈，即在硅钢片制成的铁心上绕一组线圈.不同功率的日光灯的镇流器的铁心截面、线圈匝数、限流范围均不相同.因此镇流器与日光灯功率必须相配.镇流器的作用有二：第一，限制日光灯电流，不使它过大；第二，在起燃日光灯时，线路电流突然变化，由于电感线圈的自感现象，产生一个突变的高电压，加在灯管两端，使灯管开始放电.

辉光开关的构造是封在玻璃泡内的一条双金属片和静触片.泡内充惰性气体(一般是氖气)，外带一个小电容器，整个装在一个铝壳内，如图 40－14 所示.它的作用是使电路接通和自行切断，起辉器规格也需与日光灯功率相配.

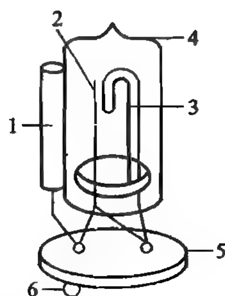


图 40－14　辉光开关
1. 电容器　2. 静触片
3. 双金属片　4. 玻璃泡
5. 胶木座　6. 插头

(2) 日光灯的线路及起燃过程

日光灯电路如图 40－13 所示(图中虚线内电路已安装在木板上)，当合上开关，接通电源时，起辉器放电导通(电流很小)，起辉器本身发热.双金属片受热膨胀，与静触片短路接通，从而使日光灯两端的灯丝和镇流器在电路中串联起来，此时电流较大，灯丝得到加热.但由于起辉器金属片短路接通，起辉器放电熄灭，双金属片冷却，因此在 1～3 s 后自行断开导致电路电流突然变化.镇流器由于自感现象产生很高的反向电压，使灯管开始放电，产生紫外线激发荧光粉发出白光.此后电路不再通过起辉器，直接经日光灯形成回路.

3. 电功率和功率因数的测量

常用的有瓦特计法和示波器法.瓦特计适用于测量直流或低频情况下较大的功率；示波器适用于测量较高频情况下较小的功率.在此只介绍用瓦特计测功率及功率因数.

本实验用电动式瓦特计，它的内部装有两个线圈(见图 40－15).其中线圈Ⅰ是固定线圈，电阻小，在电路中与负载串联相当于安培表，称为“电流线圈”.线圈Ⅱ是可转动的，它和指针相连，本身的电阻也较大，而且往往串联上扩程用的高电阻，用时与负载并联相当于电压表，称为“电压线圈”.当有电流通过时，电流线圈产生磁场，电压线圈受电磁力矩而偏转.

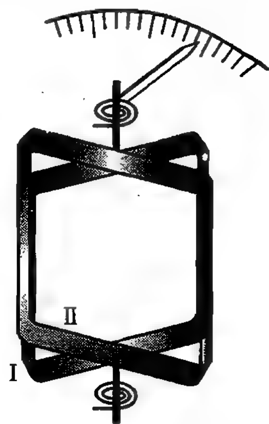


图 40－15　瓦特表的线圈

设负载两端电压 $u(t)=U_0\sin\omega t$，通过的电流 $i(t)=I_0\sin(\omega t+\varphi)$，线圈Ⅰ与负载串联，通过它的电流为 $i(t)$.线圈Ⅱ与负载并联，通过它的电流为 $u(t)/r$，r 为电压线圈的电阻(或者还加上扩程电阻).活动线圈所受力矩与两个线圈的电流的乘积成正比，故某一时刻所受的力矩为

$$M(t)=Ki(t)\cdot\frac{u(t)}{r}=KI_0U_0\cdot\frac{1}{r}\sin\omega t\sin(\omega t+\varphi)$$

平均力矩为

$$M=\frac{KIU}{r}\cos\varphi=AP,\qquad A=\frac{K}{r}$$

式中：A 是一常数，故所受平均力矩和负载的平均功率成正比.从而可按平均消耗功率在瓦特计

读数盘上刻度.实验中瓦特计接线方式有两种如图40-16所示.本实验用D26-W型瓦特计,与图40-16(b)相对应的瓦特计接线方式如图40-17所示.

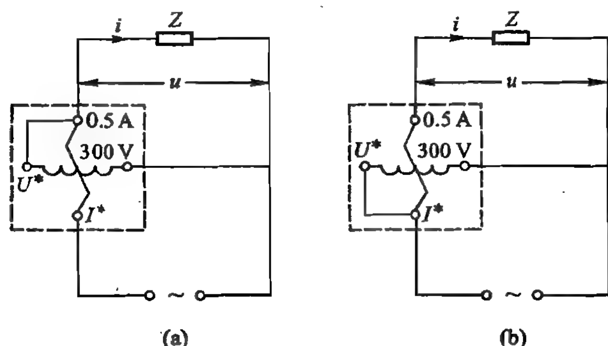


图40-16 瓦特计的两种接法

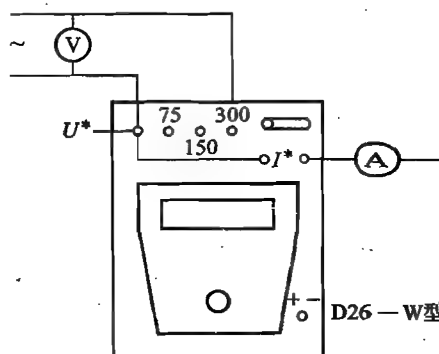


图40-17 瓦特计

【实验内容】

(1) 连接电路,逐渐增大调压器输出电压至220 V,使日光灯点亮.

(2) 连接电路如图40-13,保持电压表两端电压为220 V,然后用高内阻的交流电压表测镇流器两端电压 U_L(它是 $U_{RL}+U_L$ 的有效值),日光灯管两端电压 U_R,日光灯和镇流器上总电压 U 和电流 I.

(3) 观测在日光灯和镇流器两端(1′和2′处)并联不同电容时,功率、功率因数和电流的关系.实验室给出电容4个(0.5 μF,1 μF,2 μF,4 μF),请组合成1～7 μF的电容,在相同电压 $U=$ 220 V情况下,测出各对应的总电流 I,总消耗功率 P,在使功率因数最高的两个电容之间,再加0.5 μF电容测量一次.列表算出各个 $\cos\varphi$ 值,并找出使功率因数最高的电容数值 C_0.

注意:换接电容时,先将调压器减小至零,再打开 S_2.

(4) 将实验内容3中算出的 R_L 和实验内容2中各测量值,代入(40.5)式算出 U,并与测量值进行比较.

(5) 测量镇流器的电感 L 和有功电阻 R_L.电路同上,但日光灯不接入电路,即将图40-13中"1′"接到"3′",通过镇流器的电流 I 从10～300 mA分别取10个值,测出此时镇流器两端电压 U_L' 和其消耗的功率 P'.由此计算出镇流器的电感值 L 和有功电阻 R_L.分别作电感 L,有功电阻 R_L 与通过电流 I 的关系曲线.

【注意事项】

(1) 接线柱 U^*,I^* 为内部电压互感器的接地端,75,150,300分别表示电压线圈的额定电压为75 V,150 V,300 V,0.5 A(如图40-17中电流线圈的另一接头)表示电流线圈的额定电流.使用时不论功率是否满度,加在电压线圈上的电压和通过电流线圈的电流都不得超过各自的

额定值.

(2) 使用时根据负载阻抗的大小按图 40-16(a)或(b)接线.但由于瓦特计电流线圈额定电流限制,负载电阻不宜太小,故一般应采用图 40-16(b)的接法,即 U^* 与 I^* 两者连在一起.若有一个线圈接反了,力矩也就反向,指针会反向偏转.在交流情况下,虽然电流是在不断改变方向的,但因电压也在不断相应改变方向,所以力矩方向是恒定的.对 D26-W 型瓦特计指针反向偏转时可利用换向开关改变极性.

如果同时用瓦特计、交流电流表、交流电压表测出平均功率 P 及电流 I 和电压 U,由(40.6)式可算出功率因数 $\cos\varphi$.

【思考题】

(1) 若用阻值大于日光灯和镇流器电阻$(R+R_L)$的变阻器和 L 串联作为负载,测出的功率和功率因数将变大些还是小些?

(2) 实验内容 3 中瓦特计读数应不应该随 C 变化? 为什么观察到有变化?

(3) 用你的实验数据说明,额定输出功率为 1 000 kW 的发电机可使多少支 20 W 日光灯工作? 有功功率,无功功率各是多少? 若日光灯功率因数提高到 0.8,可供多少支日光灯工作? 这时有功功率、无功功率各是多少?

实验四十一

RLC 串联电路的暂态过程

【目的要求】

(1) 用数字存储示波器观察 *RC*,*RL* 电路的暂态过程,理解电容、电感特性及电路时间常数 τ 的物理意义;

(2) 用数字存储示波器观察 *RLC* 串联电路的暂态过程,理解阻尼振动规律;

(3) 学习用数字存储示波器快速采集瞬态信号;

(4) 了解微分、积分电路特点.

【仪器用具】

电容、电感、电阻箱,功率函数信号发生器,数字存储示波器.

【实验原理】

在阶跃电压作用下,*RLC* 串联电路由一个平衡态跳变到另一平衡态,这一转变过程称为暂态过程.在此期间电路中的电流及电容、电感上的电压呈现出规律性的变化,称为暂态特性. *RLC* 电路的暂态特性在实际工作中十分重要,例如在脉冲电路中经常遇到元件的开关特性和电容充放电的问题;在电子技术中常利用暂态特性来改善波形或是产生特定波形.但是在某些情况,暂态特性也会造成危害,例如在接通、切断电源的瞬间,暂态特性会引起电路中电流、电压过大,造成电器设备和元器件的损坏,这是需要防止的.本实验要观察和分析*RLC* 串联电路暂态过程中电压及电流的变化规律.

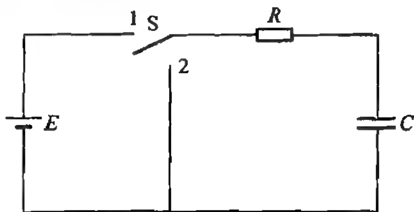


图 41-1　*RC* 暂态电路

1. *RC* 电路的暂态过程

电路如图 41-1,当开关 S 合向"1"时,直流电源 E 通过 R 对电容 C 充电;在电容 C 充电后,把开关 S 从"1"合向"2",电容 C 将通过 R 放电.电路方程为

$$u_C + iR = E$$

将 $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$代入上式,方程可写为

充电过程:
$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC} \quad t=0\text{ 时},u_C=0 \tag{41.1}$$

放电过程:
$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}u_C = 0 \quad t=0\text{ 时},u_C=E \tag{41.2}$$

方程的解分别为

充电过程：
$$\begin{cases} u_C = E(1 - \mathrm{e}^{-t/RC}) \\ i = \dfrac{E}{R}\mathrm{e}^{-t/RC} \quad 或 \quad u_R = E\mathrm{e}^{-t/RC} \end{cases} \tag{41.3}$$

放电过程：
$$\begin{cases} u_C = E\mathrm{e}^{-t/RC} \\ i = -\dfrac{E}{R}\mathrm{e}^{-t/RC} \quad 或 \quad u_R = -E\mathrm{e}^{-t/RC} \end{cases} \tag{41.4}$$

由上述公式可知，在充电过程中，u_C 和 i 均按指数规律变化，充电时 u_C 逐渐加大，而放电时则逐渐减小.(41.4)式中电流的负号表示放电过程的电流方向与充电过程相反.

实验中，可通过 u_R 来观察 i 的变化. u_C 和 u_R 随时间变化的曲线如图 41－2 所示. 在阶跃电压作用下，u_C 不是跃变，而是渐变接近新的平衡数值，其原因在于电容 C 是储能元件，在暂态过程中能量不能跃变.

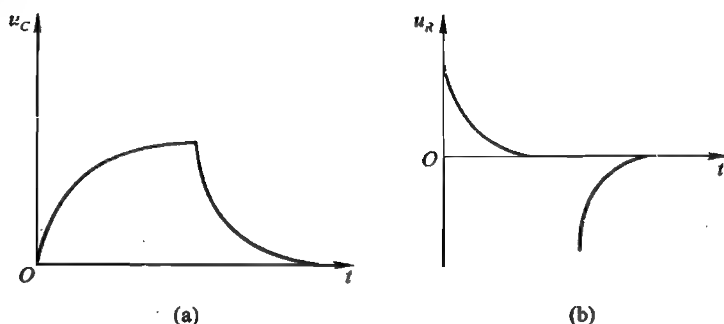


图 41－2　RC 充、放电路

在充电瞬间，充电电流 i 非常大，这是因为 $i = C\mathrm{d}u_C/\mathrm{d}t$，但同时 i 的变化也要受到电阻 R 的制约，不可能无限大，它由下式决定

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{E - u_C}{R} \tag{41.5}$$

令 $\tau = RC$，τ 称为 RC 电路的时间常数. 在(41.4)式中，当 $t = \tau = RC$ 时，有

$$u_C = E\mathrm{e}^{-1} = 0.368E \tag{41.6}$$

可见，τ 表示放电过程中，u_C 由 E 衰减到 E 的 36.8% 所需的时间. τ 值越大，u_C 变化越慢，即电容(充)放电进行得越慢. 图 41－3 给出了不同 τ 值的 u_C 衰减曲线. 一般认为 $t = 5\tau$ 时，基本达到新的稳定态，这时，

$$u_C = E\mathrm{e}^{-5} = 0.007E$$

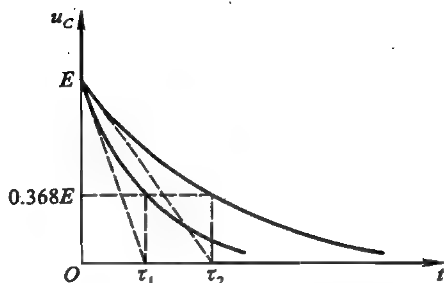


图 41－3　τ 对充、放电过程的影响

通过时间常数 τ、电压 u_C 和时间 t，以及 R，C 数值之间建立了对应关系. 根据这一特性可制成延时电路，在实际中得到广泛应用，例如用于自动熄灭的节能灯电路中.

2. *RL* 电路的暂态过程

电路如图 41－4，当开关 S 合向“1”时，电路中有电流 i 流过，但由于通过电感的电流不能突变，电流 i 的增长有一相应的变化过程. 同理，当开关 S 从“1”倒向“2”时，i 也不会骤然降至零，而只会逐渐消失. 电路方程为

图 41－4　*RL* 暂态电路

电流增长过程　$L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+iR=E,t=0$ 时，$i=0$　　(41.7)

电流消失过程　$L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+iR=0,t=0$ 时，$i=\dfrac{E}{R}$　　(41.8)

方程的解分别为

电流增长过程
$$\begin{cases}u_L=E\mathrm{e}^{-tR/L}\\ i=\dfrac{E}{R}(1-\mathrm{e}^{-tR/L})\quad 或\quad u_R=E(1-\mathrm{e}^{-tR/L})\end{cases}\tag{41.9}$$

电流消失过程
$$\begin{cases}u_L=-E\mathrm{e}^{-tR/L}\\ i=\dfrac{E}{R}\mathrm{e}^{-tR/L}\quad 或\quad u_R=E\mathrm{e}^{-tR/L}\end{cases}\tag{41.10}$$

可见，不论是电流增长还是消失过程，u_R 和 u_L 都是按指数规律变化，电路的时间常数 $\tau=L/R$. 图 41－5(a)，(b)分别画出电流增长和消失过程的 u_L-t 和 u_R-t 曲线图形.

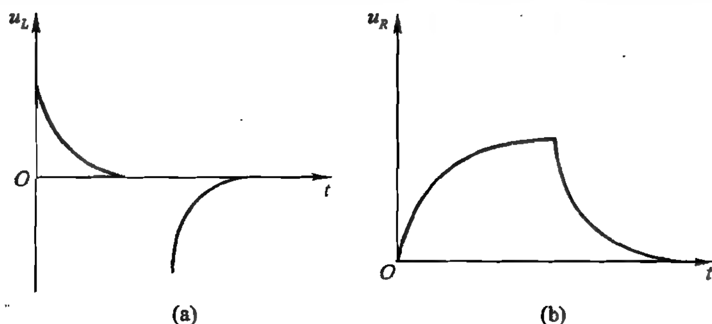


图 41－5　*RL* 充、放电曲线

3. *RLC* 串联电路的暂态过程

电路如图 41－6. 先观察放电过程，即开关 S 先合向“1”使电容充电至 E，然后把 S 倒向“2”，电容就在闭合的 *RLC* 电路中放电. 电路方程为

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}+Ri+u_C=0$$

又将 $i=C\mathrm{d}u_C/\mathrm{d}t$ 代入得

$$LC\frac{\mathrm{d}^2u_C}{\mathrm{d}t^2}+RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=0\tag{41.11}$$

根据初始条件 $t=0,u_C=E,\mathrm{d}u_C/\mathrm{d}t=0$ 解方程. 方程的解分为 3 种情况：

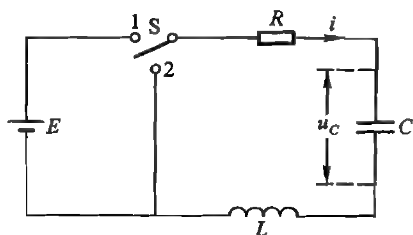


图 41－6　*RLC* 暂态电路

① $R^2<4L/C$ 属于阻尼较小的情况，其解为

$$u_C=\sqrt{\frac{4L}{4L-R^2C}}Ee^{-t/\tau}\cos(\omega t+\varphi) \tag{41.12}$$

其中时间常数

$$\tau=2L/R \tag{41.13}$$

衰减振动的角频率

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{1-\frac{R^2C}{4L}} \tag{41.14}$$

u_C 随时间变化的规律如图 41－7 中曲线Ⅰ所示，即阻尼振动状态．此时振动的振幅呈指数衰减．τ 的大小决定了振幅衰减的快慢，τ 越小，振幅衰减越迅速．

如果 $R^2\ll 4L/C$，通常是 R 很小的情况，振幅的衰减很缓慢，从(41.14)式可知

$$\omega\approx 1/\sqrt{LC}=\omega_0 \tag{41.15}$$

此时近似为 LC 电路的自由振动，ω_0 为 $R=0$ 时 LC 回路的固有频率．衰减振动的周期

$$T=2\pi/\omega\approx 2\pi\sqrt{LC} \tag{41.16}$$

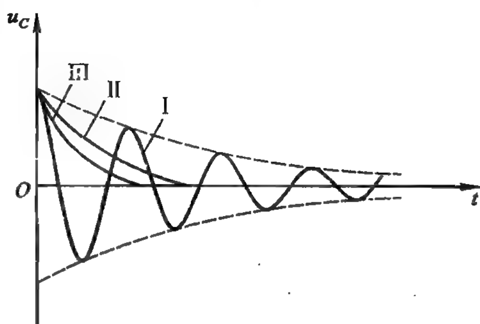


图 41－7　三种阻尼曲线

② $R^2>4L/C$ 对应于过阻尼状态，其解为

$$u_C=\sqrt{\frac{4L}{R^2C-4L}}Ee^{-\alpha t}\mathrm{sh}(\beta t+\varphi) \tag{41.17}$$

式中：　$\alpha=\dfrac{R}{2L}$，$\beta=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\dfrac{R^2C}{4L}-1}$

(41.17)式所表示的 u_C-t 的关系曲线见图 41－7 中的曲线Ⅱ，它是以缓慢的方式逐渐回零．可以证明，若 L 和 C 固定，随电阻 R 的增长，u_C 衰减到零的过程更加缓慢．

③ $R^2=4L/C$ 对应于临界阻尼状态，其解为

$$u_C=E\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-t/\tau} \tag{41.18}$$

其中 $\tau=2L/R$．它是从过阻尼到阻尼振动过渡的分界点，u_C-t 的关系见图 41－7 中的曲线Ⅲ．

对于充电过程，即开关 S 先在位置“2”，待电容放电完毕，再把 S 倒向“1”，电源 E 将对电容充电，于是电路方程变为

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2}+RC\frac{du_C}{dt}+u_C=E \tag{41.19}$$

初始条件为 $t=0$ 时，$u_C=0$，$du_C/dt=0$．方程解为

$$R^2<\frac{4L}{C},\ u_C=E\left[1-\sqrt{\frac{4L}{4L-R^2C}}e^{-t/\tau}\cos(\omega t+\varphi)\right] \tag{41.20}$$

$$R^2>\frac{4L}{C},\ u_C=E\left[1-\sqrt{\frac{4L}{R^2C-4L}}e^{-\alpha t}\mathrm{sh}(\beta t+\varphi)\right] \tag{41.21}$$

$$R^2=\frac{4L}{C},\ u_C=E\left[1-\left(1+\frac{t}{\tau}\right)e^{-t/\tau}\right] \tag{41.22}$$

可见，充电过程和放电过程十分类似，只是最后趋向的平衡位置不同.

4. 信号源为矩形脉冲时的暂态过程

前面讨论的是直流电源作用下的单次充、放电过程，如果把矩形脉冲(如方波)接到 RC 电路中，这时电容及电阻上的电压变化与前述直流电源作用下的结果有所不同.由于方波输出周期地变化：$0\to E\to 0\to E\to\cdots$ 致使电容不断充电、放电.经过几个周期后，充放电过程趋于稳定，在荧光屏上看到的是达到稳定后的波形，如图 41－8 所示.充电、放电过程中电容及电阻上的电压波形为：

电容器充电过程：
$$\begin{cases} u_C(t)=E\left(1-\dfrac{e^{-t/\tau}}{1+e^{-T/2\tau}}\right) \\ u_R(t)=\dfrac{Ee^{-t/\tau}}{1+e^{-T/2\tau}} \end{cases} \tag{41.23}$$

电容器放电过程：
$$\begin{cases} u_C(t)=\left(\dfrac{E}{1+e^{-T/2\tau}}\right)e^{-t/\tau} \\ u_R(t)=-\left(\dfrac{E}{1+e^{-T/2\tau}}\right)e^{-t/\tau} \end{cases} \tag{41.24}$$

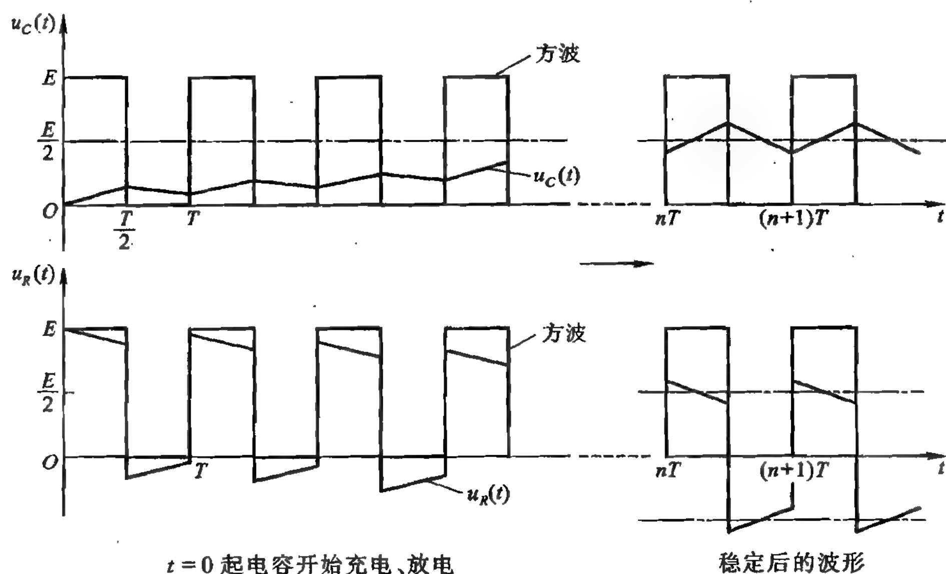


图 41－8 方波的 RC 充、放电过程

充、放电过程达到稳定后，u_C 和 u_R 波形的极值为：

电容充电过程结束 $t=\left(n+\dfrac{1}{2}\right)T$ 时：
$$\begin{cases} u_C\left[\left(n+\dfrac{1}{2}\right)T\right]=\dfrac{E}{1+e^{-T/2\tau}} \\ u_R\left[\left(n+\dfrac{1}{2}\right)T\right]=\dfrac{Ee^{-T/2\tau}}{1+e^{-T/2\tau}} \end{cases} \tag{41.25}$$

电容放电过程结束 $t=(n+1)T$ 时：

$$\begin{cases} u_C[(n+1)T]=\dfrac{Ee^{-T/2\tau}}{1+e^{-T/2\tau}} \\ u_R[(n+1)T]=-\dfrac{Ee^{-T/2\tau}}{1+e^{-T/2\tau}} \end{cases} \tag{41.26}$$

由上式可见，方波作用下的波形极值与直流电源作用下的结果有明显不同.稳定后，u_C 的平均值为$\dfrac{E}{2}$，而 u_R 的平均值为 0.

5. 微分、积分电路

RC 电路又可用作微分、积分电路，在实际工作中应用很广

(1) 积分电路：电路如图 41-9(a)，输入电压 u_1 为矩形波，输出电压 u_2 由电容上取出，即 $u_2=u_C$. u_2 的波形与 RC 电路的时间常数 τ 和脉冲宽度 t_p 有关.如果满足 $\tau \gg t_p$，则输出电压 u_2 为

$$u_2 = u_C = \frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t \approx \frac{1}{RC}\int u_1\mathrm{d}t \tag{41.27}$$

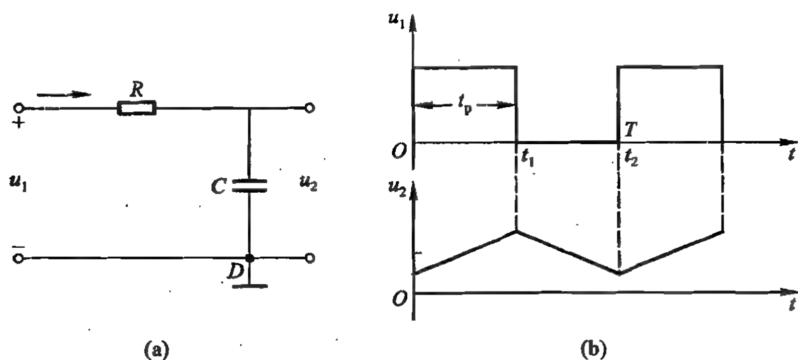


图 41-9 RC 积分电路

输出电压与输入电压近似满足积分关系，因此称为积分电路，典型的波形图如图 41-9(b).在脉冲电路中，常使用积分电路将矩形脉冲变换为锯齿波电压，用作扫描电压.

(2) 微分电路：电路如图 41-10，与积分电路不同在于用 u_R 作为电路的输出电压.同样，如果满足 $\tau \ll t_p$，

$$u_2 = iR = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \approx RC\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t}, \tag{41.28}$$

即输出电压 u_2 与输入电压 u_1 近似为微分关系，输出尖脉冲反映了输入矩形脉冲的跃变部分，是对其进行微分的结果，因此称为微分电路，其波形图如图 41-11 所示.在脉冲电路中，常使用微分电路将矩形脉冲变换为尖脉冲，作为触发信号.

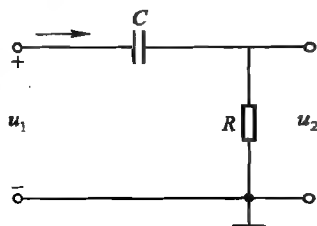


图 41-10 RC 微分电路

6. 瞬态波形的快速采集

直流电源作用下的 RLC 串联电路的暂态过程中 u_C，i 均为单次非周期性瞬态信号，用一般

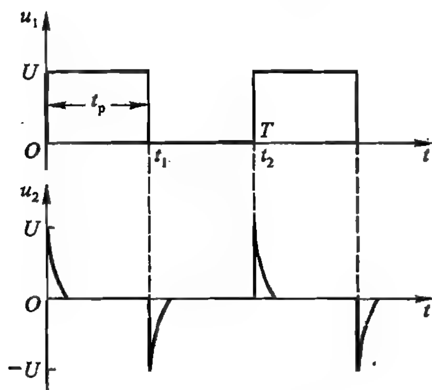


图 41－11 微分波形

示波器无法观察.使用数字存储示波器则可以对瞬态信号进行快速采集,可显示其波形,并可进行多种自动(或手动)测量,波形可存储;也可以与打印机联机,打印出实验结果;通过外接接口模块可将数据传送到计算机进行分析处理,这有助于分析瞬态波形的物理规律.

【实验内容】

(1) 学习使用数字存储示波器,请参看本实验附录和实验室准备的有关数字存储示波器的资料.

(2) 观测单次矩形脉冲作用下的 RC、RL、RLC 串联电路的暂态过程.实验电路如图 41－12 所示,信号源用函数发生器(用功率输出挡,其内阻约 5 Ω),先输出周期性矩形脉冲:频率 $f=250$ Hz,$V_{pp}=2.0$ V;X_1 和 X_2 为电路元件,根据测量内容的不同而代表不同的元件.示波器 CH1 通道用来测量总电压,CH2 通道用来测量 X_2 的电压,注意两个通道必须共地.为便于观察,要求将方波的低电平调整与示波器扫描基线一致(思考如何调节能满足上述要求).Y 轴输入耦合方式选择“DC”方式(为什么?).

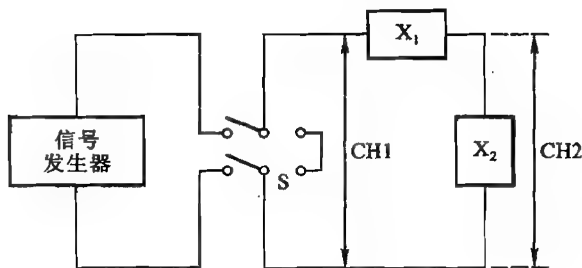


图 41－12 实验电路

参看本实验室准备的数字存储示波器资料中有关“捕捉单次信号”的方法,完成以下实验:

① 观察单次矩形脉冲作用下 RC 串联电路的暂态过程:X_1:$C=0.2$ μF,X_2:R 分别取

200 Ω,2 kΩ,×20 kΩ,观察 U_R 波形,测量时间常数 τ 并和理论计算值进行比较;调换 R 和 C 观察 U_C 波形,测量时间常数 τ 并和理论计算值进行比较,并解释波形变化规律.作图时将 R 取不同值的 U_R 波形画在一张图上,U_C 波形画在一张图上.

② 观察单次矩形脉冲作用下 RL 串联电路的暂态过程:X_1:$L=10$ mH($R_L=20$ Ω)X_2:R 分别取 20 Ω,200 Ω,观察 U_R 波形,测量时间常数 τ 并和理论计算值进行比较;调换 R 和 L 观察 U_L 波形,测量时间常数 τ 并和理论计算值进行比较,并解释波形变化规律.作图时将 R 取不同值的 U_R 波形画在一张图上,U_L 波形画一张图上.

③ 观察单次矩形脉冲作用下 RLC 串联电路的暂态过程:X_1:L(10 mH,$R_L=20$ Ω)与 R(分别取 0.0 Ω,400 Ω,2.0 kΩ,20 kΩ)串联,X_2:$C=0.2$ μF.

a. $R=0.0$ Ω 画 U_C 波形;测其频率与理论值比较.测量衰减振荡峰值的包络线,由式(41.12)可知,此包络线是按规律衰减的,因而第 n 个峰值 $u_C(n)$ 与第一个峰值 $u_C(0)$ 的关系为:

$$u_C(n)=u_C(0)\mathrm{e}^{-nT/\tau} \tag{41.29}$$

式中 T 为振荡周期.据上式用拟合法求出时间常数 τ,并与用公式(41.13)计算的结果进行比较.

b. 调节 R 测得临界电阻 R_C,并与理论值比较.

c. 记录在 $R=2.0$ kΩ,20 kΩ 的 U_C 波形.

(3) 周期性矩形脉冲下,RC 微分、积分电路.

① 微分电路:X_1:$C=0.2$ μF,X_2:R.取 $f=250$ Hz,$V_{pp}=2.0$ V,要满足 $\tau \ll t_p$,选 $R=$ 500 Ω,观察和记录微分波形.

② 积分电路:X_1:R,X_2:$C=0.2$ μF.取 $f=250$ Hz,$V_{pp}=2.0$ V,要满足 $\tau \gg t_p$ 选 $R=$ 60 kΩ,观察和记录积分波形.

*(4) 观察 RC 积分电路,在周期性矩形脉冲输入的起始阶段,其充电(或放电)过程未达到稳定时的过渡波形.

电路如积分电路,取 $f=250$ Hz,$V_{pp}=2.0$ V,取 $R=60$ kΩ,$C=0.2$ μF(满足 $\tau \gg t_p$)自己考虑操作步骤并实行,观察和记录波形.

【思考题】

(1) 试说明 RC 电路组成的延时开关的工作原理.

(2) 电容、电感均为储能元件,试从能量转换观点分析解释 RLC 阻尼振荡波形的原理及特点.

【附录】

数字存储示波器

从用途看,数字存储示波器和模拟示波器一样,是显示作为时间函数的电压波形(即 Y－T 模式)或两个函数之间的关系(即 X－Y 模式),但两者的工作原理有本质上的差异.模拟示波器的输入信号经过放大直接加到显示器的偏转板上来显示其波形,在信号频率很低时显示屏上显

示的是一个亮点在慢慢地移动看不到一个完整的波形，当信号消失时显示屏上的波形也随即消失. 数字存储示波器是对输入信号先进行取样和模 - 数转换，将输入的模拟信号转换为数字量并储存在存储器内，示波器内的微处理器则将存储器内的数字信号转换成可视波形. 由于它的存储功能，数字存储示波器特别适合俘获和显示单脉冲信号，当然它也能稳定地显示周期信号，但它不像模拟示波器那样的不间断地连续扫描，在取样后它要进行模 - 数转换、存储、显示等工作，在完成这些工作后再第二次对信号取样，常规的数字存储示波器只用百分之一的时间来捕获信号. 由于数字存储示波器将波形变成了数字形式，因而可方便地进行各种数学运算，如用快速傅里叶变换(FFT)进行频谱分析、自动测量峰 - 峰电压、上升时间等，还可与其他计算机联网. 正因为数字存储示波器的优越性能使它在测量领域得到了广泛的应用.

数字存储示波器的原理框图如 41 - 13 所示. 数字示波器的输入电路与模拟示波器相似. 前置放大器的输出信号由跟踪/存储或取样/存储电路进行取样，并由 A/D 转换器数字化，A/D 转换后信号变为数字形式存入到存储器. 取样时钟驱动 A/D 转换器、取样器和存储器，使它们谐调地工作.

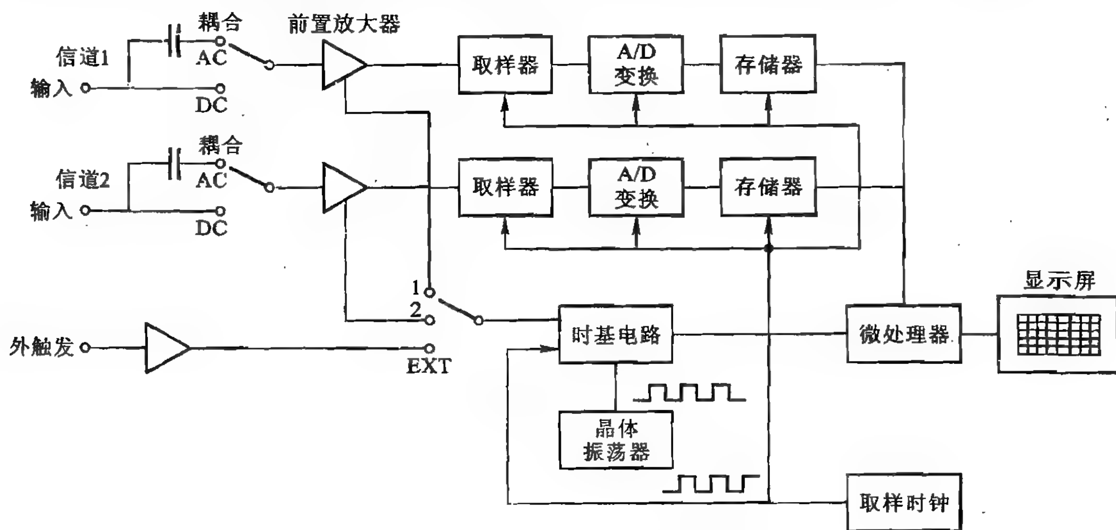


图 41 - 13　存储示波器工作原理图

波形存储后，由微处理器将波形变为可视图形，显示屏的刷新速度与输入信号的频率没有任何关系，只要视觉没有闪烁感就可以了. 数字存储示波器时基电路的功能与模拟示波器有很大的差别，它不产生锯齿波电压，它用一个频率精度很高的晶体振荡器来度量触发信号和取样时钟之间的时间差，微处理器据此来确定取样信号在显示屏上的位置.

数字存储示波器的另一个功能是能捕捉触发前的信号，显示屏中心所对应的是触发位置，右边是触发后的波形，左边是触发前的波形，而模拟示波器只能观察触发后的波形，不可能观察到触发前的波形.

下面就 Tektronix 公司的 TDS2002 数字存储示波器作一简单介绍.

(一) 屏幕说明

TDS2002 数字存储示波器的显示屏如图 41 - 14 所示，它可分为显示区、状态行、菜单 - 信

息栏和选择键(见图 41－15)四个部分：

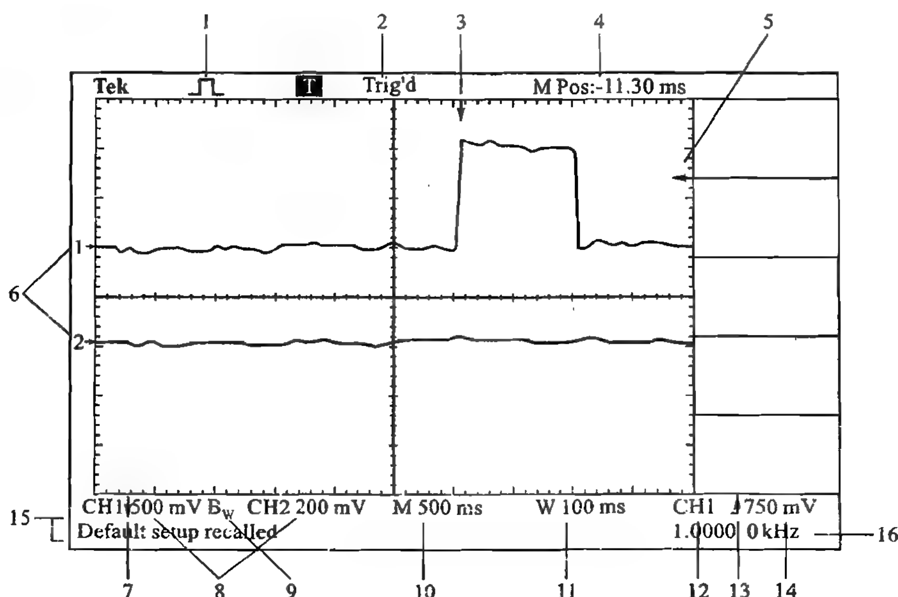


图 41－14 TDS2002 数字存储示波器显示屏

显示区：位于屏幕框线以内，垂直±4Div(格)，水平±5Div.

菜单－信息栏：位于屏幕框线右侧，为一列，指示菜单项目及信号信息.

选择键：位于屏幕右侧外(图 41－15 中的 29)，一列有 5 个无名键，用来选择菜单和测量的内容.

状态行：位于屏幕框线顶部和下部.

状态行中各图形和数字的含义是：

(1) 显示采样模式：为取样模式；为峰值检测模式；为平均模式.

(2) 触发状态显示：

□ 已配备，示波器正在采集预触发数据，在此状态下其他触发信号无作用.

R 准备接受触发信号.

T 已触发，正在采集数据.

● 停止，停止采集数据.

● 采集完成，完成一个单脉冲的采集.

R 自动，示波器处于自动模式并在无触发状态下采集数据.

□ 扫描，在扫描模式下示波器连续采集并显示波形.

(3) 此箭头表示水平触发的位置，旋转“水平位置”旋钮可调整此箭头的位置.

(4) 此读数显示中心刻度的时间，当箭头移动时此也随之改变.

(5) 此水平箭头显示触发电平.

(6) 此两水平箭头显示对应通道的接地电位.

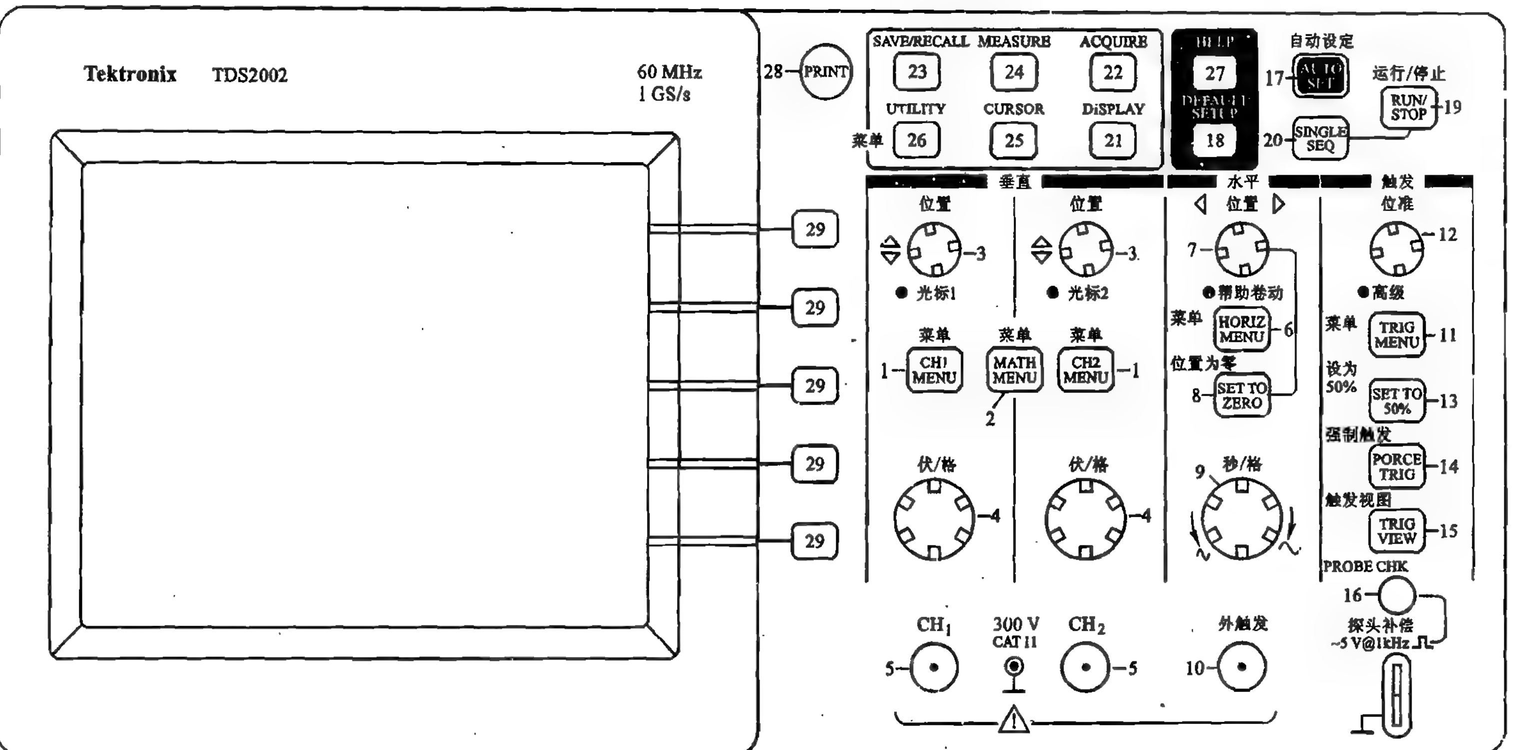


图 41－15　TDS2002 示波器面板图

1. CH_1、CH_2 MENU(菜单)　2. MATH MENU(数学计算菜单)　3. CH_1、CH_2 垂直位置(或光标 1、光标 2 位置)　4. 伏/格(CH_1、CH_2)　5. 输入端(CH_1、CH_2)　6. HORIZ MENU(水平菜单)　7. 水平位置(或帮助卷动)　8. SET TO ZORO(设置为零);　9. 秒/格(或时间/格)　10. EXT TRIG (外触发[输入]端)　11. TRIG MENU(触发菜单)　12. 触发电平　13. SET TO 50%(设置为 50%)　14. FORCE TRIG(强制触发)　15. TRIG VIEW(触发视图)　16. PROBE CHK(探头检查)　17. AUTO SET(自动设定)　18. DEFAULT SETUP(默认设定)　19. RUN/STOP(运行/停止)　20. SINGLE SEQ(单次序列)　21. DISPLAY(显示菜单)　22. ACQUIRE(采集菜单)　23. SAVE/RECALL(存储/调出菜单)　24. MEASURE([自动]测量菜单)　25. CURSOR([手动测量]光标菜单)　26. UTILITY(辅助功能菜单)　27. HELP(帮助菜单)　28. PRINT(打印)　29. 选择键(1～5)

(7) 箭头表示波形已反相.

(8) 显示该通道的垂直偏转因数.

(9) BW 表示该通道是限制带宽的.

(10) 显示扫描时间.

(11) 显示扩展窗口的扫描时间.

(12) 显示触发源.

(13) 用图标的形式显示触发类型:/表示上升沿触发,\ 表示下降沿触发.

(14) 触发电平.

(15) 显示有用信息,有的信息仅显示 3 s.

(16) 显示触发频率.

(二) 面板键钮及其基本功能

TDS2002 数字存储示波器面板参看图 41 - 15. 面板上的旋钮(knobs)与模拟示波器类同. 面板上的按键(key)有两类:一类是菜单键,按一下,弹出菜单(显示于屏幕菜单栏);另一类是即时作用键,按一下,立即动作,无须与菜单配合使用.

TDS2002 数字存储示波器面板上各键钮(按其功能,分为五个系统)的中、英文名称、操作方法、基本功能,参看表 41 - 1.

表 41 - 1 TDS2002 数字存储示波器键钮名称、主要功能、操作方法

系统	编号	英文名称	中文名称	操作方法	主要功能
垂直控制	1	CH_1 MENU、CH_2 MENU	通道 1 菜单、通道 2 菜单	按下	弹出通道 1、通道 2 菜单,用选择键设通道模式或参数:如,耦合方式,带宽限制,伏/格的粗调、细调,探头[比率],反相[与否]
	2	MATH MENU	数学计算菜单	按下	弹出数学计算菜单,用选择键设数学计算模式:如 CH_1 CH_2, $CH_2 - CH_1$, $CH_1 + CH_2$,[数学计算]FFT(快速傅里叶变换)
	3	POSITION ①(CH_1、CH_2), *②(Cursor1、Cursor2)	①垂直位值(通道 1、通道 2); *②(光标 1 位置、光标 2 位置)	旋转	①调整 CH_1、CH_2 扫迹的垂直位置; *②在用光标手动测量时,用来移动光标 1 位置、光标 2 位置至测量点
	4	VOLT/DIV (CH_1、CH_2)	伏/格 (通道 1、通道 2)	旋转	粗调或细调 CH_1、CH_2 的伏/格值(粗、细调的设定:弹出该通道菜单后,用 ▭ 3 键设)

续表

系统	编号	英文名称	中文名称	操作方法	主要功能
垂直控制	5	CH_1、CH_2 INPUT	通道1、通道2输入端	连线	输入信号
水平控制	6	HORIZ MENU	水平菜单	按下	弹出水平菜单，用选择键设时基模式：如，主时基、视窗设定、视窗扩展，触发钮
	7	POSITION(①HORIZ, *②HELP SCROLL)	①水平位置；*②帮助卷动	旋转	①调整通道和数学波形的水平位置；*②若HELP菜单被激活时，旋转该钮并配合使用选择键，可滚动连接或索引项目
	8	SET TO ZERO	设置为零	按下	将水平位置设置为零
	9	TIME/DIV	秒/格（即时间/格）	旋转	改变主时基或"视窗"时基的秒/格值，"视窗"被激活时，改其时基可改"视窗"宽度
	10	EXT TRIG	外触发[输入]端	连线	输入外触发信号
触发控制	11	TRIG MENU	触发菜单	按下	弹出触发菜单，用选择键可设触发模式，如触发类型、触发模式、触发源、触发斜率、耦合方式
	12	TRIG LEVEL	触发电平	旋转	设置触发电平幅度（通常，信号幅度必须高于它时才能进行采集）
	13	SET TO 50%	设置为50%	按下	触发电平设置为触发信号峰值的50%点
	14	FORCE TRIG	强制触发	按下	不管触发信号是否适当，都能完成采集（若采集已停止，则该键不起作用）
	15	TRIG VIEW	触发视图	按下	显示触发波形而不显示通道波形，用来查看触发设置对触发信号的影响
	16	PROBE CHK	探头检查	按下	快速验证探头连接、补偿是否正确
观测控制	17	AUTO SET	自动设定	按下	自动设定[示波组态]，使输入信号自动达到最佳显示状态
	18	DEFAULT SETUP	默认设定	按下	调出厂家的默认设定，示波器将显示CH_1波形并删除其他所有波形

续表

系统	编号	英文名称	中文名称	操作方法	主要功能
观测控制	19	RUN/STOP	运行/停止	按下/再按下	连续采集、显示波形/停止采集，最后一组采集的数据组波形显示停留在屏幕上
	20	SINGLE SEQ	单次序列	按下	采集单个波形，然后停止
	21	DISPLAY	显示菜单	按下	弹出显示菜单，用选择键设显示模式或参数：如，显示类型，持续时间，显示格式，对比度
	22	ACQUIRE	采集菜单	按下	弹出采集菜单，用选择键设采集模式或参数：如，取样，峰值检测，平均值，平均次数
	23	SAVE/RECALL	存储/调出菜单	按下	弹出存储/调出菜单，用选择键可存储或调出[示波组态]设定或波形
	24	MEASURE	[自动]测量菜单	按下	弹出[自动]测量菜单，用▭键选自动测量内容：如，测量通道，测量类型(频率、周期、平均值、峰峰值、均方根值、最小值、最大值、上升时间、下降时间、正宽度、负宽度)
	25	CURSOR	[手动测量]光标菜单	按下	弹出光标菜单并显示测量光标，用▭键选[手动]测量内容：如，测量类型(电压、时间)，信号源；旋转光标 1、光标 2 位置钮使光标移动至测量点时，在菜单下面显示测量值
辅助应用	26	UTILITY	辅助功能菜单	按下	弹出辅助功能菜单，用▭1 键可查阅系统状态；用▭3 键可自校正；用▭4 键可查阅故障纪录；用▭5 键可设置语言(10 种)
	27	HELP	帮助菜单	按下	弹出帮助菜单，用▭键和帮助卷动钮选索引条目及其内容，可滚动翻阅)
	28	PRINT	打印	按下	开始打印操作
	29	▭	选择键	按下	共 5 个，与各菜单键配合，选择参数或功能

为了区别方便，约定用以下符号表示不同种类的键钮或菜单项：

有下划线[中文]字符，如伏/格、位置，表示面板上的旋钮(共有7个)；

含白体[英文]字符的灰底框，如 TRIG MENU ，表示面板上的菜单键(共有12个)；

含白体[英文]字符的白底框，如 RUN/STOP ，表示面板上的即时作用键(共有9个)；

含加长线无字符的框，如 ⊟ 1，表示屏幕右侧边缘处的无名选择键(共有5个)；

含加粗白色[中、英文]字符的黑底框，如 CH_1 ， 电压 ，表示屏幕菜单中，已被选中的项；

不带框的黑体[中、英文]字符，如 CH_2、时间，表示屏幕菜单中未被选中的项.

数字存储示波器的功能强大，需要设置的参数很多，使用时要特别注意各种菜单(MENU)中的参数选择是否合理.不清楚各钮的作用时也可按 HELP 键寻求解答或参考实验室提供的使用说明.当然最简单的是用 AUTOSET 键让示波器自动显示波形，但自动选择的各个参数不一定是最佳的，使用者需要调整.

【参考文献】

1 Tektronix 公司.TDS1000 和 TDS2000 系列数字存储示波器用户手册

2 陈光禹.现代电子测试技术.北京：国防工业出版社，2004

实验四十二

虚拟仪器在物理实验中的应用
——伏安法测电阻与非线性元件

【目的要求】

(1) 在教师指导下独立完成伏安法测电阻的虚拟仪器设计；
(2) 进一步熟悉基本函数的用法，增强对虚拟仪器的认识.

【仪器用具】

计算机(含操作系统)，LabVIEW 软件，数据采集卡，电阻箱(用作标准电阻)，导线，开关，待测电阻，二极管.

【实验原理】

如实验二十四中所述，虚拟仪器的硬件系统由 PC 机和数据采集卡(DAQ 卡)组成. 数据采集卡(DAQ 卡)包括多路开关、放大器、采样/保持器、A/D 转换器以及其他有关电路组成. 这些部分共同配合完成对信号数据的采集、放大以及模/数转换任务.

同时 DAQ 卡上的数模转换器(D/A)可用于将计算机输出的数字量转换为模拟量，从而实现控制功能. 数据采集卡的种类非常多，其功能也有很大不同. 使用时可根据需要选择.

使用数据采集卡时必须对其性能指标有所了解，主要包括输入通道数、信号输入方式、输入范围、阻抗、A/D 转换器的采样速率和位数、分辨率和精度等. 具体请查阅相关说明手册.

在使用数据采集卡之前首先要正确安装，包括硬件和驱动程序. 同时还需要根据需要设置信号输入方式，有单端有参考地输入和差分输入两种方式. 本实验采用的数据采集卡可同时采集 16 路(单端)或 8 路(双端)输入信号；输出 2 路模拟信号，采集和输出信号的电压范围从 ±0. 05 V 到 ±10 V 分成四挡，分辨率为 12 bits，最高采样率为 200 kS/s，最高输出速率为 10 kS/s，单位是点数/秒. 采集和输出通道号与接线端子标号的对应关系如下：

采集端：

ACH0 - 68；ACH1 - 33；ACH2 - 65；ACH3 - 30；ACH4 - 28；ACH5 - 60；ACH6 - 25；ACH7 - 57；ACH8 - 34；ACH9 - 66；ACH10 - 31；ACH11 - 63；ACH12 - 61；ACH13 - 26；ACH14 - 58；ACH15 - 23.

输出端：

DAC0OUT - 22，DAC1OUT - 21.

接地端：

AOGND - 55，AOGND - 54，AIGND - 56；DGND - 53，DGND - 15.

采集原理详细内容请参考相关参考书.

本实验中利用接口卡的一个通道为整个测量电路供电,利用两个输入通道分别测量总电压和标准电阻上的电压;利用测量得到的电压数值和标准电阻数值就可以得到电路中的电流以及待测电阻上的电压.在程序控制下,电路电压由 0 V 开始逐渐增加到 5 V,电压每改变一次测量获得一组电压电流值,最后得到一个数组,经过线性拟合后就可以得到待测电阻值.测量原理见图 42-1.

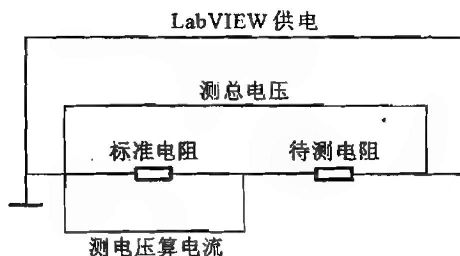


图 42-1 测量原理图

【实验内容】

1. 编写程序,包括前面板和框图程序

前面板图和框图程序如图 42-2 和图 42-3 所示.

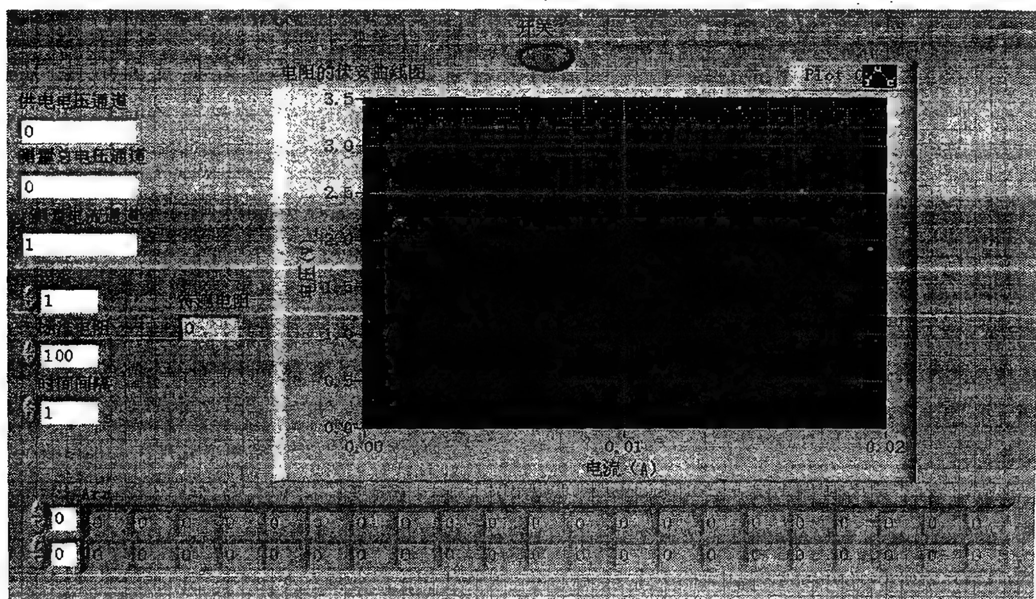


图 42-2 伏安法测电阻前面板图

实验步骤如下:

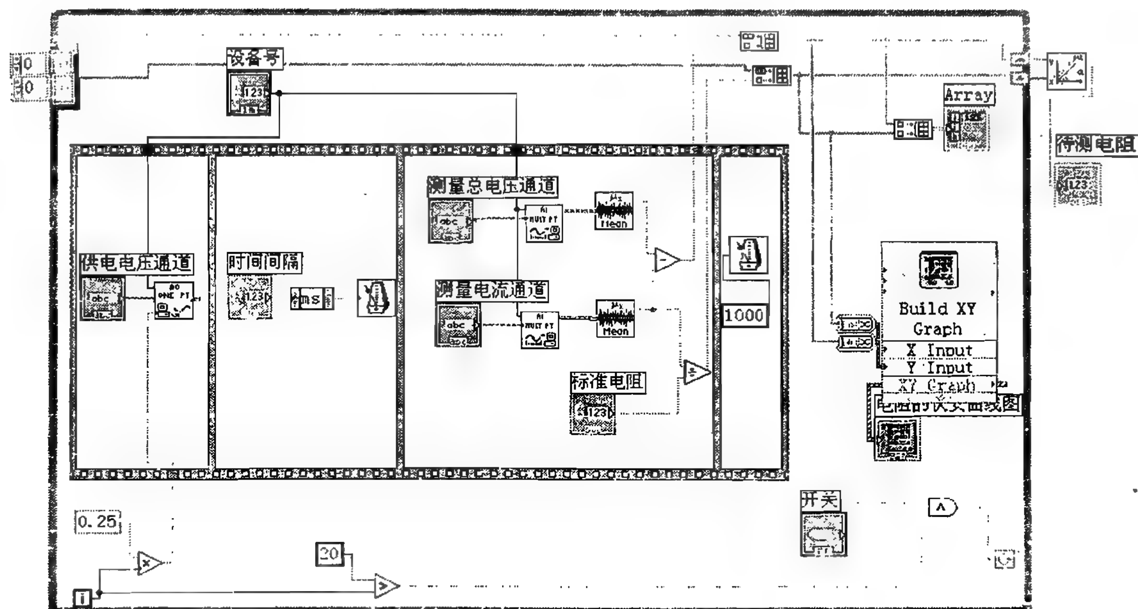


图 42－3　伏安法测电阻流程图

(1) 创建前面板

放上一个 Express XY Graph(Controls → Graph Inds → XY Graph),用于显示电压－电流图.将名字改成“电阻的伏安曲线图”,并将纵坐标和横坐标分别改成“电压(V)”和“电流(A)”.

放入三个控制字符串(Controls → Text Ctrls → String Ctrl),将名字分别改成“供电电压通道”、“测量总电压通道”、“测量电流通道”.分别用于设置输出输入的通道.

放入一个用于设置设备号的控制数、一个设定标准电阻值的控制数、一个用于设定测量间隔的控制数和一个显示测量电阻值的显示数.并分别将名字改成“设备号”、“标准电阻”、“时间间隔”和“待测电阻值”.

时间间隔用来设置电压改变和数据测量之间的时间间隔,让电路达到平衡再进行测量.(测量时,设备号设为 1;供电电压通道设为 0;测量总电压通道设为 0;测量电流通道设为 1;标准电阻设为实际所用的值;时间间隔设为 2;对应的接口引线号分别为 55:输出地;56:输入地;22:输出电压通道 0;68:输入通道 0;33:输入通道 1.)在设备号上点右键,通过 Representation → I16 将设备号改成整型.在“时间间隔”上点右键,选择 Visible Item → Unit Label ,在 Unit Label 上输入“s”,这样时间间隔成为一个单位为 s 的量.

加入一个二维数组,把名字改成“数据”,用于显示测量的电压和电流.

放入一个开关,用于控制程序进程.

完成后的前面板如图 42－2 所示.

(2) 创建框图程序

根据实验思路，先输出一个电压，等到稳定后测量，在流程图中放入一个顺序结构（Functions→Exec Ctrls），通过右键的 Add Frame 使顺序结构有四帧.

在第 0 帧中放入一个 AO Update Channel（Functions→All Functions→NI Measurements→Data Acquisiton→Analog Output 下），用于输入电压，将其 Device 和"设备号"相连，Channel 和"供电电压通道号"相连，Value 值我们以后再设置.

在第 1 帧中放入一个 Wait，用于等待电阻上的电流达到稳定；再放入一个 Covert Unit（在 Functions→All Functions→Numeric→Conversion 下），在模块中键入"ms"，用于将 s 转换成 ms，将 Covert Unit 的左边和"时间间隔"相连，右端和 Wait 的 Milliseconds to wait 相连.

在第 2 帧中放入两 AI Acquire Waveform（在 Functions→All Functions→NI Measurements→Data Acquisition→Analog Input 下），分别用来测量标准电阻和待测电阻两端的电压，将 Device 和"设备号"相连，Channel 分别和"测量总电压通道"和"测量电流通道"相连，用 AI Acquire Waveform 测量得到的是 1 000 个数（AI Acquire Waveform 的 Number of sample 的默认值是 1000），所以要对它们求平均值，放入两个 Mean（在 Functions→All Functions→Analyze→Mathematics→Probability And Statistics 下），把两个 AI Acquire Waveform 的 Waveform 和 Mean 的 X 相连，再把标准电阻上的电压经过 Mean 后除以标准电阻，求出电流.

在第 3 帧中放入 Wait，在 Wait 的左端点右键，选择 Create→Constant，将其值改为 1 000，则在测完数据 1 秒后在执行下一步，减少对数据测量过程的影响.

上面我们只完成了测量一次的过程，我们是要逐渐改变电压来测量电阻的值. 下面我们来实现改变电压的值.

我们通过 While 循环来实现电压的改变，在流程图中放入一个 While 循环，把顺序结构放在 While 循环中，我们使电压从 0 V 开始到 5 V，每隔 0.25 V 测一次，把 While 循环的 i 和 0.25 相乘后和 AO Update Channel 的 Value 相连.

把 While 循环的 i 与 20 做比较，在和开关相遇后和循环条件相连，用于控制循环.（注意把循环条件改为 Continue If True）.

用 Shift Register 实现数据的实时显示，在 While 循环上通过右键 Add Shift Register 加上两个 Shift Register，分别用来实现电压和电流的实时显示，在循环中放入一个 Build Array（在 Functions→All Functions→Array 下），拖放其图标使其有两个输入端，分别和左边的 Shift Register、电压或是电流相连，输出端和右端的 Shift Register 相连（这两个数组虽然有两个输入端，但实际上仍然是一个一维数组，其作用是将来自 Y 输入端的新测量数据与原来数组中的数据合并为新的一维数组）.

显示测量数据，在流程图放入一个 Build Array，拖放其图标使其有两个输入端，把连到 Shift Register 上的电压和电流分别和 Build Array 的输入端相连，把 Build Array 的输出和数据相连（这是一个二维数据，目的是将电压和电流两个一维数据合并为一个二维数组. 在上述所有连接做完后，注意在左边的 Shift Register 处创建两个 Constant）.

显示伏安曲线，把电压和电流分别和 Build XY Graph 的 Y Input 和 X Input 相连.

计算电阻值，在流程图中放入一个 Liner Fit（在 Functions → All Functions → Analyze → Mathematics → Curve Fitting 下）放在循环外面，将通过 Shift Register 的电压和电流分贝和 Liner Fit 的 Y Value 和 X Value 相连，把 Liner Fit 的 Slope 和待测电阻值相连，显示电阻值.

完成后的前面板如图 42－3 所示.

2. 正确连接接口卡和外部电路

3. 运行程序

利用接口卡产生所需要的电源电压，同时测量相关参数，确定待测电阻的阻值. 分析实验结果. 保存程序并退出.

*4. 利用前面的程序（必要时稍做修改）测量并绘制二极管伏安特性曲线

【思考题】

(1) 本实验中为什么不直接测量待测电阻上的电压？

(2) 利用虚拟仪器系统进行测量（如伏安法测量电阻）时，仪器的误差如何考虑？

(3) 选做内容测量并绘制二极管伏安特性曲线时要注意什么？

【参考文献】

1　石博强等. LabVIEW 6.1 编程技术实用教程. 北京：中国铁道出版社，2002

2　汪敏生等编译. LabVIEW 基础教程. 北京：电子工业出版社，2002

3　刘君华等. 虚拟仪器图形化编程语言 LabVIEW 教程. 西安：西安电子科技大学出版社，2001

4　[美] Robert H B 著. LabVIEW 6i 实用教程. 乔瑞萍等译. 北京：电子工业出版社，2003

5　赵会兵. 虚拟仪器技术规范与系统集成. 北京：清华大学出版社/北方交通大学出版社，2003

实验四十三

磁滞回线的测量

一、静态法测量软磁材料的磁滞回线

【目的要求】

(1) 了解电子积分器的工作原理和使用方法；
(2) 用静态磁参数测试仪测量软磁材料的磁化曲线和静态磁滞回线.

【仪器用具】

JCC－Ⅱ型静态磁参数测试仪,磁测量实验测试板,测试连接线.

【实验原理】

1. 铁磁材料的磁化规律

铁磁材料除了具有高的导磁率外,另一重要的特点就是磁滞.当材料磁化时,磁感应强度 B 不仅与当时的磁场强度 H 有关,而且与以前的磁化状态有关(与历史有关).如图 43－1 所示,曲线 OA 表示铁磁材料在初始时未磁化,磁场强度 H 和磁感应强度 B 均为 0,随着 H 的增加,B 也随之增加.开始阶段,B 增加较为缓慢,然后经过一段急剧增加的过程后又缓慢下来.再继续增大 H 时,B 几乎不变,即达到磁饱和.饱和时的磁感应强度用 B_s 表示。铁磁材料从未磁化到饱和磁化的这段磁化曲线 OA,称为起始磁化曲线.

当铁磁材料的磁化达到饱和后,若去掉磁场,材料的磁化状态仍保留一定的磁性.此时的 B 称为剩余磁感应强度,用 B_r 表示。当加一足够的反向磁场时,材料才完全退磁.使材料完全退磁所需的反向磁场的大小,称为这种铁磁材料的矫顽力,用 H_c 表示.按一般分类,矫顽力小的称为软磁材料,矫顽力大的称为硬磁材料.从具有剩磁的状态到完全退磁的状态的一段曲线称为退磁曲线.材料退磁后,若继续增大反向磁场,材料将沿反向被磁化直至饱和.此后若减小反向磁化场至 0,再沿正向增加,得到的曲线将与上述曲线相对于原点中心对称.这一闭合曲线如图 43－1 所示,称为铁磁材料的磁滞回线.

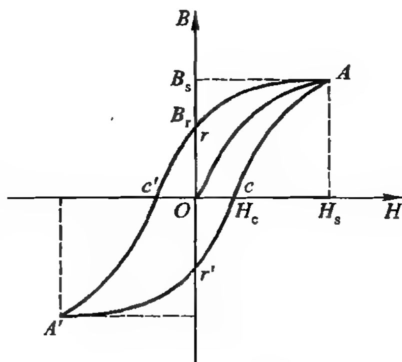


图 43－1　磁滞回线

由上可知,要测定材料的磁滞回线,需要根据磁化过程测定材料的内部的磁场强度和磁感应强度.

由于铁磁材料的磁化状态与磁化历史有关,磁滞回线又与其起始端点的磁化状态有关,因

此，本实验选择在饱和电流 I_s 条件下，重复按测试仪上的“换向”键，使材料在此条件下达到稳定磁化状态（常称该动作为对材料进行“磁锻炼”），而且每一次减小电流测量，都必须使电流从饱和电流 I_s 沿同一个方向下降，这样才能形成一个稳定的磁滞回线，只有经“磁锻炼”后所形成的磁滞回线才能代表该材料的磁滞性质．

2．测量原理和方法

（1）计算磁化场的磁场强度 H：软磁材料做成环状，内层绕探测线圈，线圈匝数为 N_2，外层绕励磁线圈，线圈匝数为 N_1，环的内外半径分别为 R_1、R_2，若励磁电流为 I，由磁介质安培环路定理可得，此时的磁场强度 H 为：

$$H=\frac{N_1 I}{\pi(R_1+R_2)} \tag{43.1}$$

（2）测量磁感应强度 B：通过探测线圈的磁通量 Φ 与该处的磁感应强度 B 的关系为：

$$\Phi = N_2 BS \tag{43.2}$$

式中：S 为线圈的有效磁通面积．

若励磁电流反向引起的磁通量变化 $\Delta\Phi$，则在探测线圈两端有感生电动势

$$e_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{43.3}$$

由于

$$\Delta\Phi = 2\Phi = 2N_2 BS \tag{43.4}$$

则

$$\Delta\Phi = -\int e_i \mathrm{d}t \tag{43.5}$$

本实验是利用运算放大器来实现上式的积分运算，其原理图如图 43－2 所示．当运放的开环增益 K 很大时，其输出电压 U_0 与输入电压 e_i 的关系为

$$U_0 \approx -\frac{1}{RC}\int e_i \mathrm{d}t \tag{43.6}$$

所以有

$$B=\frac{RC}{2N_2 S}U_0 \tag{43.7}$$

因而通过测量积分电压 U_0，可以计算出磁感应强度 B．

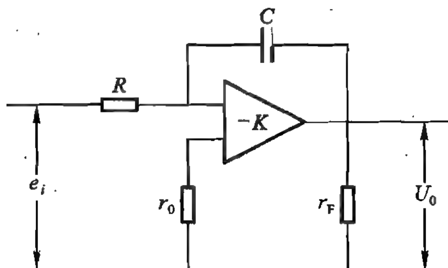


图 43－2　积分放大器原理图

3. JCC－Ⅱ型静态磁参数测试仪

测试仪由主控电路、恒流源电路、电流换向电路、积分电路和可变交流电源五部分组成.其面板结构如图 43－3 所示.

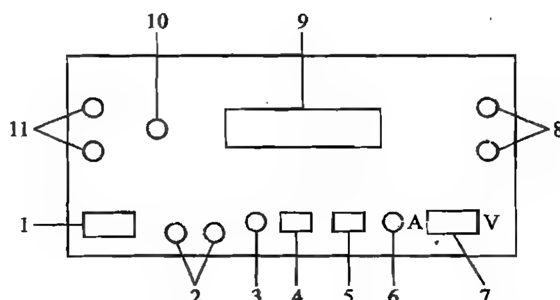


图 43－3 JCC－Ⅱ型静态磁参数测试仪面板结构示意图

1. 电源开关 2. 交流输出 3. 电流调节 4. 换向键
5. 清零键 6. 零点调节 7. V/A 切换开关 8. 积分输入端子
9. 数字电压表 10. 交流调节 11. 恒流输出端子

仪器功能和使用方法介绍如下：

恒流源为励磁线圈提供稳定电流，由恒流输出端(11)输出恒定电流，电流调节钮(3)可令电流从 0～1.2 A 连续变化.V/A 转化开关(7)可以使数字表交替显示积分电压和励磁电流值.换向键(4)的功能是使通过励磁线圈 N_1 的电流改变方向，用以改变磁通量 Φ，以便在探测线圈 N_2 中产生感生电动势。N_2 中的感生电动势通过积分输入端(8)送到积分电路进行积分，得到的积分电压由积分保持器保持，经 A/D 变换在数字电压表(9)上显示出来.为了减少测量误差可以采用多次重复积分的办法，每次按键的时间间隔以 5～10 s 为宜，重复按键 2～3 次即可.积分电路要求输入负脉冲，判断的方法是：在换向继电器发生第一次声响的瞬间即显示积分电压的，为正确；而在一秒后的第二次声响时才显示的，则为错误.

清零键(5)的基本功能是清除上一次测量在积分电压保持器上的电压.除此之外，使之与零点调节电位器配合用以进行电压零点调节.调节时让数字表显示电压值、将积分输入端短路、并按住清零键不放，小心转动调零电位器(6)即可.

测试仪可以提供 2～3 挡低压交流电源，本实验选用 0～8 V 挡，交流电压由交流输出端(2)输出，由交流调节电位器(10)进行调节，配合实验板上的交流采样电路可以在示波器上观测磁性材料的交流磁化曲线和磁滞回线.

4. 磁测量实验测试板

测试板的主要功能是用板上的分流电路(S_1 和 R_1、R_2)和过零换向开关(S_2)实现对静态磁滞回线的测量(线路如图 43－4 所示).

测试板的线路结构已在版面上标出，板上装有 ±1 A 双向指示指针式电流表和待测样品环.板上在恒流输入与环初级线圈 N_1 之间布有分流与换向电路.S_1 控制分流电路，S_2 用于励磁电流换向，分流电路中 R_1 和 R_2 分别用于粗调和细调，N_1 为励磁线圈，N_2 为探测线圈.

仪器参数：

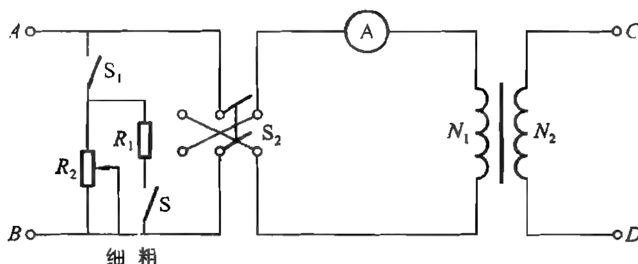


图 43-4　测试板电路

(1) 螺绕环:

N_1/匝	N_2/匝	S/mm²	R_1/mm	R_2/mm
560±20	400±10	26±1	22	25

(2) 积分时间常数 $RC \approx 0.1$ s,精确数值见测试仪背面板右下角.

【实验内容】

(1) 认识和了解 JCC-Ⅱ型静态磁参数测试仪和测试板的结构与功能.

(2) 测软磁材料的起始磁化曲线.

测量电路如图 43-4,将测试仪的恒流输出端(11)与测试板的恒流输入端相连,将 S_1 断开,S_2 打向一边(即被确认为积分输入信号为负极性的一边).将励磁电流由小变大逐渐改变,每隔 0.05 A 测一个点,直到电流基本达到饱和.利用换向开关(4)测出与电流相对应的积分电压 U_0,由(43.7)式可以求出相应的 B 值,该点所对应的磁场强度 H 可根据(43.1)式求出.从而得到起始磁化曲线.

(3) 测量软磁材料的静态磁滞回线.

测量电路如图 43-4,测试线与测试板之间连接及负极性要求的 S_2 初始方位与测磁化曲线部分相同.测试步骤如下:

① 断开 S_1,接通 S_2,调节测试仪的"电流调节"旋钮,使励磁电流为饱和电流 I_s(若已做完磁化曲线测量,I_s 已经确定.否则从小到大逐渐增大励磁电流,通过"换向"键测积分电压,等步长加大电流,当 U_0 的增值趋于平缓时,即为饱和磁化电流 I_s),在此电流下,重复按"换向"键 2～3 次,每次时间间隔约 5～10 s,使材料在此条件下达到稳定磁化状态,常称该动作为对材料进行"磁锻炼".此后,对数字表清零,按"换向"键,测积分电压 U_s,与之对应的饱和磁感应强度 B_s 为:

$$B_s = \frac{RC}{2N_2 S} U_s \tag{43.8}$$

此后不再动测试仪的"电流调节"旋钮,即保证恒流源输出电流始终为 I_s.

② 测剩余磁感应强度 B_r:将数字表清零.将 S_2 打到中间位置(OFF),此时通过 N_1 的电流由 $I_s \to 0$.数字表上给出与此变化相应的积分电压 U_r.与之对应的磁感应强度的变化 ΔB 为

$$\Delta B=\frac{RC}{N_2 S}U_r \tag{43.9}$$

因此有剩余磁感应强度 B_r 为

$$B_r=B_s-\Delta B \tag{43.10}$$

③ 测磁滞回线上第Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ象限的点：由于电流何为正，何为负，完全是相对的，只是开始时的规定而已，因此，可以预知，磁滞回线应具有中心反演对称性，因此只需测出第Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ象限的点就可以了.另外一半曲线可以通过中心反演对称操作而描绘出来.

注意：由于铁磁材料的磁化状态与磁化历史有关，磁滞回线又与其起始端点的磁化状态有关.因此，每一次减小电流，都必须使电流从饱和电流 I_s 沿同一个方向下降，而且必须在 I_s 条件下对材料进行"磁锻炼"，使其在此条件下达到稳定磁化状态.测试方法可以有所不同，但上述规则必须遵守.

下面给出一种测试步骤：

a. 合上 S_1，调节测试板上的"分流调节"电位器，使通过 N_1 的电流由 I_s 减到一个较小 I_1（由测试板上的指针电流表指示）.

b. 断开 S_1，用"换向"开关，对材料进行磁锻炼.

c. 合上 S_1，将数字表清零，再断开 S_2，数字表上给出积分电压 U_1. U_1 对应的是磁感应强度从 B_1 到 B_r 的改变.即有

$$\Delta B_1=B_1-B_r=\frac{RC}{N_2 S}U_1 \tag{43.11}$$

因而有

$$B_1=B_r+\Delta B_1 \tag{43.12}$$

d. 将数字表清零，再将 S_2 打向另一方，数字表上给出积分电压 U_1'. U_1' 对应的磁感应强度从 B_r 到 B_1' 的改变，即有

$$\Delta B_1'=B_r-B_1'=\frac{RC}{N_2 S}U_1' \tag{43.13}$$

因而有

$$B_1'=B_r-\Delta B_1' \tag{43.14}$$

e. 将 S_2 打向起始位，重复步骤 a～d，测量一个更小的电流的情况.不断重复以上操作，直到测出第二象限内的点为止.电流测量点的间隔可取 0.05 A，电流最小减到 0.1 A.

数据处理的要求是：

① 绘制待测样品环的起始磁化曲线（$B-H$ 曲线），确定饱和磁感应强度 B_s 和饱和磁化电流 I_s；

② 绘制待测样品环的静态磁滞回线，确定剩余磁感应强度 B_r 和矫顽力 H_c.

【思考题】

(1) 为什么在介绍的方法中，求磁化曲线上各点的 B 值的公式分母中有一个 2，而测磁滞回线的计算 ΔB 的公式的分母中无 2?

（2）用你所用的仪器、设备设计另外的测磁化曲线的方法.

【参考文献】

1　赵凯华，陈熙谋．电磁学．第二版．北京：高等教育出版社，1985．第六章3.3节，3.5节
2　JCC－Ⅱ型静态磁参数测试仪说明书

二、示波器观测动态磁滞回线

【目的要求】

（1）用示波器观测软磁材料的交流磁滞回线；
（2）学习标定磁场强度、磁感应强度，测定样品的磁参数（B_s，B_r，H_c）；
（3）了解磁路气隙导致的测量误差及修正方法.

【仪器用具】

待测样品（C 型冷轧硅钢片环形磁心，截面积 S 为 2.0 cm^2，平均几何磁路长 $l_{几}$ 为16.9 cm，初级圈数为 N_1，次级圈数为 N_2），市电低压交流源（用自耦变压器，由 220 V、50 Hz 市电提供0～32 V 交流），隔离变压器 T，读出示波器，标准电阻（$R_0=2.00\ \Omega$），标准互感器 $M=0.05$ H），电阻、电容等.

【实验原理】

软磁材料在交流磁化时的饱和磁滞回线（$B-H$ 曲线）如图 43－5 所示.

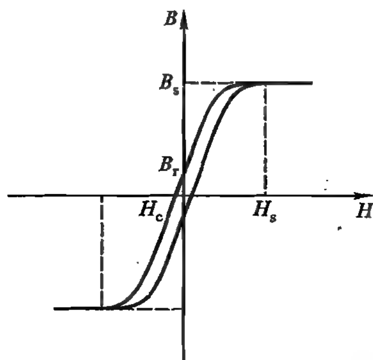


图 43－5　软磁材料的饱和磁滞回线

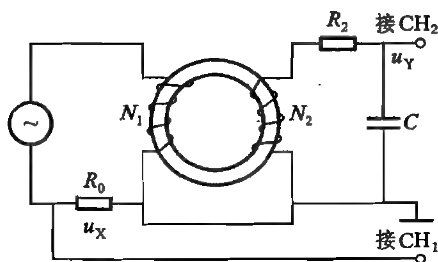


图 43－6　磁滞回线观测电路

磁滞回线的饱和磁感应强度 B_s、剩余磁感应强度 B_r 以及矫顽力 H_c 的定义和磁滞回线的特性可参见静态法测磁滞回线中的原理部分，这里不再重复.

用示波器观测磁性材料的交流磁化曲线和磁滞回线的原理如图 43－6 所示．220 V、50 Hz 的交流电源经自耦变压器和 1:1 的隔离变压器组成的电路成为安全、可调的低压交流电源（0～32 V）．此交流电压接到励磁线圈两端，示波器 CH_1 通道（X 轴）接 R_0 的两端，以采集励磁电流的

大小；CH_2 通道（Y 轴）接 C 两端以采集积分电压 U_0，而 I 和 U_0 分别正比于 H、B，故当示波器调节到 X－Y 工作状态时，所显示的图形即是样品的交流磁滞回线.

1．磁化场的磁场强度 H 的测定

闭合螺绕环中的磁场强度 H 为

$$H=\frac{N_1}{l}i_1$$

式中：i_1 为流过励磁线圈的电流；N_1 为初级线圈匝数；l 为环的有效磁路长度. 电流 i_1 的数值可从电阻 R_0 上的电压 u_X 算出，即

$$u_X=i_1R_0$$

$$u_X=\frac{R_0 l}{N_1}H \tag{43.15}$$

因而只要从读出示波器上读出相应的电压值就可从式(43.15)计算出闭合螺绕环的激发磁场强度 H 的数值. 式中 H 的单位是 A/m，且 1 A/m $=4\pi\times10^{-3}$ Oe（Oe：奥[斯特]）.

本实验样品是用两个 C 型硅钢铁心对接组成，接口处的气隙两端产生一个与激发磁场方向相反的“退磁场”，使实际的磁场强度 H 变小.

根据磁阻公式

$$R_m=\frac{l}{\mu\mu_0 S} \tag{43.16}$$

式中：R_m 为磁阻；l 为磁路长度；μ_0 为真空磁导率；μ 为相对磁导率；S 为截面积. 由于气隙中空气的 $\mu=1$，且气隙很小其漏磁可忽略不计，因而可把长度为 l_g 的气隙磁阻等效成同截面的硅钢铁心的磁路长度 $l_g'=\mu l_g$，以总的有效磁路长度 $l_e=l_{几}+l_g'$ 代入式(43.15)来计算实际磁场强度 H.

2．磁感应强度 B 的测定

次级回路中，电容 C 上的电压

$$u_Y=\frac{q}{C}=\frac{1}{C}\int i_2\,dt \tag{43.17}$$

当次级回路中电阻 R_2、电容 C 和输出电压的积分时间 T 之间，满足 $R_2C>>T$ 时，则可认为流过次级的电流 i_2 为

$$i_2=\frac{\varepsilon_2}{R_2}=-\frac{N_2S}{R_2}\frac{dB}{dt} \tag{43.18}$$

式中：N_2 为次级线圈匝数，S 为环的截面积，所以

$$u_Y=\frac{N_2SB}{R_2C} \tag{43.19}$$

可见 u_Y 与 B 成正比.

若已知 N_2、S、R_2、C 的数值，则只要从读出 u_Y 的数值就可以式(43.19)算出该点的磁感应强度 B.

若 R_2 和 C 的数值未知，则可用标准互感器 M 来标定磁感应强度. 标准互感器 M 由两组线圈组成，其中一组为初级线圈，另一组为次级线圈，当初级线圈上有 di 的电流变化时，在次级线

圈上产生感应电动势 u，其数值为

$$u = -M\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{43.20}$$

式中：M 为标准互感器的互感系数.

标定时用互感 M 替换样品线圈，当其初级通过电流 $i_1 = u_X/R_0$ 时，次级积分电路输出电压 u_Y 则为

$$u_Y = \frac{M}{R_2 C}\frac{u_X}{R_0} \tag{43.21}$$

由式(43.19)和(43.21)可得

$$B = \frac{M}{N_2 S}\frac{u_X}{R_0} \tag{43.22}$$

若磁感应强度 B 使电子束沿 Y 轴方向偏转 L_Y 格(或 cm)，则偏转 1 格的磁感应强度为 $B_0 = \frac{B}{L_Y}$，所以

$$B_0 = \frac{Mu_X}{N_2 S R_0}\frac{1}{L_Y} \tag{43.23}$$

而磁滞回线任一点的磁感应强度则为

$$B = L_Y B_0 \tag{43.24}$$

式中：B 的单位为 T，1 T = 10^4 Gs(T：特[斯拉]，Gs：高斯).

【实验内容】

本实验用自耦变压器，由 220 V、50 Hz 市电提供 0～32 V 的低压交流源. 它与样品初级线圈间用隔离变压器 T 隔开，以提高安全性. 读出示波器的 CH_1 接 u_X，CH_2 接 u_Y，用 X－Y 功能观测磁滞回线($B-H$ 曲线). 按图 43－6 接线，自己考虑操作步骤，进行以下实验.

(1) 观测软磁材料在交流磁化时的饱和磁滞回线；

(2) 标定磁场强度 H，测 H_c；

(3) 用标准互感器标定磁感应强度 B_0，测 B_r、B_s.

数据处理的要求是：

(1) 计算磁场强度标定参数 H_0(注意修正气隙导致的磁场误差)，计算样品的 H_c；

(2) 计算磁感应强度标定参数 B_0，计算样品的 B_s、B_r.

【思考题】

(1) 若磁心气隙的长度 l_g 是 0.01 mm，磁心的相对磁导率 μ 是 7 500，截面积 S 为 2.0 cm^2，平均几何磁路长 $l_{几}$ 为 16.9 cm，计算气隙对实验的影响.

(2) 从测量电路、测量方法、测量精度等方面，比较以下两种标定方法：

① 用示波器和互感器标定磁场和磁感应；

② 用交流电流表和互感器标定磁场和磁感应.

【参考资料】

赵凯华，陈熙谋．电磁学．第二版．北京：高等教育出版社，1985．第六章 3.3 节，3.5 节，4.3 节

实验四十四

介电常数的测量

【目的要求】

(1) 学习测量电介质的介电常数;
(2) 研究介电常数与温度的关系;
(3) 研究介电常数与频率的关系.

【仪器用具】

QS18A 型万能电桥,可调音频信号源,$BaTiO_3$ 待测样品,温度计,测量用三电极电容器,加热控温系统.

【实验原理】

1. 从电磁运动的普遍规律认识电介质

随着电子技术、声学、红外、激光、微电子学和光电子学等各种高新技术及新材料的不断出现和发展,电介质物理学已由早期的仅作为分隔电流的绝缘材料研究为主的这样一门古老学科,变成了一门崭新的学科.电介质是一种电阻率大,导电能力差的物质.它以固态、液态和气态的形式存在.因此电介质并非一定都是绝缘体,但绝缘体都是典型的电介质.电介质在外电场作用下,以内部或表面形成了以正、负电荷重心不重合的束缚电荷这种极化方式传递、储存和记录电信号的作用和影响为特征.

由电磁运动的普遍规律 Maxwell 方程组有

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho,\ \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{44.1}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = -\partial \boldsymbol{B}/\partial t,\ \nabla \cdot \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \tag{44.2}$$

式中:ρ 为自由电荷密度;$\boldsymbol{j}$ 为传导电流密度矢量;$\boldsymbol{E}$ 为电场强度;$\boldsymbol{H}$ 为磁场强度;$\boldsymbol{D}$ 为电位移矢量;$\boldsymbol{B}$ 为磁感应强度;t 为时间.因为电位移是由电场所引起的响应,故两者之间的关系为

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \boldsymbol{E} \tag{44.3}$$

类似地有

$$\boldsymbol{B} = \mu\mu_0 \boldsymbol{H} \tag{44.4}$$

式中:ε_0 为真空介电常数;μ_0 为真空磁导率.在各向同性线性介质中,ε 和 μ 都是标量常数,分别称为相对介电常数和相对磁导率.

宏观物质对外电场作用的响应主要有两种:电极化和电传导.当束缚电荷引起的电极化起主要作用时,这种宏观物质就称为电介质(dielectric).

按照电位移矢量 $\boldsymbol{D}$ 的定义,它与电极化强度 $\boldsymbol{P}$ 存在如下的关系:

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \tag{44.5}$$

电位移通常也称为电感应强度．如像在多数电介质的情况那样，在无外加电场时，极化强度 $\boldsymbol{P}=0$，则上式中，$\boldsymbol{P}$ 可以认为是电场强度 $\boldsymbol{E}$ 所引起的一种响应，它们的关系为

$$\boldsymbol{P} = \chi\varepsilon_0 \boldsymbol{E} \tag{44.6}$$

在各向同性线性电介质中，χ 为标量常数，称之为极化率。于是可以得到

$$\varepsilon = 1 + \chi \tag{44.7}$$

因此，在物理意义上，用相对介电常数 ε 或用宏观极化率 χ 来描述物质的介电性质都是等价的，两者只相差常数 1．

2．电介质的极化机制

电介质的特征在于其中的正、负电荷的重心不重合，或者在一定外界条件下重心不重合，形成了束缚电荷．这些束缚电荷一般情况下束缚得很紧，不会产生自由电子．介质材料因其具有束缚电荷而对外表现出的电荷称为极化电荷 σ_e．在一定条件下某些绝缘体就不表现出电介质的性能．但是当环境温度升高了，或者外加电场的频率提高时，在其表面就会有束缚电荷出现，这时我们说这种介质材料被极化了．

从微观角度看知道极化形式有电子位移极化、离子位移极化、偶极子转向极化、热离子弛豫极化和空间电荷极化等五种形式．电介质材料表现出的极化形式可能是这五种中的一种，也可能是五种中的某几种，视具体材料及其所处环境而定．由于电介质的微观结构不同，将之放在外电场中，极化的微观机制也不同，故又可将上述五种极化形式分为两类：位移极化和取向极化．

位移极化发生在无极分子电介质中．当其被放在外电场 $\boldsymbol{E}$ 中后，其中的正、负电荷受到外加电场力的作用，形成了一个个具有分子电偶极矩 $\boldsymbol{p}$ 的电偶极子．分子电偶极矩 $\boldsymbol{p}$ 在外电场的作用下使电介质表面产生束缚电荷，形成了位移极化．一旦外加电场撤去，极化状态随即也就消失．

取向极化发生在有极分子电介质中．在无外加电场时，由于热运动等因素的作用，对外呈现电中性．当把有极分子电介质放入外加电场后，在外加电场的作用下，每个电偶极子都会受到力矩的作用，克服热运动等各种干扰，趋向于沿外加电场方向排列，产生束缚电荷．一旦撤去外加电场，分子的热运动又使这些有极分子重新处于无规排列状态，宏观上电介质又呈电中性．

极化的形成有多种原因，它涉及到电介质的组成和结构．不同组成和结构的电介质在外电场的作用下引起极化的原因是不相同的，即使同一介质在外电场的作用下也会同时存在几种不同原因引起的极化。

3．复介电常数和介电损耗

由交流电的知识知道，任一实际电路中都存在交流损耗，其电压和电流之间有相位差 ϕ，满足如图 44－1 所示的矢量关系．其中 ϕ 的余角 δ 称为损耗角，而 $\tan\delta$ 则称为损耗因数．

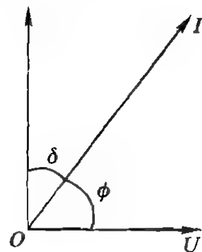


图 44－1 具有交流损耗的元件上的电压 U 和电流 I 的相位关系（这里电流的相位超前于电压，相位差是 ϕ，损耗角是 δ）

以理想电容器 C_0 中填充介电常数为 ε 的电解质所构成的电容器 C 为例：$C=\varepsilon C_0$．当在其上加上角频率为 ω 的交变电压 U 后，其中流过的电流则为 $I=\mathrm{j}\omega\varepsilon C_0 U$．将 $I=\mathrm{j}\omega\varepsilon C_0 U$ 沿水平和垂直方向分解为 $I_{\mathrm{P}}=\omega\varepsilon_2 C_0 U$，和 $I_{\mathrm{V}}=\mathrm{j}\omega\varepsilon_1 C_0 U$，则

$$I = I_{\mathrm{P}} + I_{\mathrm{V}} = \omega\varepsilon_1 C_0 U + \mathrm{j}\omega\varepsilon_1 C_0 U$$

$$I=\mathrm{j}\omega(\varepsilon_1-\mathrm{j}\varepsilon_2)C_0U$$

这表明只要将介电常数 ε 定义为复数，就可以用它描述实验中所观察到的现象. 我们称 ε_1 为复介电常数的实部，ε_2 为其虚部. ε_2 取负号，为的是使实际观察到的 ε 一般取为正值. 对于充满介质的电容器用一个并联电路等效之，则有

$$C_P=\varepsilon_1C_0 \tag{44.8}$$

$$R_P=\frac{1}{\omega\varepsilon_2C_0} \tag{44.9}$$

上述两个表达式清楚地说明了复介电常数的物理意义. 它的实部与实介电常数意义相同，虚部相当于在电容器 C 上并联了一个等效电阻 R_P. ε_2 越大，则 R_P 越小，在相应的交流电压下，旁路引起的损耗越大. 因此我们说，虚部标志了电介质损耗的大小. 一般电子技术中应用的介质电容器的 δ 值不超过 10^{-2}.

这种并联等效电路通常用于频率不太高的情况下，表明电介质的微小电导作用好似电容器并联了一个纯电阻. 介质的微弱电导产生的漏电流在损耗中占主要地位. 当频率比较高时，等效电路就应采用串联等效电路. 这时好似极化过程中存在某种摩擦力，导致电介质在高频交流电压作用下，反复极化所产生的损耗. 在此种情况下，涉及的问题是与电导无关的纯粹介电响应问题，ε_1 和 ε_2 的频率关系是典型的电介质的弛豫型关系. 在串并联电路等效电路中 ε_1 和 ε_2 与角频率 ω 的关系如图 44－2 所示.

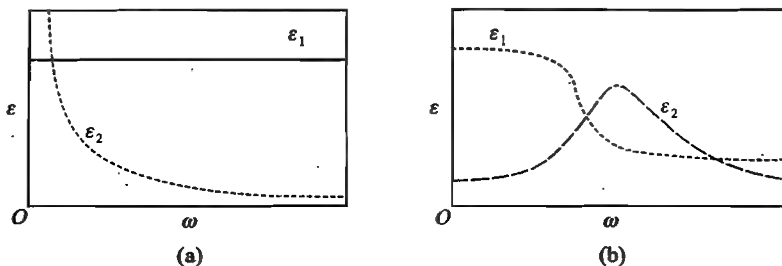


图 44－2　等效串、并联电路中复介电常数的实部和虚部与频率的关系

(a) 并联电路；(b) 串联电路

弛豫是一个宏观系统，由于周围环境的变化或因外界某种因素的作用从其原有的热平衡态经过一定时间向新的热平衡态过渡的过程. 弛豫过程实质上就是系统中的微观粒子因相互作用而交换能量，最后达到新的稳定分布的过程. 弛豫过程的宏观规律是由系统中微观粒子的相互作用性质所决定的. 因此研究弛豫过程中的各种现象是获得微观粒子相互作用的信息的有效途径之一. 故弛豫过程是电场与物质之间的相互作用中最重要的过程.

4. 影响介电常数的因素

复介电常数 ε 随电磁场的频率变化称为介电常数频谱. 图 44－3 所示是用于制造正温度系数热敏元件，铁电电容器和各种压电器件的典型的铁电材料 $BaTiO_3$ 介电常数的实部在 25 ℃ 的环境温度中随频率变化的曲线. 明显看出随频率的增高，介电常数的实部不断线性地减小. 在高于 10^8 Hz 的频率下急剧减小.

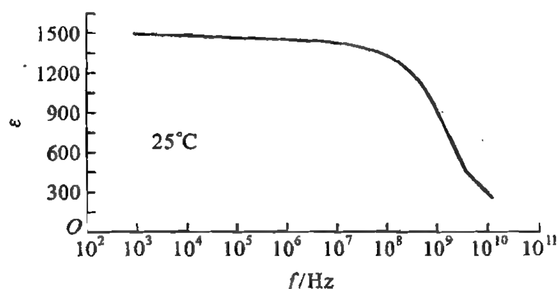


图 44 - 3　$BaTiO_3$ 的介电常数实部在 25 ℃ 的环境温度中与频率的关系

复介电常数 ε 随温度的变化称为介电常数温度谱.这方面的测量是一个相当重要的实验研究.它可以反映出介质发生相变或其他结构的微观上的变化.介电常数谱的测量也可以帮助我们在合适的条件下使用一些电介质,发挥它的最大效益.

由图 44 - 4(a)可以看出,$BaTiO_3$ 多晶体的介电常数 ε 在一定的温度下会出现极大值.钛酸钡多晶体的介电常数 ε 不仅与温度有关,还与场强有关。从图 44 - 4(b)可以知道,在温度一定的条件下,当外加的电场强度不同时,钛酸钡样品的介电常数也不相同.因此,一般来说,影响电介质的介电常数的因素有频率、温度和外加场强等多种因素.

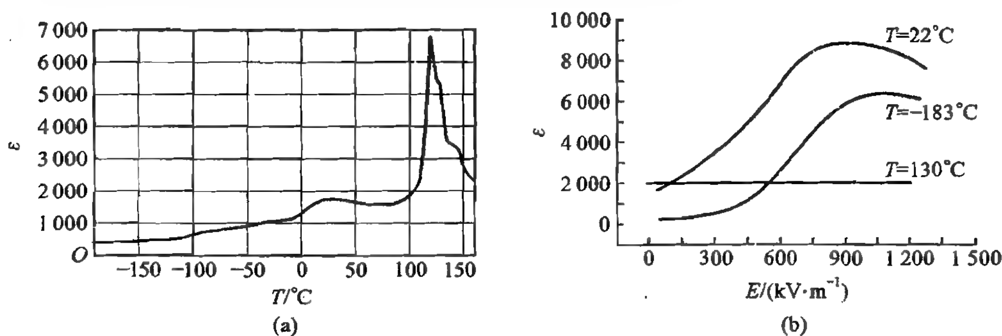


图 44 - 4　$BaTiO_3$ 多晶体的介电常数

(a) $BaTiO_3$ 多晶体的介电常数实部 ε 与温度的关系;

(b) $BaTiO_3$ 多晶体在不同温度下,介电常数 ε 与场强 E 的关系

图 44 - 4(a)的 $\varepsilon - T$ 曲线的极大值处的温度值是 120 ℃,对应的是 $BaTiO_3$ 的立方相和四角相相变温区. $BaTiO_3$ 是立方相时为顺电相,没有自发极化,也没有压电效应;120 ℃ 以下发生顺电 - 铁电相变,转变成四角晶系铁电相.在这个相变的过程中 $BaTiO_3$ 的介电常数呈现出极大值.

5. 电介质的实验研究方法

电介质的物理特性和效应涉及到介电、弹性、热电、压电、声学、光学、电光、晶格振动以及相变等许多方面,实验研究的方法也是多种多样的,而且正在不断地发展和更新.下面是一些当前

应用较为广泛的和较为成熟的实验方法和技术的简要介绍.

一个平行平板电容器,极板间是真空时的电容量为 C_0,在极板之间充满了电介质之后,施加一个圆频率为 ω 的交变电动势 E,电容器便会有 $i=j\omega\varepsilon_r C_0$ 的交变电流流过,其中 ε_r 是电介质的相对介电常数,它是 ω 的函数,若两极之间的介质材料有损耗(包括漏电),ε_r 就需要用复数表示为 $\varepsilon_r(\omega)=\varepsilon_1(\omega)-j\varepsilon_2(\omega)$. 其中 $\varepsilon_1(\omega)$为介电常数实部,$\varepsilon_2(\omega)$是介电常数虚部,代表介质损耗. 在工程上更常使用的是介质损耗角 $\delta(\omega)$的正切值

$$\tan\delta=\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \tag{44.10}$$

平行平板电容器中的电流密度可写成 $J=j\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 E+\omega\varepsilon_0\varepsilon_2 E$, 其中 E 为电场强度. 我们定义比值 J/E 的实部为电介质的电导率δ,即

$$\delta(\omega)=\omega\varepsilon_0\varepsilon_2(\omega). \tag{44.11}$$

$\delta(\omega)$概括了电介质的全部损耗机构的总和. 因此,对于任何频率,我们用 ε_1,另外再加上 ε_2、$\tan\delta$ 和δ 三个量中任何一个量与ε_1 相配,便可以完整地描述电介质在电场中的介电行为.

测量复介电常数有多种方法. 如何选择测量方法,取决于以下因素:频率范围;材料性能(ε_1 与 ε_2 的大小);材料样品的加工、尺寸等. 目前能够进行测量条件的范围是:频率可自直流到光频;温度自接近 0 K 到 1 923 K(1 650 ℃);ε_1 的值可自 1 到 10^4;$\tan\delta$ 可由 10^{-5} 到 1(用电阻率测量可更高).

下面简单介绍几种由直流到高频(微波)测量复介电常数的实验方法.

(1) 直流介电常数的测量:分别测量一个平行平板电容器在有介质存在时和无介质时通过一个标准电阻放电的时间常数,从而求出介电常数的实部,虚部则用介质的电阻率(或电导率)来表示.

(2) 电桥法测量低频介电常数:ε_1 和 $\tan\delta$ 电桥法是测量最广泛使用的方法之一. 有各种不同结构的电桥,频率覆盖可以由 0.01 Hz 至 150 MHz。按频率范围可以分为超低频电桥(0.01~20 Hz)、音频电桥(20 Hz 至 30 MHz)和双 T 电桥(1 MHz 以上)等等. 音频电桥最典型的电路是西林电桥(Schering Bridge),用西林电桥测量可以同时读出电容量 C 和 $\tan\delta$,由此计算出 ε_1 和 ε_2. 本实验即采用 QS18A 型万用电桥的电容挡测量待测电介质样品的介电常数.

(3) 谐振电路法测量复介电常数:频率范围达到 10~100 MHz 时,用通常的电桥法测量介电常数存在一定困难. 因为高频会增加杂散电容的效应,显著地影响测量结果的精确性。在高频测量中往往使用谐振电路法. 用 Q 表测量便是谐振电路法的一种典型方法.

(4) 传输线法(测量线法):在超高频范围(100~1 000 MHz)以上时,由于辐射效应和趋肤效应,很难实现一个集中元件的谐振电路,调谐电路技术变得不好用了. 这时要使用分布电路,通常多采用传输线(同轴线)和波导,还有用带状线(微带)等.

(5) 微波测量:微波频段的介电常数测量可使用波导(原则上,超过 100 MHz 时就可以用)或谐振腔技术. 若测量固体电介质,具体的测量方法或实际使用的模式取决于被测材料的性质与数量. 如果有足够尺寸的材料,就可用波导法(行波);如果材料的尺寸很小,可用谐振腔法.

【实验内容】

用实验室提供的多晶钛酸钡样品进行如下测量. 关于 QS18A 万用电桥的具体使用请见

附录.

对一个直径为 D 的圆形平行板电容器，当充满了被测介质时测出的电容值为 C，同时计算出该电容器极板间距与被测介质厚度 d 相同时的真空电容值 C_0（同一电容器在真空中与空气中的电容值仅相差 0.06%，故而这可视为相同），当 $d \leqslant D$ 时，有

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 \pi D^2}{4d} \tag{44.12}$$

由(44.8)式，有

$$\varepsilon_1 = \frac{C}{C_0} = \frac{4d}{\varepsilon_0 \pi D^2} C = 14.4\frac{Cd}{D^2} \tag{44.13}$$

式中：C 的单位是 pF，d 和 D 的单位为 cm.

为使测量装置不致太大，样品和测量电极的直径 D 也不可能太大，当 $d \ll D$ 的条件得不到满足时则式(44.13)会引起较大的理论误差.产生这种误差的原因统称电容器的边缘效应（末端效应）.引起边缘效应的原因在于电容器棱边处的曲率大于极板表面处的曲率.由静电学的知识知道，极板带电达到平衡时，极板棱边处的面电荷密度大于其他表面处的面电荷密度。而且已知电场强度正比于面电荷密度，所以电容器棱边附近处的电场强度大于其表面附近的电场强度.这种电场强度的分布不均匀性造成了电容器极板边缘处的电场强度的分布对于极板相对应的表面间的电场强度分布的畸变，形成了如图 44－5(a)所示的电容器的边缘效应.极板间距或介质厚度 d 越大，边缘效应越显著.边缘效应可以用保护电极消除，如图 44－5(b)所示.保护电极环绕测量电极周围，当保护电极的电位于测量电极电位相等时，测量电极边缘处的畸变分布的电力线被压向极板内部而变得与极板表面处近似垂直，原畸变的电场分布被排斥到了保护电极的外棱边处.这就使得测量电极处的电场比较均匀，减小了测量误差。保护电极与测量电极之间间隙越小，理论误差越小.但要注意，保护电极与测量电极电位只能近似相等，绝不能用导线将它们连接起来.整个测量装置如图 44－6 所示.

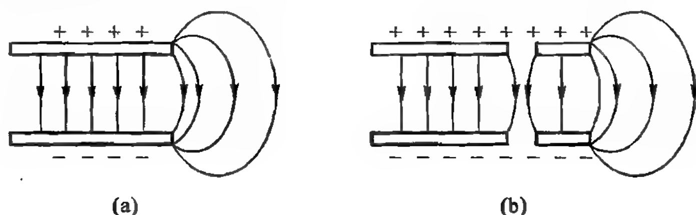


图 44－5　平行板电容器的边缘效应及通过保护电极消除的示意图

(a) 无保护电极；(b) 有保护电极

(1) 本实验使用了圆柱形带保护电极的电容器作为测量用电容器.先将待测介质样品放入图 44－6 所示的三电极电容器中.采用这种电容器的原因在于它可以减少仅用两片极板的平行板电容器的边缘效应对测量的影响.

(2) 分别在交流信号频率是万能电桥内置的 1 kHz 和外置的 100 Hz，400 Hz，800 Hz，2 kHz，5 kHz 和 10 kHz 的条件下，按图 44－6 示意图连接好测量电路.分别测量出电容器的电容值 C.

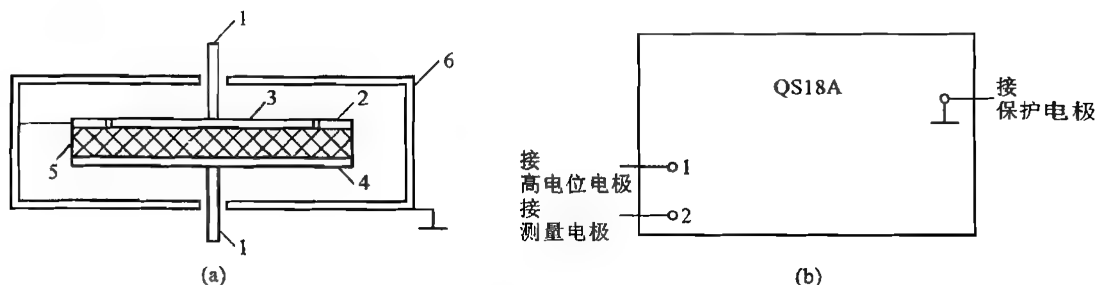


图 44－6　用多功能电桥和三电极电容器测量电介质介电常数原理图
(a) 三电极电容器(1. 电极引线;2. 保护电极;3. 测量电极;4. 高电位电极;
5. 被测样品;6. 屏蔽盒兼支撑架);(b) QS18A 电桥与三电极电容器连接示意图

用游标卡尺测量出介质样品的厚度 d 和测量电极的直径 D. 利用式(44.12)求出无介质时电容器的电容值 C_0. 算出样品的介电常数 ε_1 与频率的关系,并与图 44－3 所示曲线比较. 虚部 ε_2 则可由式(44.10)和损耗平衡值 $\tan\delta$ 求得.

(3) 将三电极电容器和待测样品共同放入加热器中,分别在加热器平衡为 30 ℃、40 ℃、50 ℃、60 ℃、70 ℃、80 ℃和 90 ℃时,分别测出待测样品在这些温度下的 ε_1, ε_2. 与图 44－4 所示曲线比较,加深对掺杂 $BaTiO_3$ 多晶体的介电常数与温度的关系的了解.

(4) 测量时注意万能电桥与测量用电容器须共地连接. 比较两者共地与不共地两种情况下的测量结果,为何不同?

(5) 对于聚四氟乙烯薄膜在室温下分别有保护电极和无保护电极两种情况进行测量,可以得到怎样的结果? 试加以解释.

实验中应注意:

(1) 开始测量之前,务必认真阅读实验室提供 QS18A 万能电桥的说明书(见附录),掌握使用规则和操作要领,以免因误操作损坏仪表.

(2) 在高于室温条件下进行测量时避免烫伤.

【思考题】

(1) 什么是电介质的极化? 表征介质极化的宏观参数是什么?

(2) 在交变电场的作用下,实际电介质的介电常数为什么要用复介电常数表述?

(3) 如果样品的直径 D' 小于测量电极的直径 D,计算 C 时该如何修正?

【参考文献】

1　殷之文. 电介质物理学. 第二版. 北京:科学出版社,2003

2　孙目珍. 电介质物理基础. 广州:华南理工大学出版社,2000

3　李正中. 固体理论. 北京:高等教育出版社,1985

4　赵凯华,陈熙谋. 电磁学. 北京:人民教育出版社,1978

5　冯庆荣,严隽珏　物理学　第二册(高等教育自学辅导丛书). 北京:化学工业出版社,1985

6 张福学,王丽坤.现代压电学.北京:科学出版社,2001

【附录】

QS18A 万用电桥

(一) 用途及主要技术性能

QS18A 万用电桥(简称万用电桥)是一种携带和使用方便的音频交流电桥.仪器内部附有 1 kHz的振荡器,选频放大器和指示电表.可以用于测量电容、电感和电阻.是一种常用的测量仪器.它的主要技术指标见表 44-1.

表 44-1

被测原件	测量范围	基本误差(按量程最大值计算)	损耗范围	使用电源
电容	1.0~11 μF 10~110 μF 100~1 100 μF	±(2% ±0.5pF) ±(1% ±Δ) ±(2% ±Δ)	D 值 0~0.1 0~10	内部 1 kHz
电感	1.0~11 μH 10~110 μH 100~1.1 H 1~11 H 11~110 H	±(5% ±0.5 μH) ±(2% ±Δ) ±(1% ±Δ) ±(2% ±Δ) ±(5% ±Δ)	Q 值 0~10	内部 1 kHz
电阻	10 mΩ~1.1 Ω 1 Ω~1.1 MΩ 1 MΩ~11 MΩ	±(5% ±0.5 mΩ) ±(1% ±Δ) ±(5% ±Δ)		10 mΩ~10 Ω 用内部 1 kHz,大于 10 Ω 用内部直流电源

注:表中 Δ 为滑线盘最小分格的 1/2;$D=\tan\delta$.

仪器的自身残余参量如下(在内部 1 kHz 情况下):

电容 $C_0\leqslant 1.09$ pF;

电感 $L_0\leqslant 0.5$ μH;

电阻 $R_0\leqslant 0.005$ Ω.

QS18A 型万用电桥也能使用 60 Hz~10 kHz 的外界音频振荡器信号来测量电容和电感元件.

(二) 电路及测量电阻、电感、电容的工作原理

QS18A 型万用电桥和其他万用阻抗电桥一样,实际上就是惠斯登电桥和交流电容电桥、电感电桥的组合。在测量电阻、电感和电容等不同的元件时,只要通过切换选择开关(12)的位置,便可将仪器内部的标准元件分别组成相应的电桥.例如,在测量电容时,将图 44-6 中的选择开关(12)放在电容测量挡(C 挡),仪器中的标准元件便可通过选择开关(12)的触点连接成测量电

容的电桥;又如在测量电感时,将选择开关(12)放在电感测量挡(L 挡),仪器中的标准元件便可通过选择开关(12)的触点连接成测量电感的电桥.

QS18A 型万用电桥中,测量电容采用的是串联电阻式电容电桥,如"交流电桥"实验中的图 39-2 所示,测量电感采用的是麦克斯韦电桥(串联电阻式),如图"交流电桥"实验中的图 39-3 所示,测量电阻采用的是惠斯通电桥(直流单电桥)此处仅将有关电容的测量部分重述如下:

QS18A 型万用电桥测量电容的电路图,可简化成如"交流电桥"实验中图 39-2 所示. 图中 C_x、R_x 为被测元件的待测参量. 当电桥平衡时,其测量结果为

$$C_x = (R_2 \times C_0)/R_1$$

$$r_c = (R_1 \times R_0)/R_2$$

$$D = \mathrm{tg}\ \delta = \omega R_0 C_0$$

它们分别对应于"交流电桥"实验中的式(39.6)和式(39.7).

(三) 万用阻抗电桥的使用

QS18A 型万用电桥面板图如图 44-7 所示. 现将图中面板上各元件和控制旋钮的名称及其作用说明如下:

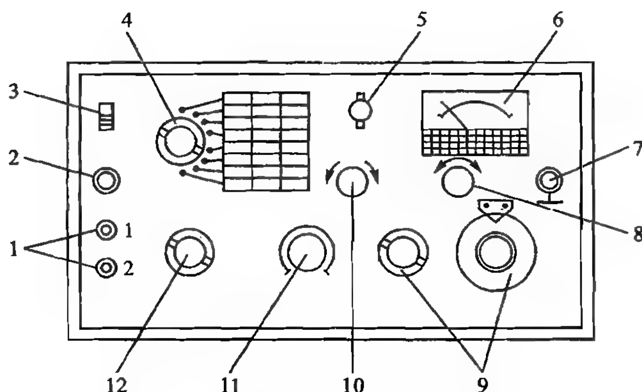


图 44-7 QS18A 万用电桥面板示意图

(1) 被测端钮"1"与"2":它们用来连接所需测量的元件. 最好将被测元件直接接在此端钮上;如无法实现,则可通过测量导线连接. 被测端"1"表示高电位,"2"为低电位. 在实际使用中,当需要考虑高低电位时,可按此标记来连接(一般情况下可不必考虑).

(2) 外接插孔:此插孔有两个用途. 其一是,在测量有极性的电容和铁心电感而需要外加直流偏置时,可通过此插孔接于电桥;其二是,当使用外部的音频振荡器信号时,可通过"外接"导线连到此插孔,再加到电桥上(此时应将图中的拨动开关 3 拨向"外"的位置).

(3) 拨动开关:此开关的作用有两个. 其一,凡使用仪器内 1 kHz 的振荡器时,应将此开关拨向内"1 kHz"的位置. 其二,当"外接"插孔加外部音频信号时,应将此开关拨向"外"的位置(此时内部 1 kHz 振荡即停止工作,放大器可放大 60 Hz~10 kHz 的信号).

(4) 量程开关:此开关用来选择测量范围. 面板上各挡的表示值是指电桥读数在满度时的最大值.

(5) 损耗倍率开关:此开关可用来选择损耗平衡的读数范围.在一般情况下,测量空心电感线圈时,此开关放在“Q×1”位置;测量损耗较小的电容器时,放在“D×0.01”位置;测量损耗较大的电容器时,放在“D×1”位置;在测量电阻时,此开关不起作用,可放在任意位置.

(6) 指示电表:它用于平衡指示.电桥平衡过程中,操作有关旋钮并观察此指示电表的动向,应往“0”的方向偏转.当指针最接近于零点时,即可认为电桥已平衡.

(7) 接地端钮:此端钮与仪器的机壳相连.

(8) 灵敏度旋钮:用来调节电桥放大器的放大倍数.放大倍数越大,电桥灵敏度越高.在刚开始调节电桥平衡时,要适当降低灵敏度,以使电表指示小于满刻度;在测量时,应逐步增加灵敏度,进行电桥平衡调节.

(9) 读数旋钮:调节这两只读数盘,使指示电表的指针指到零点,即电桥达到平衡.第一位(左面)读数盘分成10个挡级,其步级为0.1,也就是说,每调一个挡级改变量程旋钮指示值的1/10.第二、第三位数盘是连续可变的.

(10) 损耗微调旋钮:此旋钮用来细调平衡时的损耗.一般情况下,此旋钮放在“0”位置.

(11) 损耗平衡旋钮:被测元件的损耗读数(指电容、电感)由此旋钮读出.此读数盘上的指示值再乘以损耗倍率开关指示值,即为真正的损耗指示值.

(12) 测量选择开关:电桥对电容、电感及电阻元件进行测量时,可根据需要用此开关转换电桥线路.测量电容时,此开关应放在“C”处,测量电感时应放在“L”处;测量10 Ω以下的电阻时,应放在 $R\leqslant 10$ 处;测量10 Ω以上的电阻时,应放在 $R>10$ 处.

实验四十五

集成运算放大器的应用

【目的要求】

（1）了解集成运算放大器的基本单元电路原理；

（2）了解集成运算放大器在现代测量技术中的应用.

【仪器用具】

集成运算放大器实验电路箱，±15 V 电源，直流电源，函数信号发生器，双踪示波器，数字万用表，变阻器，电阻，电容，二极管.

【实验原理】

采用半导体集成工艺在一小块硅片上将需要的元件按一定顺序连接，构成完整功能的整体电路，称为集成电路.集成运算放大器（简称集成运放）是一种高放大倍数的多级直接耦合放大器.加上必要的外部元件，集成运放可以实现信号的放大以及加、减、乘、除、积分、微分、对数、指数等数学运算，也可以实现模拟信号的产生和变换，因此在信号运算、信号处理、信号测量及波形产生等方面应用极其广泛.

（一）集成运算放大器简介

使用集成运放，首先需要知道的是它各个管脚的用途以及有关参数，OP07 是一种常用的集成运放，其管脚图如图 45－1 所示.

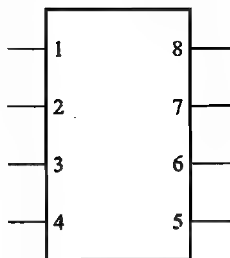


图 45－1　OP07 管脚图

1,8. 空脚
2. 反相输入端
3. 同相输入端
4. 电源负输入
5. 地端
6. 输出端
7. 电源正输入

通常用图 45－2 所示的符号表示集成运放.在分析其工作原理时，可以将它看作一双端口网络电路，分为输入端口和输出端口，如图 45－3 所示.图中 u_i 和 i_i 分别表示输入电压和输入电流；u_o 和 i_o 分别表示输出电压和输出电流；r_i 为输入阻抗，r_o 为输出阻抗.

集成运算放大器的主要参数如下：

1. 最大输出电压 U_{opp}

在额定电源电压下，集成运放所输出的最大不失真电压的峰－峰值为 U_{opp}，电源电压为 ±15 V 时，集成运放最大输出电压约为 ±13 V.

2. 开环电压放大倍数 A_{uo}

A_{uo}是集成运放在开环状态输出不接负载时的直流差模电压放大倍数.A_{uo}可达 10^5 以上.

3. 输入阻抗 r_i

由图 45－3 可知，集成运放的输入阻抗 $r_i = u_i / i_i$，其数值较大，一般

为几兆欧.

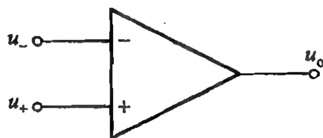


图 45 - 2 运放符号

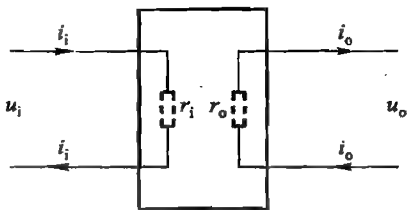


图 45 - 3 等效网络电路

4. 输出阻抗 r_o

集成运放的输出阻抗 $r_o = u_o / i_o$,其数值较小,一般最多几百欧.

这里只列举了运算放大器的主要参数,其他参数可根据需要查阅有关资料.

综上,集成运放具有开环电压放大倍数高、输入阻抗高、输出阻抗低、漂移小、可靠性高、体积小等优点.

集成运放的输入方式有三种:

(1) 反相输入:由反相输入端 u_- 和地送入信号,其输入信号与输出信号反相.

(2) 同相输入:由同相输入端 u_+ 和地送入信号,其输入信号与输出信号同相.

(3) 差动输入:由 u_- 和 u_+ 送入信号.

集成运放的输出情况与工作模式有关,又分为两种:如果工作在线性区,输出电压 u_o 和输入电压 u_i 成线性关系,即

$$u_o = A_{uo}(u_- - u_+) \tag{45.1}$$

由于 A_{uo} 很大,而输入阻抗 r_i 很大,可得到两个重要结论

$$\begin{cases} u_- \approx u_+ \\ i_- \approx i_+ = 0 \end{cases} \tag{45.2}$$

这是分析集成运放应用电路的出发点.

如果工作在非线性区(又称饱和区),则

$$\begin{cases} u_- > u_+ \text{时}, u_o = U_{oL} \\ u_- < u_+ \text{时}, u_o = U_{oH} \end{cases} \tag{45.3}$$

式中:U_{oL},U_{oH} 分别为运放的最大正、负输出电压.

由上式可知,$u_- = u_+$ 是两种情况的转折点.

(二) 运算放大器的基本单元电路

1. 反相比例电路

电路如图 45 - 4.输入电压 u_i 通过电阻 R 加到反相端,同相端接地,输出电压 u_o 通过电阻 R_f 反馈到反相输入端,根据式(45.2)有 $i_i \approx i_f$,则

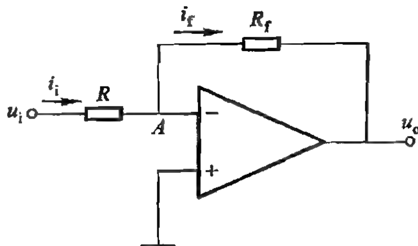


图 45 - 4 反相比例电路

$$u_o = -\frac{R_f}{R}u_i \tag{45.4}$$

由上式可知，u_o 和 u_i 成比例关系，式中负号表示 u_o 和 u_i 极性相反；放大倍数 $A_{uf} = -\frac{R_f}{R}$ 只取决于电阻 R_f 和 R 的比值，与运放本身的参数无关，这就保证了运算的精度和稳定性. 图中 A 点电位接近于 0，称为“虚地”. 由于并联负反馈的作用，使此电器的输入阻抗减小，即 $r_{if} = \frac{u_i}{i_i} = R$，其值较小，一般不超过 1 MΩ；而输出阻抗 $r_{of} \approx 0$，因此反相比例电路带负载能力较强.

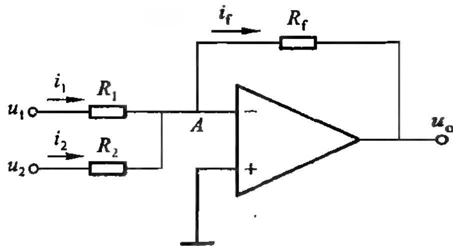


图 45－5　反相加法电路

2．反相加法电路

电路如图 45－5. 多个输入电压通过各自的输入电阻加到反相输入端，i_1，i_2 为输入电流，因为 $i_f = i_1 + i_2$，则

$$u_o = -\left(\frac{R_f}{R_1}u_1 + \frac{R_f}{R_2}u_2\right)$$

如果 $R_1 = R_2 = R_f$，则

$$u_o = -(u_1 + u_2) \tag{45.5}$$

3．积分电路

把反相比例电路中的反馈电阻换成电容 C，则构成基本积分电路，如图 45－6(a)所示. 根据反相输入“虚地”的特点，得到

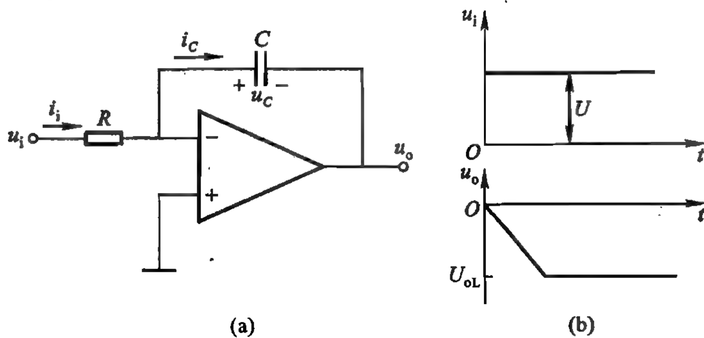


图 45－6　积分电路

$$i_C = i_i = \frac{u_i}{R}$$

$$u_o = -u_C = -\frac{1}{C}\int i\mathrm{d}t = -\frac{1}{RC}\int u_i\mathrm{d}t \tag{45.6}$$

即输出电压和输入电压成积分关系. 通常定义 $\tau = \frac{1}{RC}$，称作积分时间常数，τ 值越大，到达某一

u_o值所需的时间越长．当 $u_i=U$(直流)时，有

$$u_o=\frac{U}{RC}t \tag{45.7}$$

若 u_i 是一正向阶跃电压，则 u_o 随时间近似线性关系向负值增大，直到 $u_o=U_{oL}$ 时停止．输入、输出波形如图 45－6(b)所示．

在实验四十一“RLC 串联电路的暂态过程”也介绍过积分电路，当 u_i 一定时，u_o 按指数规律变化．而采用运放组成的积分电路，由于充电电流基本是恒定的$\left(i_f\approx i_i=\frac{U_i}{R}\right)$，因此 u_o 是时间 t 的一次函数，从而提高了线性度．

积分电路除用于信号运算外，也广泛应用于控制和测量系统中．

4．单限比较器

比较器电路是将一输入信号 u_i 与一参考电压 U_r 进行比较，电路如图 45－7(a)所示．输入信号 u_i 接到反相端，参考电压 U_r 接到同相端，参考电压又称门限电压，如图只有一个门限电压的比较器称为单限比较器．由于电路工作在开环状态，A_{uo}很高，因此输入端的微小变化也会使输出电压达到饱和．有

$$\begin{aligned} u_i>U_r,\quad u_o=U_{oL} \\ u_i<U_r,\quad u_o=U_{oH} \end{aligned} \tag{45.8}$$

输入、输出波形如图 45－7(b)所示．

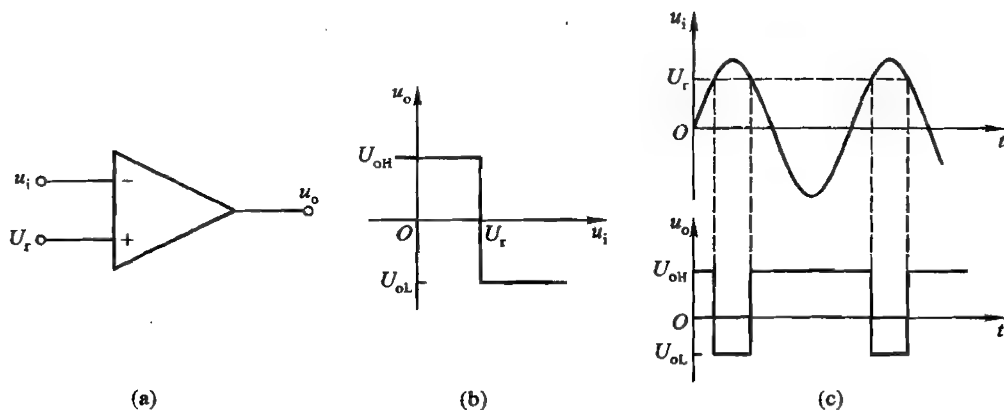


图 45－7 比较器

(a) 电路；(b) 传输特性；(c) 波形图

如果输入为一正弦波，而 $U_r=0$，则电路输出为矩形波，输入、输出波形如图 31－7(c)所示．

按照数字电路的观点看，规定输出高电平状态为“1”，低电平状态为“0”，比较器的输入为模拟量，输出为数字量，因此比较器构成了模拟电压和数字量的桥梁，被广泛应用于越限报警、模数转换和波形变换中．

根据需要，U_r 可选择为正、负或零；U_r 可接在反相端或同相端，请同学自己分析上述情况

的输出－输入特性.

（三）集成运放应用电路

集成运放应用很广，下面介绍几种在现代测量、控制技术中的常用电路，由此可了解其应用特点.

1. 数字欧姆计

利用反相比例电路可组成数字欧姆计的原理电路，如图 45－8 所示. 待测电阻 R_x 接到反馈电阻处，R_n 为标准电阻，U_n 为基准电源，输出电压为

$$U_o = -\frac{U_n}{R_n} R_x \tag{45.9}$$

当 U_n，R_n 固定时，输出电压 U_o 与 R_x 成正比，因此可通过检测 U_o 得到 R_x 的数值. U_n 一定，改变 R_n 即可得到不同量程的欧姆计.

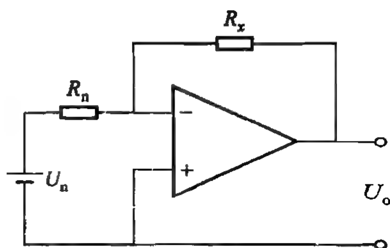


图 45－8　欧姆计原理

2. 光电流放大电路

使用集成运放可以实现弱电流—电压的放大转换，在实际工作中使用广泛，其原理参看实验二十三"弗兰克－赫兹实验". 下面介绍光电元件的光电流放大电路.

硅光电二极管和硅光电池是常用的光电转换器件，其工作原理基于 PN 结的光电效应. 有光照时，器件的短路光电流与入射光照度成正比.

光电二极管与集成运放组成的电流放大型电路如图 45－9 所示. 图中光电二极管与集成运放的两个输入端同极性相连. 由于此电路的输入电阻很小（约几十欧），因此可以认为光电二极管处于短路工作状态，这时放大器的输出电压与输入光电流成比例关系

$$U_0 = I_\varphi R_f \tag{45.10}$$

即输出电压与输入光照度成正比关系.

硅光电二极管通常工作在反向偏压下，所以要采用图 45－10 所示的电路. 硅光电池则工作在零偏压下，采用图 45－9 所示的电路. 硅光电二极管也可以工作在零偏压下，则采用图 45－9 所示的电路.

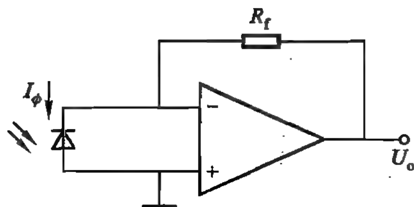


图 45－9　无偏压光电放大电路

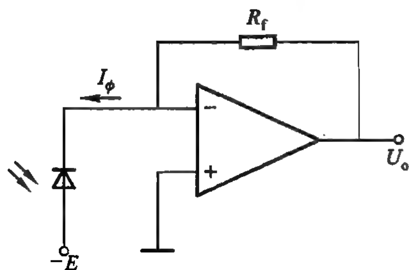


图 45－10　加偏压的光电放大电路

3. 监控报警电路

如果需要对一非电量(如温度)进行监测,可采用图 45 - 11 所示的电路.

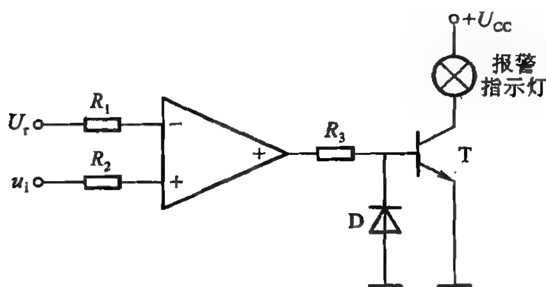


图 45 - 11 报警电路

通过传感器电路将检测量变为电压信号 u_i,根据检测参数大小确定参考电压 U_r. 当 u_i 变化超过正常值时,报警灯亮. 请考虑,图中的二极管 D 和电阻 R_3 在此起什么作用?

4. 差动比例电路

如果两个输入端都有信号输入,则称为差动输入. 差动比例运算电路如图 45 - 12(a). 可以证明:如果 $R_1=R_2$,$R_3=R_f$,则

$$u_o=\frac{R_f}{R_1}(u_2-u_1) \tag{45.11}$$

当 $R_f=R_1$ 时,此电路又称为减法电路.

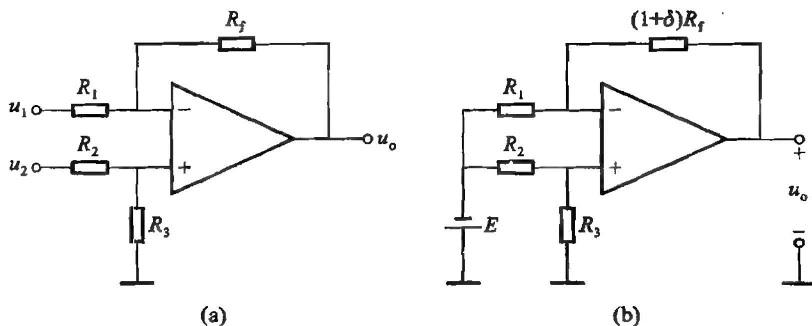


图 45 - 12 差分输入电路

差动放大器最大的优点是能够抑制共模信号,即在二输入端所加的大小相等、极性相同的信号,例如温度的变化和电源电压的波动对二输入信号的影响. 差动放大器抗干扰能力极强,在测量和控制系统中应用广泛.

差动比例电路常配合电桥型传感器检测电路组成传感器测量电路. 下面介绍另一种使用差动电路的传感器信号调理电路.

电路如图 45 - 12(b)所示. 图中 E 为直流电源,R_f 为一电阻型传感器(如铂电阻温度传感器),由于某非电量(如温度)引起 R_f 的改变,令其相对变化量为 $\delta=\Delta R_f/R_f$,而 δ 与非电量有一定的函数关系. 如果 $R_1=R_2=R$,$R_f=R_3$,且 $R\gg R_f$,可以证明

$$u_o = \frac{R_f}{R} E\delta \tag{45.12}$$

即 u_o 和变化量 δ 成线性关系．因此，可以通过 u_o 来检测非电量的改变．

5．方波－三角波发生器

图 45－13(a)所示的电路构成一个波形发生器，其输出波形如图 45－13(b)所示．它不需要外接输入信号，就能产生并输出方波及三角波信号，相当于一个信号源，其能量来自 ±15 V 电源．

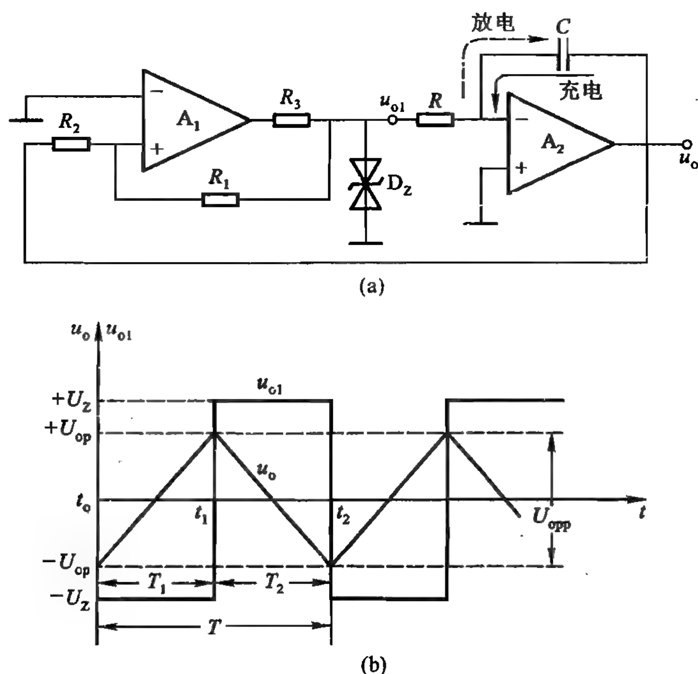


图 45－13 三角波发生器

(a) 电路；(b) 波形

图中 A_1 是带有正反馈的比较器，其输出为 u_{o1}，A_2 组成积分器，其输出为 u_o，在 A_1 的输出端，由限流电阻 R_3 和两个特性相同的稳压二极管组成双向限幅电路．如果取稳压管的稳压值 U_Z 远大于其正向导通电压 U_D，则比较器 A_1 的输出 u_{o1} 近似为 $\pm U_Z$．

假定 $t=t_0$ 时，$u_{o1}=-U_Z$，u_{o1} 作为输入信号加到积分器 A_2，A_2 的输出电压为

$$u_o(t) = -\frac{1}{RC}\int(-U_Z)\mathrm{d}t = \frac{U_Z}{RC}t + u_o(t_0)$$

也就是说，有恒定电流 U_Z/R 对电容 C 充电，u_o 按斜率 U_Z/RC 线性上升．u_o 经 R_2 又加到 A_1，与 u_{o1} 经 R_1 反馈回的信号在 A_1 的同相输入端叠加，成为 u_+．

当 $t=t_1$ 时，由于 u_o 上升引起 $u_+>0$，比较器 A_1 输出状态翻转，u_{o1} 由 $-U_Z$ 变为 $+U_Z$，这引起 A_2 的电容放电，u_o 按 U_Z/RC 线性下降．

当 $t=t_2$ 时，u_o 的变化使得 $u_+<0$，A_1 的输出再次翻转，u_{o1} 又跃变到 $-U_Z$．如此循环往复，

使得 A_1 输出一系列方波，而 A_2 输出三角波.

由于充电、放电时间常数相同，因此在 $T_1=t_1-t_0$ 和 $T_2=t_2-t_1$ 两个半周期波形对称. 可以证明，三角波的幅值和频率分别为

$$U_{opp}=2\frac{R_2}{R_1}U_Z$$

$$f=\frac{R_1}{4RCR_2}$$

【实验内容】

（一）运算放大器的基本单元电路

1. 反相比例电路

(1) 反号器：将直流电源电压 E 经多圈电位器分压送出电压 u_1，作为运算放大器的输入电压，电路如图 45－4 所示. $R=R_f=10\ k\Omega$. $E=5\ V$，u_1 为 1 V，2 V，4 V，用数字万用表分别测量 u_1 和集成运算放大器输出电压 u_o，比较 u_1，u_o 的大小和极性，说明此电路为何称作反号器.

(2) 反相比例电路：电路同上，改变 R_1，R_f，观测 u_o 的变化. $u_1=0.2\ V$，$R=10\ k\Omega$，R_f 分别取 20 kΩ，50 kΩ，100 kΩ，观测 u_o 并计算电路的放大倍数. 如果 $R_f=1\ M\Omega$，u_o 为多少？

2. 反相加法电路

由直流电源和两个多圈电位器组成分压电路（电路连接如图 45－5），送出电压作为集成运算放大器的输入电压 $u_1=u_2=1\ V$，$R_1=R_2=10\ k\Omega$，$R_f=10\ k\Omega$，测量 u_o 并分析 u_1，u_2 和 u_o 的关系.

改变 R_f，u 或 R 取值，测量 u_o：

(1) $u_1=1\ V$，$u_2=2\ V$，$R_1=R_2=R_f=10\ k\Omega$.

(2) $u_1=u_2=1\ V$，$R_1=10\ k\Omega$，$R_2=20\ k\Omega$，$R_f=10\ k\Omega$.

(3) $u_1=u_2=1\ V$，$R_1=R_2=10\ k\Omega$，R_f 取 20 kΩ，50 kΩ.

3. 单限比较器

由直流电源 E 和两个多圈电位器组成两个分压电路，送出电压 u_1，u_2，参照图 45－7(a)自行设计电路，u_1 连到反相端作为检测信号，u_2 作为参考电压 U_r 连到同相端.

(1) $R_1=R_2=10\ k\Omega$，$u_2=2\ V$，用数字万用表监测 u_o，将 u_1 由小到大逐步增大，直到 u_o 数值发生“翻转”时，测量 u_1，与 u_2 比较，体会比较器的工作原理，确定 u_o 翻转时 u_1 的数值.

* (2) 过零比较器，由函数信号发生器送出一正弦波（$f=500$ Hz，$U_P=2$ V）作为 u_1，$u_2=0$，用示波器观察 u_o 波形，逐步加大 u_2，观察 u_o 变化.

4. 积分器

(1) 参照图 45－6 自行设计电路. 由直流电源和电位器组成分压电路送出电压 u_1，经开关 S_1 接到积分器的输入端，在电容 C 两端并联开关 S_2，想一想，开关 S_2 的作用是什么？用示波器观察输出电压 u_o 波形. $R=100\ k\Omega$，$C=1\ \mu F$.

合开关 S_1，观察 u_o 波形.

(2) 改变 u_t 取值，如取为 1 V，3 V，5 V，观察输出电压 u_o 波形变化有何规律？

注意：

(1) 每次实验接线后，要仔细检查电路，之后再接入 ±15 V 电源及输入端的信号源．在更换电路元件参数或更换电路时，要先切断 ±15 V 电源．

(2) 接线要牢固、整齐，信号源的“地”、运算放大器的“地”及示波器的“地”线要相连接．

（二）运算放大器应用电路

可选择几个，自己安排实验步骤完成．

1．数字欧姆计

(1) 组装满量程为 20 kΩ 的数字欧姆计，电路连接如图 45－8 所示．电源电压为 0.2 V，输出电压 U_o 用数字表的 2 V 电压挡测量．要组成 20 kΩ 的欧姆计，输入电阻 R_n 应取多少？对此欧姆计进行校准，并用此欧姆计测量未知电阻．

(2) 如果将输入电阻 R_n 换为 20 kΩ，这时欧姆计的量程是多少？

*(3) 如果用自组欧姆计测量一个二极管的正向电阻，用上述两个量程进行测量，结果是否相同？为什么？

2．光电二极管放大电路

(1) 连接电路如图 45－10 所示．电源电压先取 1 V，$R_f = 100$ kΩ，测量见光时的 U_o，估算电流 I_ϕ 的大小．测量挡光、见光时的 U_o．

(2) 改变 E 观察输出有何变化？

*(3) 采取什么措施，可以改变见光时的输出电压．

3．监控报警电路

(1) 连接电路如图 45－11 所示．做传感器检测报警模拟实验．检测电压 $U_r = 2$ V．改变 u_i，观察 u_o 的“翻转”．

*(2) 如果有一稳压二极管、发光二极管及两个可变电阻，设计方案，用发光二极管作显示，反映“超常”报警．

4．差动比例电路

(1) 连接电路如图 45－12 所示．安排实验步骤，证明差动比例电路原理：$u_o = \dfrac{R_f}{R}(u_2 - u_1)$．

*(2) 用一电阻箱模拟铂电阻温度传感器，设计制作一测温电路，铂电阻为 Pt 100 型，测温范围：0～100 ℃，通过铂电阻的电流≤1 mA，输出电压：0～100 mV．

5．方波－三角波发生器

连接电路如图 45－13 所示，估算 R 的大小制作方波－三角波发生器，测量方波、三角波电压的峰值和周期，与计算值进行比较．

【思考题】

(1) 运算放大器的 ±15 V 电源若接反了，会烧坏集成电路．为避免接错电源及输入信号过大，可加接如图 45－14 所示的保护电路，请解释其工作原理．

(2) 图 45－15 是窗比较器，它可以判别输入电压 u_i 是否在两个参考电压 U_L 和 U_H（所谓

“窗”)之间．请分析其工作原理．画出输入、输出电压特性图(以 u_i 为横坐标、u_o 为纵坐标)．

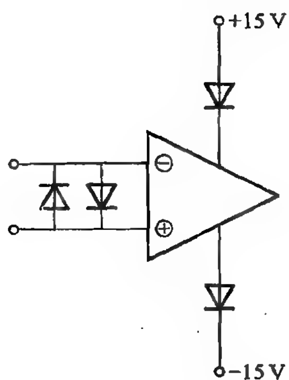


图 45 - 14　保护电路

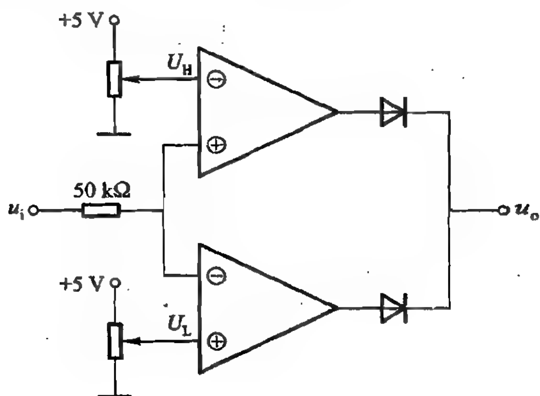


图 45 - 15　“窗”比较器

实验四十六

测定物质的色散曲线

【目的要求】

(1) 掌握用最小偏向角方法测定物质折射率;
(2) 测定玻璃材料色散曲线.

【仪器用具】

分光计,玻璃三棱镜,水银灯,钠灯,He－Ne激光器,平面镜,放大镜.

【实验原理】

物质色散现象是指该物质折射率 n 或吸收系数 α 随光波波长 λ 变化的宏观表现.由于物质与光相互作用的结果,一般色散规律或 n 值随 λ 值变化曲线呈非线性色散曲线.它可以通过测定不同波长 λ 值时物质的折射率 $n(\lambda)$ 值绘制而成.测定物质折射率 n 值的仪器和方法有各种类型.

本实验介绍在分光计上用最小偏向角方法,测定不同光波波长 λ 值对应的玻璃折射率 $n(\lambda)$,最后得到玻璃材料色散曲线.最小偏向角方法大多用于测定固体折射率.其基本原理是将待测的光学材料,例如玻璃制成三棱镜,最小偏向角法测定其折射率 n 的原理见图46－1.光线 a 代表一束单色平行光,以入射角 i_1 投射到棱镜的 AB 面上,经棱镜两次折射后以 i_4 角从另一面 AC 射出来,成为光线 t.经棱镜两次折射,光线传播方向总的变化可用入射光线 a 和出射光线 t 延长线的夹角 δ 来表示,δ 叫做偏向角.由图46－1可知

$$\delta=(i_1-i_2)+(i_4-i_3)=i_1+i_4-A \tag{46.1}$$

此式表明,对于给定的棱镜,其顶角 A 和折射率 n 已定,则偏向角 δ 随入射角 i_1 而变,δ 是 i_1 的函数.

用微商计算可以证明[①],当 $i_1=i_4$ 或 $i_2=i_3$ 时,即当入射光线 a 和出射光线 t 对称地"站在"棱镜两旁时,偏向角有最小值,叫最小偏向角,用 δ_m 表示.此时有 $i_2=A/2$,$i_1=(A+\delta_m)/2$,故

$$n=\frac{\sin\frac{A+\delta_m}{2}}{\sin\frac{A}{2}} \tag{46.2}$$

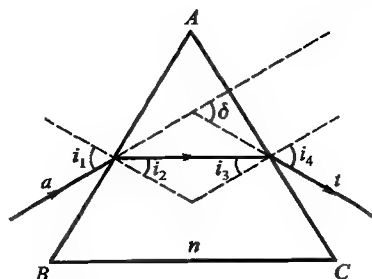


图46－1 最小偏向角法测定 n 原理图

---

① 赵凯华,钟锡华,光学(上册).北京:北京大学出版社,1984.17～18

用分光计测出棱镜的顶角 A 和最小偏向角 δ_m,则可求得棱镜对应该单色光波的折射率 n.

由于折射率 n 是光波波长 λ 的函数,所以,在不同波长的单色光波下,测定玻璃三棱镜对应该单色光波的最小偏向角,计算对应的折射率 n 值,可得到表示折射率 n 与波长 λ 关系的色散曲线.通常用色散率 ν 表征材料折射率随波长变化的程度.$\nu=dn/d\lambda\approx\Delta n/\Delta\lambda$.当光波波长 λ 增加时材料折射率 n 和色散率 ν 都减小时,这样的色散现象称为正常色散现象.反之,则叫反常色散现象.材料色散现象的实质是光与物质中的原子或分子相互作用的宏观表征.其微观过程可用量子理论描述.而用经典的电子论,即经典电偶振子受迫振动模型能够解释实验观测的色散现象.依据这种模型可推导出描述正常色散现象的柯西(Cauchy)经验公式

$$n=A+\frac{B}{\lambda^2}+\frac{C}{\lambda^4} \tag{46.3}$$

式中:A,B 和 C 是表征材料特性的常数.而对应的色散率

$$\nu=\frac{dn}{d\lambda}=-\frac{2B}{\lambda^3}-\frac{4C}{\lambda^5} \tag{46.4}$$

用最小偏向角法测定折射率 n 的不确定度与测角仪(分光计)的允差或最小分度值密切相关.这种方法要求把待测固体加工成规则的三棱镜.因此费工时又费料,不适用于生产.对光源除要求单色外.还要求是平行光.平行光由调好的平行光管提供.

【实验内容】

1. 调节分光计和三棱镜

如图 46-2 所示,在分光计载物平台上放上玻璃三棱镜,然后按照以下步骤进行操作:

(1) 调节望远镜聚焦于无穷远;

(2) 使望远镜光轴与仪器转轴垂直;

(3) 调节平衡光管产生平行光并使其光轴与仪器转轴垂直;

(4) 调节三棱镜的主截面与仪器转轴垂直.

2. 测定最小偏向角 δ_m

在调好分光计和三棱镜位置的基础上,测定棱镜对应水银灯绿色谱线($\lambda=546.1$ nm)的最小偏向角 δ_m.

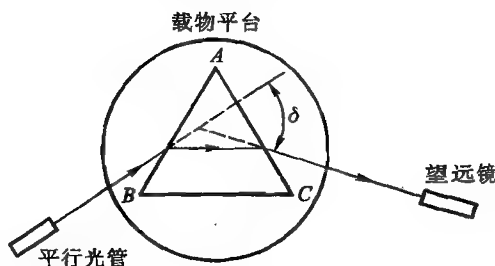


图 46-2 测量最小偏向角方法

(1) 用水银灯照亮平行光管狭缝.转动游标盘(游标盘与待测物之间不可有丝毫相对位移),使棱镜处在如图 46-2 所示的位置.先用眼睛沿棱镜出射光方向寻找棱镜折射后的狭缝像,找到后再将望远镜移到眼睛所在方位,此时在望远镜中就能看到水银光谱线(即狭缝的单色像).

(2) 稍稍转动游标盘,以改变入射角 i_1,使绿谱线朝偏向角减小的方向移动,并要转动望远镜跟踪绿谱线.直到棱镜继续沿着同方向转动时,该谱线不再向前移动却往相反方向移动为止.这个绿谱线反方向移动的转折位置就是棱镜对绿谱线的最小偏向角位置.拧紧螺钉,将游标盘止动.

(3) 将望远镜中"+"准线的竖线 PP' 移到这一最小偏向角位置上,与绿谱线重合.微调游标盘,使棱镜微小转动,准确找出绿谱线反向移动的确切位置.轻轻移动望远镜,使 PP' 线对准绿谱

线中心,记下左右游标读数 θ'_1,θ''_1(出射光的方位).

(4) 拧紧螺钉将望远镜与刻度盘固定,转动望远镜对着入射光,使其 PP'线与白色狭缝像重合,记下左右游标读数 θ'_2,θ''_2(入射光的方位).

(5) 重复步骤(2)、(3)、(4),测量 3 次,求 δ_m 的平均值$\overline{\delta_m}$,再由公式计算 n 值.

3. 测定玻璃材料的色散曲线

在上述实验基础上,仔细确认表 46-1 中表示的水银灯发射的几种强度较强的可见光谱线.分别测定不同波长下的最小偏向角.计算相对应的折射率,用钠光灯和 He-Ne 激光器代替水银灯.分别测定与钠黄光两条谱线 589.00 nm 和 589.59 nm 以及激光波长 632.80 nm 相对应的最小偏向角和折射率.将全部测定的 λ 对应的 n 值列成数据表格.以 λ 为横坐标、n 为纵坐标,画出 $n-\lambda$ 关系曲线.

表 46-1 不同波长下测量最小偏向角和折射率的数据

波长 λ/nm	最小偏向角 δ_m	折射率 n
690.75		
671.65		
632.80		
623.44		
Δ612.33		
607.26		
589.59		
589.00		
Δ579.07		
Δ576.96		
Δ546.07		
496.03		
Δ491.60		
Δ435.84		
Δ407.78		
Δ404.66		

注:Δ表示低压水银灯光的主要谱线波长 λ 值.

4. 利用柯西公式,求出玻璃材料特征常数 A、B 和 C 值,并计算该材料正常色散的色散率 ν

【思考题】

你能够采用掠入射法测定薄固体膜或溶液的色散曲线吗?写出实验条件和步骤.

【附录】

表 46-2 测量最小偏向角原始数据(仅供参考)

测量次数	左游标读数			右游标读数			$\delta_m=\frac{\delta'_m+\delta''_m}{2}$
	θ'_1(出射光)	θ'_2(入射光)	$\delta'_m=\theta'_1-\theta'_2$	θ''_1(出射光)	θ''_2(入射光)	$\delta''_m=\theta''_1-\theta''_2$	
1							
2							
3							
平均值	—	—	—	—	—	—	$\overline{\delta_m}=$

实验四十七

光栅特性及测定光波波长

【目的要求】

(1) 了解光栅的主要特性；
(2) 用光栅测光波波长；
(3) 掌握调节和使用分光计.

【仪器用具】

分光计，透射光栅，平面镜，水银灯，钠光灯，可调狭缝，读数显微镜.

【实验原理】

光栅和棱镜一样，是重要的分光元件，它可以把入射光中不同波长的光分开. 利用光栅分光制成的单色仪和光谱仪已被广泛应用.

衍射光栅有透射光栅和反射光栅两种，我们实验所用的是平面透射光栅，它相当于一组数目极多、排列紧密均匀的平行狭缝.

根据夫琅禾费衍射理论，当一束平行光垂直地投射到光栅平面上时，光通过每条狭缝都发生衍射，所有狭缝的衍射光又彼此发生干涉. 凡衍射角符合下列条件

$$d\sin\phi = k\lambda \quad k=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{47.1}$$

在该衍射角方向上的光将会加强，其他方向几乎完全抵消. 式(47.1)称为光栅方程，式中 ϕ 是衍射角，λ 是光波波长，k 是光谱的级数，d 是缝距，即相邻两狭缝上对应点之间的距离，称为光栅常数. 它的倒数 $1/d$ 叫做光栅的空间频率.

当入射平行光不与光栅表面垂直时，光栅方程式应写成

$$d(\sin\phi - \sin i) = k\lambda \quad k=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{47.2}$$

式中 i 为入射光与光栅法线的夹角. 所以在利用式(47.1)时，一定要保证平行光垂直入射，否则必须利用式(47.2)

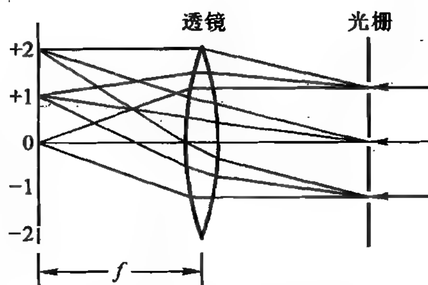


图 47－1　光栅衍射原理

如果用会聚透镜把这些衍射后的平行光会聚起来，则在透镜的后焦面上将出现一系列的亮点，焦面上的各级亮点在垂直光栅刻线的方向上展开. 当一束光通过平行光管产生的平行光垂直入射于光栅时，在透镜的后焦面上将出现一系列的亮线，称为谱线. 在 $\phi=0$ 的方向上可以观察到中央极强，称为零级的“谱线”. 其他 ±1，±2，…级的谱线对称地分布在零级“谱线”的两侧，如图 47－1 所示.

如果光源中包含几种不同波长的光，对不同波长的光，同一级谱线将有不同衍射角 ϕ. 因此在透镜的焦面上出现按波长次序及谱线级次，自第0级开始左右两侧由短波向长波排列的各种颜色的谱线，称为光栅衍射光谱. 图47－2是水银灯的部分光栅衍射光谱示意图.

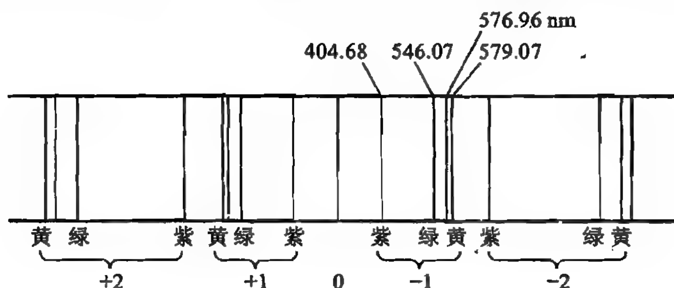


图47－2 水银灯部分光谱线

用分光计测出各条谱线的衍射角 ϕ. 若已知光波波长，由式(47.1)可得到光栅常数 d；若已知光栅常数 d，可由式(47.1)得到待测光波波长 λ.

光栅是精密的分光元件. 衍射光栅的基本特性可以用它的"分辨本领"与"角色散率"来表示.

"光栅分辨本领"R 定义为两条刚好能被该光栅分辨开的谱线的波长差 $\Delta\lambda \equiv \lambda_2 - \lambda_1$ 去除它们的平均波长 $\bar{\lambda}$

$$R \equiv \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda} \tag{47.3}$$

R 越大，表明刚刚能被分辨开的波长差 $\Delta\lambda$ 越小，光栅分辨细微结构的能力就越高. 按照瑞利判据，两条刚好能被分开的谱线规定为：其中一条谱线的极强正好落在另一条谱线的极弱上. 由此条件可推知，光栅的分辨本领公式为

$$R = kN \tag{47.4}$$

式中：N 是光栅有效使用面积内的刻线总数目.

由式(47.4)可知：光栅在使用面积一定(宽度 l 一定)的情况下，使用面积内的刻线数目越多，分辨本领越高；对有一定光栅常数 d 的光栅，有效使用面积越大，分辨本领越高(这是因为刻线数目越多谱线越细锐的缘故)；高级数比低级数的光谱有较高的分辨本领. 由于通常所用光栅的光谱级数不高(一般实验室使用的光栅的光谱级数为1级和2级)，所以光栅的分辨本领主要决定于有效使用面积内的刻线数目 N. 例如，每毫米约有600条刻线或300条刻线的光栅.

"角色散率"D 定义为同一级两条谱线衍射角之差 $\Delta\phi$ 与它们的波长差 $\Delta\lambda$ 之比. 它只反映两条谱线中心分开的程度，而不涉及它们是否能够分辨.

$$D \equiv \frac{\Delta\phi}{\Delta\lambda} \tag{47.5}$$

把式(47.1)微分，得

$$D \equiv \frac{\Delta\phi}{\Delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\phi} \tag{47.6}$$

由式(47.6)可知，光栅光谱具有以下特点：光栅常数 d 愈小(即每毫米所含光栅刻线数目越多)，角色散愈大；高级数的光谱比低级数的光谱有较大的角色散；在衍射角 ϕ 很小时，式(47.6)中的

$\cos\phi\approx 1$，角色散 D 可看作一常数，此时 $\Delta\phi$ 与 $\Delta\lambda$ 成正比，故光栅光谱称线性光谱.

【实验内容】

1. 仪器调节

本实验在分光计上进行.要使实验满足式(47.1)成立的条件，入射光应是垂直入射的平行光，衍射后要用聚焦于无穷远的望远镜观察和测量.为了保证测量准确，衍射谱线的等高面应该与分光计转轴垂直.所以，对分光计的调节要求是：平行光管产生平行光；望远镜聚焦于无穷远(即能接收平行光)；使平行光管和望远镜的光轴都垂直仪器的转轴.并要求光栅平面与平行光管光轴垂直；光栅的刻痕与仪器转轴平行.(分光计的调节方法见实验二十五"分光计"的有关内容.)

光栅的调节内容如下：

(1) 调节光栅平面(即刻痕所在平面)与平行光管光轴垂直.调节方法是：先用水银灯把平行光管的狭缝照亮，使望远镜目镜中分划板中心垂直线对准狭缝像.然后固定望远镜.把光栅放置在载物台上(如图 47-3)，根据目测尽可能做到使光栅平面垂直平分 b_1b_2 连线，而 b_3 应在光栅平面内，并使光栅平面大致垂直于望远镜.再用自准直法调节光栅平面，直到从光栅平面反射回来的亮"+"字像与分划板 MN 线重合.此时光栅平面与望远镜光轴垂直.再调节平行光管狭缝像与"+"字像重合，使光栅平面与平行光管光轴垂直，在望远镜中看到如图 47-4 所示后立刻固定游标盘.(只需对光栅的一面进行上述调节，不再把光栅转 180°进行调节.)

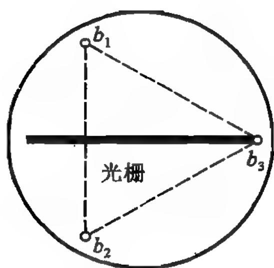


图 47-3 载物台上光栅的放法

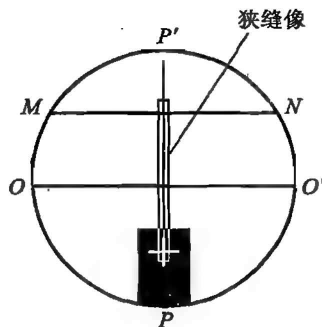


图 47-4 望远镜目镜中的图样

(2) 调节光栅使其刻痕与仪器转轴平行：目的是使各条衍射谱线的等高面垂直分光计转轴，以便从刻度圆盘上正确读出各条谱线的衍射角.

调节方法是：松开望远镜的紧固螺丝，转动望远镜，找到光栅的一级和二级衍射谱线，±1，±2，…级谱线分别位于 0 级的两侧，调节各条谱线中点与分划板圆心重合，即使两边光谱等高.调好后，再返回来检查光栅平面是否仍保持与平行光管光轴垂直，若有改变，则要反复调节，直到以上两个条件均能满足.

注意：光路调好后，游标圆盘应固定，测量过程不要再碰动光栅.

2. 测定光栅常数

以水银灯为光源，整体移动分光计，对准光源，使水银灯大体位于平行光管的光轴上．测出 $k=\pm1$ 级，波长为 546.07 nm 绿光的衍射角 ϕ_{+1} 和 ϕ_{-1}．重复测量 3 次，求平均值 $\overline{\phi_1}$，代入式(47.1)中求 d．如果还有时间，再测 $k=\pm2$ 级的衍射角 $\overline{\phi_2}$，求 d 值．然后求该光栅的空间频率．

3．测定未知光波波长及角色散率

用上述同样方法，在 $k=\pm1$ 级时，测出水银灯的两条黄线(黄$_1$)与(黄$_2$)的衍射角 $\overline{\phi_1}$（黄$_1$）和 $\overline{\phi_2}$(黄$_2$)，分别代入式(47.1)，即可求出它们的波长 λ_1(黄$_1$)及 λ_2(黄$_2$)．计算波长差 $\Delta\lambda$ 值．

再由公式(47.5)和(47.6)分别计算光栅的角色散(两个公式算出的角色散 D 都要用同样的单位，例如用(′)/nm，以便比较)．

4．观察分辨本领与光栅有效面积中的刻线数目 N 的关系

用钠光灯代替水银灯．把平行光管的狭缝调窄，直到在望远镜中能看到钠的两条 1 级黄色谱线．整体移动分光计，对准光源，使黄线最亮．用一可变的狭缝光阑，套在平行光管的物镜上，适当调节这个狭缝光阑的宽度，挡住光栅的一部分，即减少它有效面积内刻痕的数目 N，观察钠光两条黄色谱线随 N 的减少而发生的变化，记录观察的结果．继续变化光阑宽度，使两条黄色谱线刚好能分辨，取下狭缝光阑，用读数显微镜测出两条钠黄谱线刚好能分辨时的狭缝光阑宽度 l，再由公式(47.3)和(47.4)分别计算 R，并进行比较．

【思考题】

(1) 使用公式(47.1)应保证什么条件？实验中是如何保证的？如何检查条件是否满足？

(2) 光栅调节中，放置光栅要求光栅平面垂直平分 b_1b_2 连线(见图 47－3)，这是为什么？如果光栅平面仅仅与 b_1b_2 连线垂直，但并不平分 b_1b_2 连线，是否可以？为什么？

(3) 实验中如果两边光谱线不等高，对测量结果有何影响？

(4) 试说明光栅分光与三棱镜分光的光谱有何区别？

(5) 两条很靠近的谱线若用光栅不能分辨开来，问是否可以使它们经光栅后，再用放大系统将它们分开？

(6) 公式(47.5)与(47.6)有何区别与联系？公式(47.3)与(47.4)有何区别与联系？

【附录】

表 47－1　不同波长下测量光栅衍射角的原始数据(仅供参考)

k	谱线	左游标读数		右游标读数		左右平均值
		θ'	$\phi'=\theta'-\theta'_0$	θ''	$\phi''=\theta''-\theta''_0$	$\phi=\frac{1}{2}(\phi'+\phi'')$
+1 级	黄$_2$					$\phi_{+1}=$
	黄$_1$					$\phi_{+1}=$
	绿					$\phi_{+1}=$
0 级	θ_0					

续表

k	谱线	左游标读数		右游标读数		左右平均值
		θ'	$\phi'=\theta'-\theta'_0$	θ''	$\phi''=\theta''-\theta''_0$	$\phi=\frac{1}{2}(\phi'+\phi'')$
−1 级	绿					$\phi_{-1}=$
	黄$_1$					$\phi_{-1}=$
	黄$_2$					$\phi_{-1}=$
±1 级平均值 $\overline{\phi_1}=\frac{\phi_{+1}+\phi_{-1}}{2}$	$\overline{\phi_1}$黄$_2$					$\overline{\phi_1}=$
	$\overline{\phi_1}$黄$_1$					$\overline{\phi_1}=$
	$\overline{\phi_1}$绿					$\overline{\phi_1}=$

注：有上角标′的量表示左游标读数及计算值；有上角标″的量表示右游标读数及计算值；下角标表示谱线的级次及有关量．ϕ 取绝对值．θ 角读数方法请参考分光计实验的有关内容．

实验四十八

偏振光的定量研究

【目的要求】

(1) 了解偏振光通过检偏器后透射光强的变化规律；

(2) 学习椭圆偏振光数据处理的基本原理和方法；

(3) 掌握光学平台上共轴调节的基本方法和步骤；

(4) 学会分析实验曲线与理论曲线之间的误差来源.

【仪器用具】

光学防震平台，偏振光实验系统，半导体泵浦 YAG 激光器(532 nm)或 He－Ne 激光器及电源，格兰棱镜，$\lambda/4$ 波片，硅伏探测器，凸透镜，中性灰色玻璃片，黑屏，步进电机，多维调节架，磁控底座，电控箱等.

【实验原理】

光的干涉和衍射现象揭示了光的波动性，光的偏振现象显示了光的横波性. 光波是一种电磁波，在光与物质相互作用时，主要起作用的是横向振动着的电矢量或光矢量，而振动方向对传播方向的不对称性构成光的各种偏振态.

(一) 光的五种偏振态

光的偏振态通常分为自然光、部分偏振光、线偏振光、圆偏振光和椭圆偏振光五种. 自然光和部分偏振光二者均由大量取向各异、彼此无相位关联的线偏振光组成，只不过自然光的光矢量相对于光的传播方向具有轴对称性，部分偏振光不具备轴对称性，而存在某一优势方向. 线偏振光、椭圆偏振光和圆偏振光均可以等效为振动方向相互垂直、相互关联的两个线偏振光，这两个线偏振光具有相同的传播方向和频率，两者有确定的相位差

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos(\omega t - kz) \\ E_y = A_y \cos(\omega t - kz + \delta) \end{cases} \tag{48.1}$$

当($\delta = 0, \pi$)时，式(48.1)描述的是线偏振光；当($\delta = \pm\pi/2, A_x = A_y$)时，为圆偏振光；当($\delta = \pm\pi/2, A_x \neq A_y$)时，为正椭圆偏振光；当($\delta \neq \pm\pi/2, A_x \neq A_y$)时，为各种取向的斜椭圆偏振光.

(二) 通过检偏器后的透射光强

人眼仅对光的强弱变化敏感，而无法直接感知光的各种偏振态. 必须借助检偏器，研究透射光强的变化来判定光的偏振态. 检偏器(或起偏器)是一种只允许某一振动方向光通过的光学器件，当它用来产生线偏振光时称为起偏器，用来检验线偏振光时称为检偏器. 常用的检偏器有两类，一类是利用材料对不同方向的电磁振动具有选择吸收特性的原理制成的，称为偏振片；一类是用双折射晶体制成的特殊棱镜，如尼科尔棱镜、格兰棱镜等，这类棱镜的透光率和偏振度远高

于偏振片．在检偏器上能够让电矢量充分透过的方向称为透振方向记作 P，与 P 正交的方向上的电矢量将被强烈吸收而无法透过，称为消光方向．

1．线偏振光通过检偏器——马吕斯定律

马吕斯定律指出，一束如图 48－1(a)所示光强为 I_0 的线偏振光，通过检偏器的透射光强为

$$I_P(\theta)=I_0\cos^2\theta \tag{48.2}$$

式中：θ 角是线偏振光的振动方向与检偏器透振方向 P 之间的夹角．当检偏器旋转 1 周时，透射光强交替出现极大和消光各两次，彼此相隔 $\pi/2$，$I_P-\theta$ 曲线参见图 48－1(b)．5 种偏振光中，只有线偏振光入射时才会有“消光”现象．

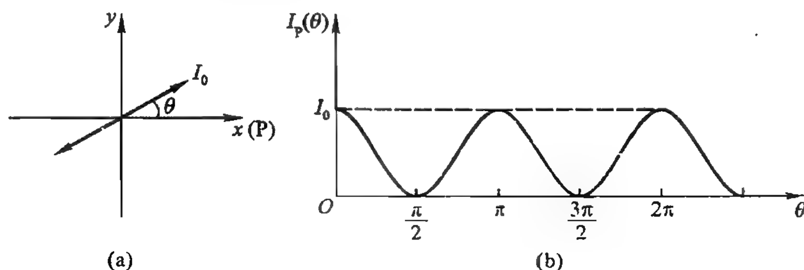


图 48－1　线偏振光通过检偏器的透射光强

2．自然光通过检偏器

在垂直于光传播方向的平面上，任取一直角坐标系，将图 48－2(a)所示光强为 I_0 的自然光中每一个光矢量都在这两个方向上分解，就会在 x 和 y 两个方向上得到无数个无确定相位关系的光振动矢量，其振幅分别为 A_{ix} 和 A_{iy}，它们只能非相干叠加，即

$$I_x=A_x^2=\sum_i A_{ix}^2,\ I_y=A_y^2=\sum_i A_{iy}^2$$

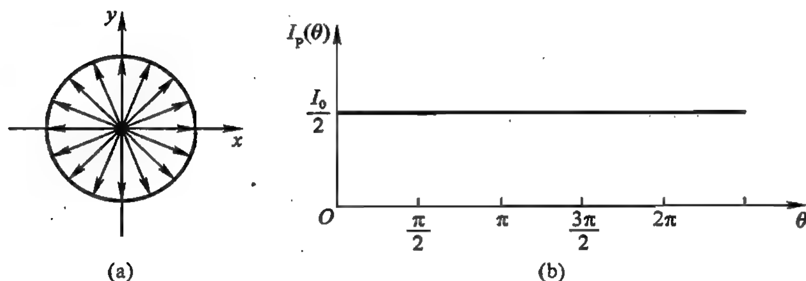


图 48－2　自然光通过检偏器的透射光强

由于自然光具有轴对称性，因此有

$$I_x=I_y=\frac{1}{2}I_0 \tag{48.3}$$

式(48.3)说明，自然光可以等效为等幅($I_0/2$)、无确定相位关系、且取向任意的两个正交的线偏振光．当检偏器旋转时，我们总可以将检偏器的透振方向 P 取为 x 轴，则透射光强始终等于入射

光强的一半即

$$I_P(\theta)=I_x=\frac{1}{2}I_0 \tag{48.4}$$

$I_P-\theta$ 曲线应当为一条直线，如图 48－2(b)所示．

3．部分偏振光通过检偏器

部分偏振光具有一优势方向即极大值 I_M 方向和一与其正交的极小值 I_m 方向，以这两个方向建立直角坐标系，参见图 48－3(a)．可以用与自然光相类似的方法，将部分偏振光的每一个光矢量都分解在这一坐标系中，则 I_m 和 I_M 分别对应 x 轴和 y 轴上无数振动分量的非相干叠加的结果．于是入射光总光强 $I_0=I_x+I_y=I_m+I_M$，且 I_M 与 I_m 两正交振动之间是完全不相干的．换句话说，部分偏振光可以分解为光强为 I_M 与 I_m 两个线偏振光，而且两者间的相位差是完全随机的．则任意透振方向 P 的透射光强 $I_P(\theta)$ 等于 I_M、I_m 按马吕斯定律在 θ 方向完全非相干叠加

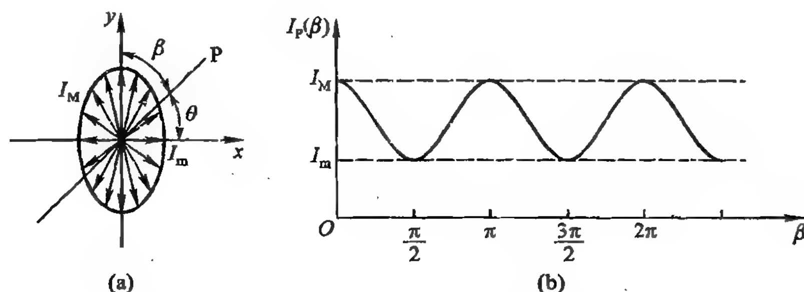


图 48－3　部分偏振光通过检偏器的透射光强

$$I_P(\theta)=I_m\cos^2\theta+I_M\sin^2\theta \tag{48.5}$$

式中：θ 角为透振方向 P 与 x 轴之间的夹角．将(48.5)式改写为以 β 为参数，有

$$I_P(\beta)=I_m+(I_M-I_m)\cos^2\beta \tag{48.6}$$

这里 β 角为透振方向 P 与 y 轴之间的夹角．由式(48.6)可知，该部分偏振光也可以看成光强为 $2I_m$ 的自然光与光强为(I_M-I_m)的线偏振光之和，如图 48－4 所示．当检偏器旋转一周时，透射光强交替出现极大和极小各两次，彼此相隔 $\pi/2$，但无消光．其 $I_P-\beta$ 曲线形式上应当是自然光与线偏振光之和，即图 48－1(b)与图 48－2(b)两条曲线的叠加，参见图 48－3(b)．

4．椭圆偏振光通过检偏器——偏振光的干涉

椭圆偏振光可用两个正交、有固定相位差 δ 的线偏振光 $E_x=A_x\cos\omega t$，$E_y=A_y\cos(\omega t+\delta)$ 加以描述．如图 48－5 所示，A_x、A_y 是两个正交振动的振幅，分别为椭圆外切矩形的两边长之半，θ 为透振方向 P 与 x 轴之间的夹角．两线偏振光在 P 方向上的投影同频、同方向、有确定的相位差，满足相干条件．因此，透射光强等于二者光强的相干叠加

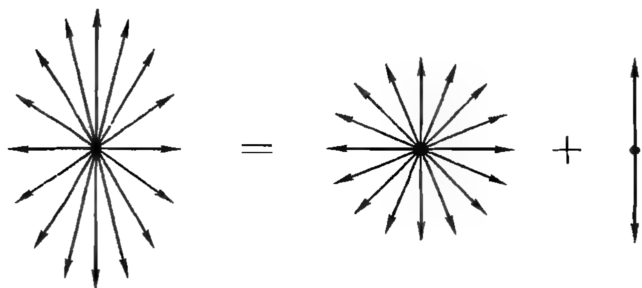


图 48-4 部分偏振光可以看成自然光与线偏振光之和

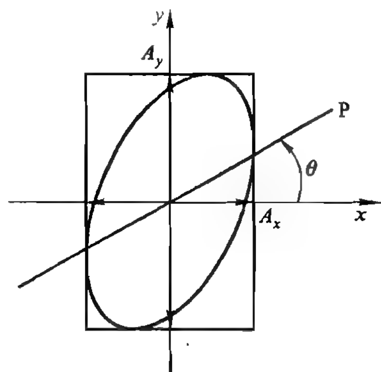


图 48-5 椭圆偏振光的描述

$$I_P(\theta)=(A_x\cos\theta)^2+(A_y\sin\theta)^2+2A_x\cos\theta\cdot A_y\sin\theta\cdot\cos\delta \tag{48.7}$$

将式(48.7)化简,并考虑到 $I_x=A_x^2$ 及 $I_y=A_y^2$ 可得

$$I_P(\theta)=\frac{1}{2}(I_x+I_y)+\frac{1}{2}(I_x-I_y)\cos 2\theta+\sqrt{I_xI_y}\cos\delta\cdot\sin 2\theta \tag{48.8}$$

利用三角函数进一步化简上式,并且入射椭圆偏振光的总光强 $I_0=I_x+I_y$ 最终可得

$$I_P(\theta)=\frac{1}{2}I_0+\frac{1}{2}\sqrt{I_x^2+I_y^2+2I_xI_y\cos 2\delta}\cdot\cos(2\theta-\theta_0) \tag{48.9}$$

其中

$$\theta_0=\arctan\frac{2\sqrt{I_xI_y}\cos\delta}{I_x-I_y} \tag{48.10}$$

当 $\delta=\pm\pi/2$,即入射为正椭圆偏振光时,由式(48.7)可知透射光强为

$$I_P(\theta)=(A_x\cos\theta)^2+(A_y\sin\theta)^2 \tag{48.11}$$

与式(48.5)比较,不难发现椭圆偏振光透射光强与部分偏振光相同. 检偏器旋转一周,透射光强交替出现极大和极小各两次,彼此相隔 $\pi/2$,无消光现象. 因此,其透射光强曲线也应与图 48-3(b)相似.

(三) 椭圆偏振光透射光强的数据处理

由式(48.9)可知椭圆偏振光通过检偏器的透射光强的角分布曲线不是椭圆,而是形似一种四次卵形线. 为达到直接验证椭圆偏振光的目的,需要将从实验得到的透射光强数据换算成光矢量的数据,以还原光矢量的椭圆分布. 目前已有切线处理、β 处理、切点处理及振幅(A)处理等数据处理方法,下面以切线处理法为例讨论椭圆偏振光数据处理的原理和方法.

1. 透射光强的几何意义

在检偏器上取直角坐标系,其 x 轴平行于透振方向 P. 当椭圆偏振光射到检偏器时,光矢量就被分解为 E_x、E_y 两个分量,E_x 分量透过,E_y 分量被阻挡,透射光强 $I_P=A_x^2$(A_x 是 E_x 的振幅). 设椭圆偏振光的长、短半轴分别为 a 和 b. 检偏器旋转至图 48-6(a)所示位置,其 x 轴(透振方向 P)与椭圆长轴平行,$A_x=a$,透射光强 $I_P=a^2$;其 x 轴与椭圆短轴平行时如图 48-6(b)所示,$A_x=b$,$I_P=b^2$;当检偏器的 x 轴相对椭圆主轴处于任意倾斜位置时,作一个分别与 x、y

轴平行的矩形框与椭圆外切，参见图 48－6(c)，这矩形两边长度之半就是椭圆偏振光在坐标系上的投影的振幅 A_x 和 A_y. A_x 透射，A_y 被吸收. 不难看出 $b < A_x < a$，以及 $b^2 < I_P < a^2$. 旋转检偏器，透射光强在极大值 $I_P = a^2$ 和极小值 $I_P = b^2$ 之间变化.

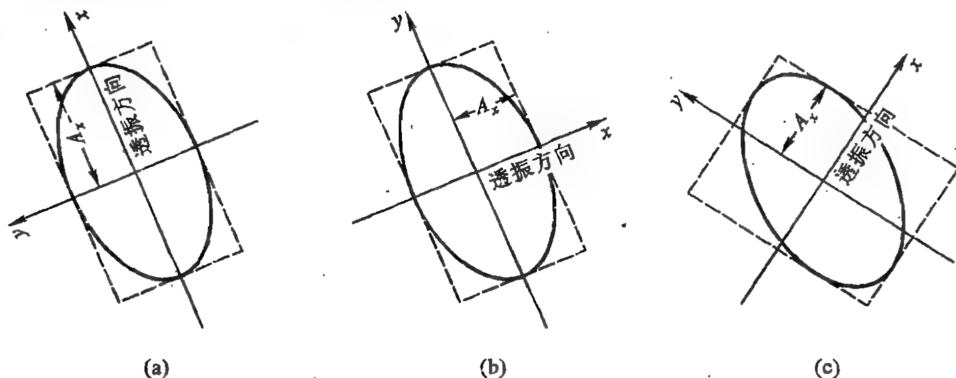


图 48－6　椭圆偏振光透射光强的几何意义

2. 切线处理法

如图 48－7 所示，以椭圆主轴建立直角坐标系，检偏器的透振方向 P 与 x 轴夹角为 θ，作垂直于 P 且与椭圆相切于 A 点的直线 L（图中虚线所示），L 与 P 相交于 D，与 x 轴、y 轴分别交于 B、C 点. 由透射光强的几何意义可知：

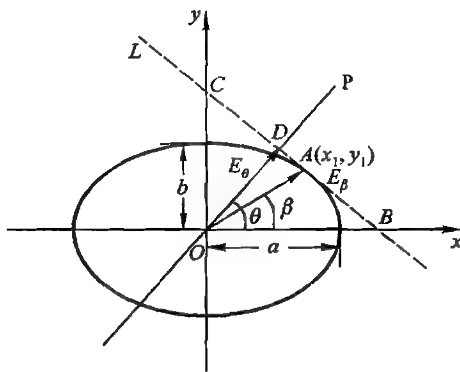


图 48－7　切线处理

(1) θ 角方向的透射光强是原点到切线 L 的距离的平方，即 $I_P(\theta) = OD^2 = |E_\theta|^2$，$E_\theta$ 为透射分量.

(2) θ 角方向的透射分量 E_θ 反映的是切点 A 代表的 β 方向的光矢量 E_β.

因此，只要知道透射分量 E_θ 与切点光矢量 E_β 之间的关系，就可以通过对透射光强的实验数据进行处理还原出光矢量 E_β 的椭圆分布. 切线处理法的公式如下（详细推导见【附录】1.）：

$$\tan\beta=\frac{b^2}{a^2}\cdot\tan\theta \tag{48.12}$$

$$E_\beta=\frac{E_\theta}{\cos(\theta-\beta)} \tag{48.13}$$

椭圆长短轴之比 b/a 可由实验数据确定. 根据(48.12)及(48.13)两式,我们可以分别由检偏器的旋转角 θ 和透射分量 $E_\theta=\sqrt{I_P(\theta)}$ 确定光矢量 E_β 的方向和大小. 只要计算出所有 β 角方向的光矢量的大小,即可绘制出其振幅分布的椭圆.

(四) 椭圆偏振光的定量检测

众所周知,椭圆偏振光可以用一个起偏器和一个 $\lambda/4$ 波片产生,并利用检偏器旋转后光强的变化来加以检测. 通过计算机控制,用步进电机自动旋转检偏器,并用光电接收器记录光强,可以实现椭圆偏振光的定量测量. 光路图如图 48-8 所示.

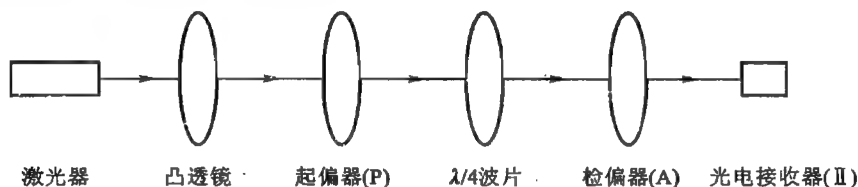


图 48-8 单光束工作方式光路

1. $\lambda/4$ 波片的摆正

任何波片均可以其光轴(e 轴)方向为 x 轴,建立直角坐标系(或 eo 坐标系). 在透振方向相互垂直的起偏器(P)和检偏器(A)之间(称为 PA 正交),放入一波片并旋转一周,波片的 eo 坐标系会 4 次与 P 平行,被称为波片摆正. 波片摆正时,人射的线偏振光无法分解成 o 光和 e 光,波片不起作用,出射光仍为原来 P 方向振动的线偏振光,必与 A 正交而出现消光.

2. α 角的意义

α 角为起偏器 P 与 $\lambda/4$ 波片光轴(e 轴)之间的夹角,即波片被摆正后,再旋转的角度. 我们知道线偏振光加一个 $\lambda/4$ 波片可产生正椭圆偏振光,所谓正椭圆就是以 $\lambda/4$ 波片的光轴(或 eo 坐标系)为对称轴的椭圆. 旋转波片就是旋转椭圆的对称轴. 因此,通过 α 角我们不仅可以确定椭圆的空间取向、方位及形状,而且还可以确定椭圆的长短轴之比 $\tan\alpha=b/a$. 实验中,α 角由检偏器出射光强的最小值 $I_{\min}$ 和最大值 $I_{\max}$ 的比值来确定

$$\tan\alpha=\sqrt{\frac{I_{\min}}{I_{\max}}} \tag{48.14}$$

由于出射光强的数值与光路共轴调节的好坏、$\lambda/4$ 波片及检偏器的质量以及光源和接收器稳定性等因素有关,实测 α 角与理论 α 角并不完全一致.

【实验内容】

1. 熟悉仪器和设备

仔细阅读偏振光实验系统的《使用说明书》,了解其基本的操作方法;熟悉各种光学装置及相

关的电控设备(装置介绍见附录2).

2. 准备工作

(1) 打开电控箱电源开关;

(2) 打开计算机,并在桌面上启动"偏振光实验平台"软件.

3. 光路的共轴调节

(1) 粗调:按照光路图48-8将激光器、凸透镜、格兰棱镜、λ/4波片、光电接收器以及黑屏等沿光学平台上的直尺排列,粗调各光学元件的高低及左右,使各元件的光心大致在一条直线上,并且使各元件的平面相互平行.然后,从激光器开始逐一加入光学元件进行细调.

(2) 首先进行激光器的水平调节:将激光器电源插头牢固插入电源插座即开启光源,利用黑屏将激光束调整到与光学平台平行(如何调节),并与黑屏十字中心重合.

(3) 然后加入凸透镜进行共轴调节:调节凸透镜使激光束通过其光心并与透镜垂直(如何调节),同时使出射光斑中心与黑屏十字中心重合.

(4) 再加入格兰棱镜进行共轴调节:利用塑料薄膜或深色玻璃调节格兰棱镜的高低及左右,使格兰棱镜的入射及出射光束均通过光心并与黑屏十字中心重合,调节棱镜与激光束垂直.

(5) 最后进行接收器的共轴调节:用接收器替代黑屏,调整接收器使光束对准靶心(必要时可拧下毛玻璃盖,使光束对准靶心).

4. 光源偏振特性的检测

(1) 将格兰棱镜作为检偏器,在"偏振光实验平台"软件上选定该棱镜对应的步进电机,并按"启动"钮使格兰棱镜旋转360°,测量格兰棱镜的出射光强曲线.

(2) 格兰棱镜的动态调节:在旋转过程中调节棱镜方位使棱镜的出射光斑(在接收器上)及反射光斑(在激光器上)的变化范围最小,同时根据测量曲线的对称性及光滑程度进一步调节棱镜,如果曲线不理想,可换上另一个棱镜继续调节直到满意为止.

(3) 记录并保存你认为满意的出射光强随角度变化的曲线,并对光源的偏振特性加以解释(它是自然光吗?如果不是,它是何种偏振光).

5. 线偏振光的检验

(1) 用第一个格兰棱镜作为起偏器(P)产生线偏振光,再加入另一个格兰棱镜作为检偏器(A),并对其进行共轴调节(如何调节).选定检偏器对应的步进电机,并按"启动"钮使检偏器旋转360°,对线偏振光的出射光强进行检测.

(2) 同时根据测量曲线的对称性及光滑程度对检偏器进行动态调节.

(3) 了解不同的起偏角(即起偏器的旋转角)对检偏器出射光强-角度曲线幅度的影响,确定起偏角的选取原则,并选定起偏角(如何读取和检索起偏器的角度).

(4) 保存你认为满意的出射光强随角度变化的曲线(它满足马吕斯定律吗,有何特点).

6. 摆正λ/4波片

(1) 根据线偏振光通过检偏器出射光强-角度曲线,旋转检偏器使P、A正交(如何读取和检索检偏器的角度).

(2) 在P、A之间放入λ/4波片,调节λ/4波片使激光束通过其光心并与波片垂直.

(3) 选定λ/4波片对应的步进电机(放弃检偏器对应的步进电机),并按"启动"钮使λ/4波片旋转360°,测量其通过检偏器透射光强的曲线.

(4) 根据测量曲线进一步调节 $\lambda/4$ 波片，保存你认为满意的 $\lambda/4$ 波片特性曲线（它有什么特点）.

(5) 根据 $\lambda/4$ 波片的测量曲线读取和检索角度，将 $\lambda/4$ 波片摆正（叙述操作步骤）.

7．椭圆偏振光的定量测量及研究

(1) 在 $\lambda/4$ 波片摆正的基础上，通过角度检索将 $\lambda/4$ 波片旋转 15°. 然后选定检偏器对应的步进电机，同时放弃 $\lambda/4$ 波片的电机，并按"启动"钮使检偏器旋转 360°，记录和保存你认为满意的 15° 椭圆时的出射光强－角度曲线.

(2) 打开桌面上的"椭圆偏振光数据处理"软件（仔细阅读"使用说明"）：

① 在图形显示框内选择"极坐标"方式；

② 在文件框内点击"打开文件"条，找到并打开所保存的 15°椭圆的数据文件；

③ 在"理论 α 角度"数据框中输入 15°；

④ 观察实测的光强曲线，并比较几种处理方法所得到的椭圆曲线的优劣，比较并记录实测曲线与理论曲线在幅度以及 α 角度方面的区别，分析可能产生的误差来源；

⑤ 选定"理论光强"、"实测光强"、"理论椭圆"及"切线处理椭圆"四条曲线，点击"保存图形"条，将 15° 椭圆时的四条曲线保存以备打印.

(3) 对其他 3 个 $\lambda/4$ 波片旋转角度（30°、60°、75°）进行同样的定量测量及研究.

8．打印曲线

打印 15°、30°、60°、75° 四个角度时的实测光强曲线、切线处理后的椭圆曲线以及相对应的理论光强和理论椭圆曲线；同时，打印光源特性检验（即单个格兰棱镜曲线）、线偏振光检验（即双格兰棱镜曲线）及 $\lambda/4$ 波片特性三条曲线.

【参考文献】

1 钟锡华．现代光学基础．北京：北京大学出版社，2003

2 杨锐喆，程熹．一种新的椭圆偏振光验证实验的数据修正方法．物理实验，2005

3 吴亚平．椭圆偏振光直接实验验证的数据处理方法．大学物理，2000

4 黄仁忠，王爱星．应当如何验证椭圆偏振光．大学物理，2002

5 是度芳，贺渝龙．基础物理实验．武汉：湖北科学技术出版社，2003

6 赵凯华，钟锡华．光学．北京：北京大学出版社，1984

【附录】

1．公式推导

图 48－7 的椭圆方程为

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \tag{48.15}$$

设切点 A 坐标为 (x_1, y_1)，则切线 L 方程为

$$\frac{xx_1}{a^2}+\frac{yy_1}{b^2}=1 \tag{48.16}$$

由切线方程可知，当 $y=0$ 时，$x_0=OB=\frac{a^2}{x_1}$；$x=0$ 时，$y_0=OC=\frac{b^2}{y_1}$. 则

$$\tan\,\theta=\tan\angle OCB=\frac{OB}{OC}=\frac{y_1}{x_1}\cdot\frac{a^2}{b^2}=\tan\,\beta\cdot\frac{a^2}{b^2}$$

即
$$\tan\,\beta=\frac{b^2}{a^2}\cdot\tan\,\theta \tag{48.17}$$

另一方面,由图 48-7 中的几何关系我们可得

$$E_\beta=\frac{E_\theta}{\cos\,(\theta-\beta)} \tag{48.18}$$

2. 装置介绍

本实验采用单光束工作方式,光路图如图 48-8 所示. 也可以采用双光束工作方式如图 48-9所示,双光束工作方式可减小激光器输出功率不稳带来的影响.

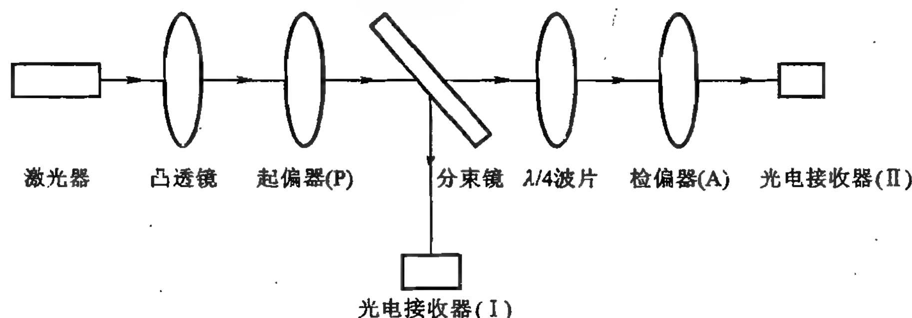


图 48-9 双光束工作方式光路

(1) 激光器:光源采用半导体泵浦 YAG 激光器,波长为 532 nm 绿光,单色性好. 由于人眼对绿光非常敏感,会有较强的刺激,所以实验中请不要直视激光,谨防对眼睛造成损坏. 系统配置了中性灰色玻璃片供选用. 共轴调节时,也可以利用具有漫反射性质的塑料薄膜来避免激光对眼睛的直射.

(2) 格兰棱镜:格兰棱镜全称为格兰·泰勒棱镜,由两块冰洲石单轴晶体的直角棱镜组成,两斜面中间为空气隙. 光轴与入射端面平行. 自然光垂直入射的时候,在第一个直角棱镜内,o 光和 e 光传播方向相同但速度不同,在直角棱镜斜面处,e 光传播方向不变,o 光将发生全反射. 若将棱镜侧面出射的 o 光吸收掉,仅留下沿原入射方向上的 e 光,则此格兰棱镜可以作为起偏器,当然也可以作为检偏器. 图 48-10 给出了格兰棱镜的光路图.

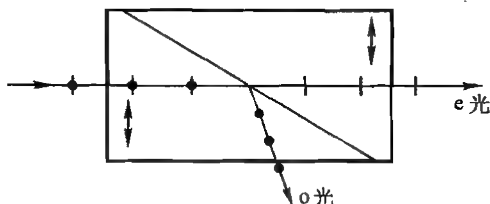


图 48-10 格兰棱镜

(3) 硅伏探测器:系统所用的光电接收器是一种对蓝紫光及弱光有较高灵敏度的硅伏探测器,光谱范围 380 - 730 nm,峰值波长 550 ± 20 nm,光敏面积(靶心)$2.2\times2.4\ mm^2$. 由于几乎所有的光电器件都具有偏振敏感性,为了消除光的偏振状态对光敏元件的影响,在光敏元件前加装了退偏器(毛玻璃),将偏振光变为非偏振光.

(4) 凸透镜:在光路中加入焦距为 100 mm 凸透镜的原因是对激光束进行微微的扩束,从而使输出的激光照度均匀,避免尖锐的激光束直接照射所引起的光电探测器输出信号的不稳,减少记录曲线的波动.

(5) 电控箱:“步进电机Ⅰ”、“步进电机Ⅱ”和“步进电机Ⅲ”分别与起偏器(P),$\lambda/4$ 波片及检偏器(A)相连接,与控制软件中的电机 1,2,3 对应. 光电接收器连接到电控箱的“输入Ⅱ”. 电控箱有很多连线插头,注意必须在关断电控箱电源时才能拆、接连线.

实验四十九

全息照相

【目的要求】

(1) 了解全息照相的基本原理;

(2) 学习全息照相的实验技术,拍摄合格的全息图;

(3) 了解摄影暗室技术.

【仪器用具】

光学平台,He-Ne激光器及电源,快门及定时曝光器,扩束透镜,反射镜和分束器,光功率计,全息底片,被摄物体,显微镜,暗室技术使用的设备.

【实验原理】

全息照相的基本原理是D.伽柏在1948年提出的,伽柏并因此在1971年获得诺贝尔物理学奖.20世纪60年代以后,由于激光的发现以及N.利思等发明了离轴全息图,使全息照相技术有了迅速和宽广的发展.

全息照相中所记录和重现的是物光波前的振幅和相位,即全部信息,这是全息照相名称的由来.但是,感光乳胶和一切光敏元件都是"相位盲",不能直接记录相位.必须借助于一束相干参考光,通过拍摄物光和参考光的干涉条纹,间接记录下物光的振幅和相位.直接观察拍好的全息图,看不到像.只有照明光按一定方向照在全息图上,通过全息图的衍射,才能重现物光波前,使我们看到物的立体像.故全息照相包括波前的全息记录和重现两部分内容.

下面分别讨论透射式和反射式全息照相原理.

(一) 透射式全息照相

所谓透射式全息照相是指重现时所观察和研究的是全息图透射光的成像.这里将重点讨论以平行光作为参考光,对物光和参考光夹角较小的平面全息图的记录及再现过程.最后再简单介绍球面波作参考光的全息照相以及体积全息照相.

1. 全息记录

如果将物光和参考光的干涉条纹用感光底片记录下来,那就记录了底片所在位置物光波前的振幅和相位,见图49-1(a).

物光可看作由物体上各点所发出的球面波的叠加.设其中一点$P(x_0,y_0,z_0)$发出的球面波为

$$\tilde{U}_0(P)=A_0(P)\exp[\mathrm{i}\phi_0(P)] \tag{49.1}$$

设感光底片所在平面为$z=0$,则此平面上物光波前为

$$\tilde{U}_0(x,y)=A_0(x,y)\exp[\mathrm{i}\phi_0(x,y)] \tag{49.2}$$

若参考光为一束平面波，其传播方向在 $y-z$ 平面上，且与底片法线成 α 角，$z=0$ 处参考光波前可表示为

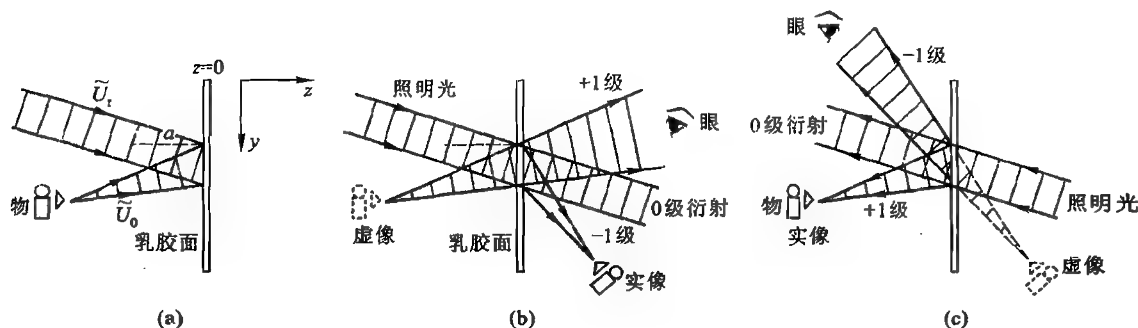


图 49－1　透射式全息

(a) 全息记录；(b) 全息重现；(c) 全息重现

$$\tilde{U}_r(y)=A_r\exp\left[\mathrm{i}\frac{2\pi}{\lambda}y\sin\alpha\right]=A_r\exp[\mathrm{i}\phi_r(y)] \tag{49.3}$$

此时，底片上总复振幅分布为

$$\tilde{U}(x,y)=\tilde{U}_0(x,y)+\tilde{U}_r(x,y) \tag{49.4}$$

底片上的光强分布则为

$$I(x,y)=\tilde{U}(x,y)\tilde{U}^*(x,y) \tag{49.5}$$

将式(49.2)、(49.3)、(49.4)代入式(49.5)，得

$$I(x,y)=A_r^2+A_0^2+A_rA_0\exp[\mathrm{i}(\phi_0-\phi_r)]+A_rA_0\exp[-\mathrm{i}(\phi_0-\phi_r)] \tag{49.6}$$

或
$$I(x,y)=A_r^2+A_0^2+2A_0A_r\cos(\phi_0-\phi_r) \tag{49.6′}$$

感光底片在曝光后经显影和定影等暗室技术处理，成为全息图．适当控制曝光量及显影条件，可以使全息图的振幅透过率 t 与曝光量 E（正比于光强 I）成线性关系，即

$$t(x,y)=t_0-\beta I(x,y) \tag{49.7}$$

式中：t_0 和 β 为常数．

由上面讨论可看到，全息照相的记录过程和普通照相有本质的区别：

(1) 普通照相中，物通过透镜成像在底片上，物、像之间有点点对应关系．全息照相中不用成像透镜，物、像之间不存在点点对应关系．物上每一点发出的球面波照在整个底片上．反之，底片上每一点又记录了所有物点发出的光波．

(2) 普通照相中，底片记录的是光强分布，而全息底片记录的则是物光和参考光的干涉条纹．由式(49.6′)看出，当 $\phi_0-\phi_r=2n\pi$（n 为整数）时，光强有极大值

$$I(x,y)=I_{\max}=(A_r+A_0)^2$$

当 $\phi_0-\phi_r=2\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi$ 时，光强有极小值

$$I(x,y)=I_{\min}=(A_r-A_0)^2$$

干涉条纹的反衬度 γ 定义为

$$\gamma=\frac{I_{\max}-I_{\min}}{I_{\max}+I_{\min}}$$

即

$$\gamma=\frac{2A_0A_r}{A_r^2+A_0^2}=\frac{2(A_0/A_r)}{1+(A_0/A_r)^2} \tag{49.8}$$

对于一定的参考光(A_r 为已知)，γ 取决于 A_0，换句话说，干涉条纹的反衬度 γ 反映了物光振幅 A_0，而干涉条纹的间距则决定于($\phi_r-\phi_0$)随位置变化的快慢. 也就是说，对一定的 ϕ_r 来说，干涉条纹的间距和取向反映了物光波前的相位分布 $\phi_0(x,y)$. 因此底片记录了干涉条纹，也就是记录了物光波前的全部信息——振幅 A_0 和相位 ϕ_0.

上面讨论了物光作为一个点光源所产生的球面波和参考光的干涉. 整个物是由无数个点光源所组成，因而整个全息图就是无穷多个球面波与参考光波干涉所组成的复杂干涉条纹.

2. 物光波前的重现

用一束与参考光完全相同(即波长和方向相同)的平面波(式 49.3)照在全息图上，则在 $z=0$ 平面上全息图透射光的复振幅分布为

$$\tilde{U}_t(x,y)=\tilde{U}_r(y)\cdot t(x,y) \tag{49.9}$$

将式(49.3)、(49.6)、(49.7)代入式(49.9)，得到

$$\tilde{U}_t(x,y)=[t_0-\beta(A_r^2+A_0^2)]A_r\exp\left[\mathrm{i}\frac{2\pi}{\lambda}y\sin\alpha\right]-\beta A_r^2A_0\exp[\mathrm{i}\phi_0]-$$
$$\beta A_r^2A_0\exp[-\mathrm{i}\phi_0]\exp\left[\mathrm{i}\frac{2\pi}{\lambda}2y\sin\alpha\right] \tag{49.10}$$

这样，透过全息图以后 $z=0$ 平面上波前可以分成为式(49.10)所表示的三项. 第一项是再现照明光的波前 $\tilde{U}_r(y)$ 乘以系数 $[t_0-\beta(A_r^2+A_0^2)]$，可以近似地看作衰减了的照明光波前，这就是 0 级衍射. 0 级衍射中并不包含物光的相位信息，因而我们不感兴趣. 第二项是 +1 级衍射，它正好是式(49.2)所表示的原来物光在 $z=0$ 平面上的波前 $A_0(x,y)\exp[\mathrm{i}\phi_0(x,y)]$ 乘以系数 βA_r^2；也就是说这时物虽已移去，但在全息图后面又重新出现了和原来物体发出的光波完全一样的波前. 第三项则为 -1 级衍射，它包含了物光的共轭波前 $A_0\exp[-\mathrm{i}\phi_0]$，同时还有相位因子 $\exp[\mathrm{i}2\phi_r]$.

根据惠更斯-菲涅耳原理，波前上每一点都可以看作为新的次波的振动中心，而空间某一点的振动是所有这些次波在该点的相干叠加. 现在图 49-1(b)全息图右侧空间并无光源，因而光场就惟一地取决于边界 $z=0$ 处波前 $\tilde{U}_t(x,y)$. 式(49.10)中三项也就相应于三束透射光. 0 级衍射近似于一束平面波，其传播方向与全息图法线成 α 角. +1 级衍射则是一束球面发散波如式(49.1)所表示，其源点(x_0,y_0,z_0)就是原来物光点源所在位置. 由于源点不是在透射光场内，因而称为虚像. 虚像不能用毛玻璃接收，但是我们迎着这一束发散光看全息图，就可以接收到虚像，它和原物的大小、形状、位置完全一样. 第三束光则是一束会聚的球面波，其会聚点就是实像的位置，由于波前有一项附加相位因子 $\left(\frac{2\pi}{\lambda}2y\sin\alpha\right)$ 相当于这束球面波传播方向有一附加角度变化，

arcsin(2 sin α),在 α 很小时,这角度近似于 2α.因而0级和±1级三束光从传播方向上是分离的.

如果照明光方向正好与参考光方向相反,如图49-1(c)所示,则在 $z=0$ 处全息图左侧的透射光复振幅为 $A_r\exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda}y\sin\alpha\right]t(x,y)$.由计算也得出三个方向的衍射光,但这时实像正好在原来物的位置,而虚像角度有偏离.

对于平面全息图来说,如果重现照明波传播方向不同于参考光波,也能重现虚像和实像,但重现像的位置有相应的变化,本实验不予讨论.

3. 参考光为球面波的全息照相

记录全息图的参考光不一定是平面波,也常用发散的球面波.这时重现的±1级衍射不一定是一个虚像、一个实像,有可能两个都是虚像.另外,重现照明光的点光源和原参考光点光源必须在相同位置(相对于底片)才能得到无畸变虚像.如要得到无畸变实像,则应以参考光的共轭光——一束会聚在原参考光点源的会聚光去照明底片.如果重现时点源位置不同于参考光点源,则重现像的位置不同于原来物位置,重现像的放大倍数也不等于1.照明点光源愈远,像愈大.反之,像缩小.

前面推导都假设乳胶层无限薄,因而全息图具有平面结构.这仅在参考光和物光夹角很小(10°左右)时是成立的.当参考光和物光夹角较大,例如大于20°时,相邻干涉面之间距离 $d\ll l$(l 为乳胶层厚度),乳胶层的厚度就不能忽略,这样的全息图具有立体结构,就是所谓"厚全息"或"体积全息图".其重现是三维衍射过程,类似于X射线在晶体上的衍射.衍射极大值必须满足布喇格条件.实验上看到的最明显的特点是,重现照明光必须以特定角度入射,才能得到较亮的重现像;同时±1级衍射不会同时出现,因而不能同时看到实像和虚像.

(二) 反射式全息照相

反射式全息照相也称为白光重现全息照相.这种全息照相用相干光记录全息图,而用"白光"照明得到重现像.由于重现时眼睛接收的是白光在底片上的反射光,故称为反射式全息照相.这方法的关键在于利用了布喇格条件来选择波长.

记录全息图时,物光和参考光从底片的正反两面分别引入而在乳胶层内发生干涉,见图49-2.干涉极大值在显影后所形成的银层基本上平行于底片.由于参考光和物光之间夹角接近于180°,相邻两银层之间距离近似于半波长,有

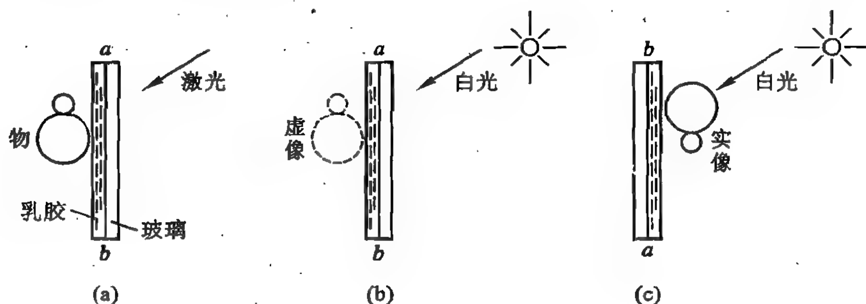


图49-2 反射式全息

(a) 全息记录;(b) 全息重现;(c) 全息重现

$$d \approx \frac{\lambda}{2\sin(180°/2)} = \frac{\lambda}{2} \tag{49.11}$$

当用波长为 632.8 nm 的激光作光源时，这一距离约为 0.32 μm(在乳胶内，$n>1$，因此银层间距离还要更小). 而全息底片乳胶层厚度为 6～15 μm，这样在乳胶层厚度内就能形成几十片金属银层，因而全息图是一个具有三维结构的衍射物体. 重现光在这三维物体上的衍射极大值必须满足下列条件：

(1) 光从银层上反射时，反射角等于入射角(即每片银层衍射的主极强沿反射方向)，如图 49－3 所示.

(2) 相邻两银层的反射光之间光程差必须是 λ. 从图 49－3 很容易计算出 Ⅰ 与 Ⅱ 两束光的光程差，就得到衍射极大值要求

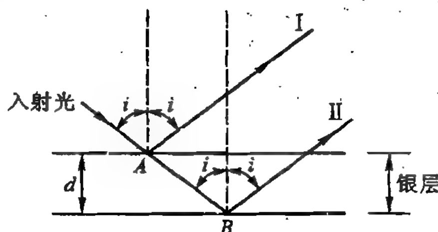


图 49－3 反射式全息重现的条件

$$\Delta L = 2d\cos i = \lambda \tag{49.12}$$

这就是布喇格条件.

当不同波长的混合光以一确定的入射角 i 照明底片时，只有波长满足 $\lambda = 2d\cos i$ 的光才能有衍射极大值. 所以人眼能看到的全息图反射光(或衍射光)是单色的. 显然对同一张底片，i 愈大，满足式(49.12)的反射光的波长愈短.

如果参考光是平面波，点物发出球面波，则干涉形成的银层将是弧状曲面. 平行白光按原参考光方向照明，相当于照在凸面，反射成发散光，形成虚像；照明白光沿相反方向入射，则形成实像，见图 49－2(b)及(c).

上述全息图在记录时用波长为 632.8 nm 的激光，可以预期，重现光也应是红的. 但实际上，看到的重现像往往是绿色的. 原因在于显影、定影过程中，乳胶发生收缩，使银层间距 d 变小，因而波长 λ 变小.

(三) 实验条件

为了照好一张全息图必须具备下列几个基本条件：

(1) 一个很好的相干光源. 全息原理是在 1948 年就已提出，但由于没有合适的光源而难以实现. 激光的出现为全息照相提供了一个理想的光源. 这是因为激光具有很好的空间相干性与时间相干性. 本实验用多纵模 He－Ne 激光器，其相干长度约为 20 cm. 为了保证物光和参考光之间良好的相干性，应尽可能使两束光光程相等.

(2) 保证全息照相所用系统的稳定性. 由于全息底片上所记录的干涉条纹很细，相当于波长量级，在照相过程中极小的干扰都会引起干涉条纹的模糊，甚至使干涉条纹完全无法记录. 例如

记录过程中若底片位移了 1 μm，则条纹就看不清．因此，所有的光学元件都用磁性材料或其他方法固定在一个全息台上，这个台又放在一个隔震系统上，以防止地面振动的干扰．此外气流通过光路，声波干扰以及温度变化都会引起空气密度的变化，导致光程的不稳定，所以曝光时应避免大声喧哗、敲门、吹风等．

（3）高分辨率的感光底片．普通照相用的感光底片由于银化合物的颗粒较粗，每毫米只能记录 50 到 100 个条纹，不能用来记录全息照相中的细密条纹．全息照相必须用特制的高分辨率感光底片．我们实验室用的是天津感光胶片厂生产的Ⅰ型全息干板．其极限分辨率为3 000 条/mm．

（4）了解和使用显影、定影、冲洗等有关摄影暗室技术．

【实验内容】

1．透射式全息图的记录

（1）打开激光器，设计安排光路（参看图 49－4）．光路系统应满足下列要求：

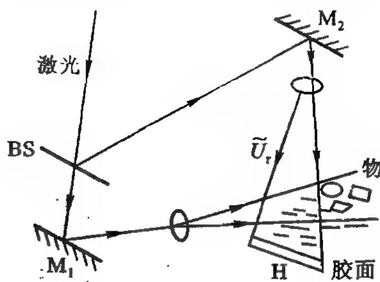


图 49－4　透射式全息光路

① 经透镜扩展后的参考光应均匀照在整个底片上，被摄物体各部分也应得到较均匀照明；

② 物光和参考光的光程大致相同，光程差＜5 cm；

③ 在底片处物光和参考光的光强比约为 1∶2～1∶6．

（2）关上照明灯（可开暗绿灯），用光功率计分别测量底片处物光和参考光光强及总光强．由于

$$曝光量＝总光强\times曝光时间$$

可根据实验室给出的曝光量要求，确定曝光时间．调好定时曝光器．

（3）关闭快门挡住激光，将底片装在底片夹上，应注意使乳胶面对着光入射方向．静置两三分钟后进行曝光．

（4）曝光后使用摄影暗室技术对底片作化学处理．显影液用 D－19，定影液用 F－5．它们均由实验室提供．如室温较高，显影后底片应放在 5％冰醋酸溶液中停显后再定影．显影定影温度以 20℃ 最为适宜．显影时间 2～3 min，定影时间 5～10 min．定影后的底片应放在清水中冲洗 5～10 min（长期保存的底片定影后要冲洗 20 min 以上），晾干．

2．透射式全息图的重现

（1）用透镜将激光扩束后照明全息图，尽可能使光照方向沿原参考光方向观察虚像．当改变观察角度时虚像有什么不同？为什么从全息图能看到立体像而普通照片只能看到平面像？

(2) 平移全息底片，使其向光源靠近或远离，观察像的变化.

(3) 用一张有 $\phi=5$ mm 小孔的黑纸贴近全息底片，人眼通过小孔观察全息虚像，你看到的是再现像的全部还是局部？移动小孔的位置，看到虚像有何不同？

(4) 将底片绕铅垂轴转 180°用会聚光(即参考光的共轭光)或未扩束平行光照明底片，用毛玻璃找实像，记录底片和实像相对于激光的位置.

* (5) 将全息图放在生物显微镜下观察其干涉条纹. 根据显微镜的放大倍数估算干涉条纹间距，此条纹间距和 $\tilde{U}_r$，$\tilde{U}_0$ 之间的夹角有什么关系？

(6) 在实验报告里，详细给出拍摄全息图的光路图、步骤和数据以及观察结果，并加以分析拍摄成功或失败的因素.

* 3. 反射式(白光重现)全息图

记录光路参看图 49－5，物光和参考光来自同一束光，透过干板的光波在物面上反射并在乳胶面内与参考光发生干涉. 为了使物光有足够的强度，物面最好有金属光泽. 物距干板不宜太远以保证时间相干性. 重现时可用白光，最好用阳光或线度较小的光源，光路参看图 49－2. 由于实验室提供条件所限，拍摄时间、显影和定影以及冲洗等均有操作规范. 详见实验室资料.

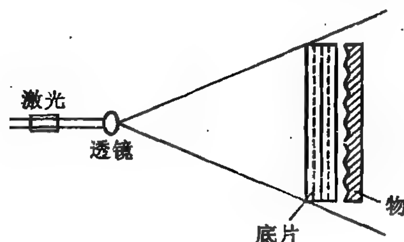


图 49－5 反射式全息光路

实验五十

阿贝成像原理和空间滤波

【目的要求】

(1) 通过实验,加深对傅里叶光学中空间频率、空间频谱和空间滤波等概念的理解;
(2) 了解阿贝成像原理和透镜孔径对透镜成像分辨率的影响.

【仪器用具】

光学平台或导轨及附件:He - Ne 激光器,会聚透镜 3 块(L_1:12 mm,L_2:70 mm,L:250 mm),作为物的样品 4 个,可调狭缝光阑,各种形状模板,屏板和毛玻璃.

【实验原理】

1. 二维傅里叶变换

设有一个空间二维函数 $g(x,y)$,其二维傅里叶变换为

$$G(f_x,f_y) = \mathscr{F}[g(x,y)] = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x,y)\exp[-\mathrm{i}2\pi(f_x x + f_y y)]\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{50.1}$$

式中:f_x,f_y 分别为 x,y 方向的空间频率,量纲为 L^{-1},而 $g(x,y)$ 又是 $G(f_x,f_y)$ 的逆傅里叶变换,即

$$g(x,y) = \mathscr{F}^{-1}[G(f_x,f_y)] = \iint_{-\infty}^{\infty} G(f_x,f_y)\exp[\mathrm{i}2\pi(f_x x + f_y y)]\mathrm{d}f_x\mathrm{d}f_y \tag{50.2}$$

式(50.2)表示任意一个空间函数 $g(x,y)$. 可以表示为无穷多个基元函数 $\exp[\mathrm{i}2\pi(f_x x + f_y y)]$ 的线性叠加. $G(f_x,f_y)\mathrm{d}f_x\mathrm{d}f_y$ 是相应于空间频率为 f_x,f_y 的基元函数的权重,$G(f_x,f_y)$ 称为 $g(x,y)$ 的空间频谱.

当 $g(x,y)$ 是一个空间周期性函数时,其空间频谱是不连续的离散函数.

2. 光学傅里叶变换

理论证明,如果在焦距为 F 的会聚透镜的前焦面上放一振幅透过率为 $g(x,y)$ 的图像作为物,并以波长为 λ 的单色平面波垂直照明图像,则在透镜后焦面 (x',y') 上的复振幅分布就是 $g(x,y)$ 的傅里叶变换 $G(f_x,f_y)$,其中 f_x,f_y 与坐标 x',y' 的关系为

$$f_x = \frac{x'}{\lambda F}, \qquad f_y = \frac{y'}{\lambda F} \tag{50.3}$$

故 $x'-y'$ 面称为频谱面(或傅氏面),见图 50 - 1,由此可见,复杂的二维傅里叶变换可以用一透镜来实现,称为光学傅里叶变换. 频谱面上的光强分布则为 $|G(f_x,f_y)|^2$,称为功率谱,也就是物的夫琅禾费衍射图.

3. 阿贝成像原理

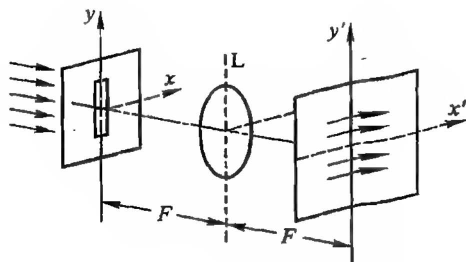


图 50-1 光学傅里叶变换

阿贝在1873年提出了相干光照明下显微镜的成像原理.他认为,在相干光照明下,显微镜的成像可分为两个步骤:第一步是通过物的衍射光在物镜的后焦面上形成一个衍射图;第二步则为物镜后焦面上的衍射图复合为[中间]像,这个像可以通过目镜观察到.

成像的这两个步骤本质上就是两次傅里叶变换.第一步把物面光场的空间分布 $g(x,y)$ 变为频谱面上空间频率分布 $G(f_x,f_y)$.第二步则是再作一次变换,又将 $G(f_x,f_y)$ 还原到空间分布 $g(x,y)$.

图50-2显示了成像的这两个步骤.为了方便起见,我们假设物是一个一维光栅,单色平行光照在光栅上,经衍射分解成为不同方向的很多束平行光(每一束平行光相应于一定的空间频率),经过物镜分别聚焦在后焦面上形成点阵.然后代表不同空间频率的光束又重新在像平面上复合而成像.

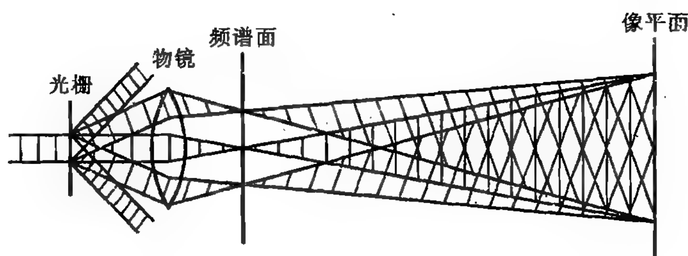


图 50-2 阿贝成像原理

如果这两次傅氏变换完全是理想的,即信息没有任何损失,则像和物应完全相似(可能有放大或缩小).但一般说来像和物不可能完全相似.这是由于透镜的孔径是有限的,总有一部分衍射角度较大的高次成分(高频信息),不能进入到物镜而被丢失了.所以像的信息总是比物的信息要少一些.高频信息主要反映了物的细节,如果高频信息受到了孔径的限制而不能到达像平面,则无论显微镜有多大的放大倍数,也不可能在像平面上显示出这些高频信息所反映的细节,这是显微镜分辨率受到限制的根本原因.特别当物的结构非常精细(如很密的光栅)或物镜孔径非常小时,有可能只有0级衍射(空间频率为0)能通过,则在像平面上就完全不能形成像.为加深对上述内容的理解,可参阅实验二十六"光学成像系统的分辨本领".

4. 空间滤波

根据上面讨论,成像过程本质上是两次傅里叶变换,即从空间函数 $g(x,y)$ 变为频谱函数 $G(f_x,f_y)$,再变回到空间函数 $g(x,y)$(忽略放大率).如果我们在频谱面(即透镜的后焦面)上放一些模板(吸收板或相移板),以减弱某些空间频率成分或改变某些频率成分的相位,则必然使像面上的图像发生相应的变化.这样的图像处理称为空间滤波.频谱面上这种模板称为滤波器.最简单的滤波器就是一些特殊形状的光阑.它使频谱面上一个或一部分频率分量通过,而挡住了

其他频率分量,从而改变了像面上图像的频率成分.例如,圆孔光阑可以作为一个低通滤波器,而圆屏就可以用作为高通滤波器.

【实验内容】

1. 光路调节

本实验基本光路图如图 50-3 所示,其中透镜 L_1(焦距 f_1)、L_2(焦距 f_2)组成倒装置望远系统.将激光扩展成具有较大截面的平行光束,L(焦距为 f)则为成像透镜.调节步骤如下:

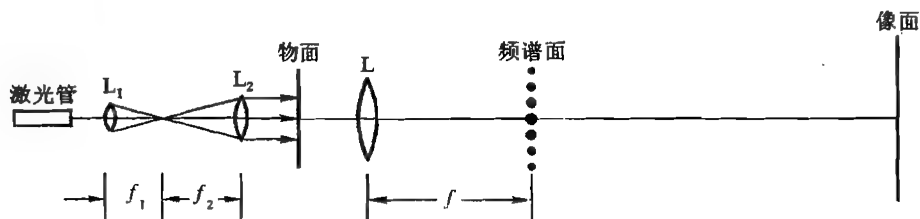


图 50-3　空间滤波实验光路

(1) 调节激光管的仰角及转角,使光束平行于光学平台水平面.

(2) 放上 L_1 和 L_2,使产生一扩束的平行光并调节它们共轴.

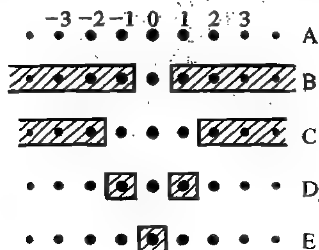
怎样检验 L_2 出来的光是否平行光? 如 L_1 的焦距为 12 mm,L_2 焦距为 72 mm,则扩束多少倍?

(3) 放上物(带光栅的"光"字)及透镜 L,调节它们共轴,调节 L 位置,使大于 4 m 距离的屏幕上得到清晰的图像.固定物及透镜 L 位置(调节成像时,可在物面前暂放一毛玻璃,以便在扩展光源照明下,找到成像的精确位置.)

(4) 确定频谱面位置.去掉物,用毛玻璃在 L 后焦面附近移动,当毛玻璃散射产生的散斑达到最大线度时,毛玻璃上光点最小,此毛玻璃所在平面就是频谱面.将滤波器支架放在此平面上.

2. 阿贝成像原理实验

(1) 在物平面放上一维光栅,像平面上看到沿铅垂方向的光栅条纹.频谱面上出现 0, ±1, ±2, ±3,…一排清晰衍射光点,如图 50-4 中 A 所示.测量 1,2,3 级衍射点与光轴(0 级衍射)的距离 x'.由式(50.3)求出相应空间频率 f_x 并求光栅的基频.



衍射级次	位置 x'/mm	空间频率 f_x/mm^{-1}
1		
2		
3		

图 50-4　频谱面及光阑

A. 频谱面上的衍射光斑　B. 只通过 0 级　C. 只通过 0 级和 ±1 级　D. 遮挡 ±1 级　E. 遮挡 0 级

(2) 在傅氏面上放上可调狭缝及其他附加光阑，按图 50－4 中 A,B,C,D,E 分别通过一定的空间频率成分，按表 50－1 依次记录像面上成像的特点及条纹间距，特别注意观察 D 和 E 两条件下图像的差异，并对图像变化作出适当的解释．

表 50－1　像面成像特点

条件	通过的衍射点	图像情况	简要解释
A	全部		
B	0 级		
C	0，±1 级		
D	除 ±1 级外		
E	除 0 级外		

(3) 取下物面上的一维光栅，换上一个二维正交光栅．则在频谱面上可看到二维离散的光点阵(即正交光栅的频谱)，像面上可以看到放大了的正交光栅的像．测出像面上的网格间距．

(4) 依次在频谱面上放上小孔及不同取向的狭缝光阑(如图 50－5 所示)，使频谱面上一个光点或一排光点通过，观察并记录像面上图像的变化，测量像面上的条纹间距，并作出相应的解释．

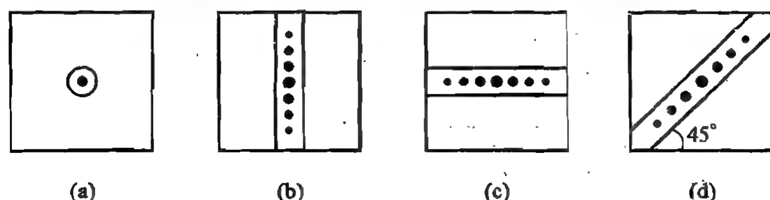


图 50－5　滤波光阑

(a) 小孔；(b) 纵狭缝；(c) 横狭缝；(d) 斜狭缝

3．高低通滤波

(1) 将正交光栅与一个透明的“光”字重叠在一起作为物，见图 50－6(a)．通过透镜 L 成像在像平面上．

(2) 用毛玻璃观察 L 后焦面上物的空间频谱．光栅为一周期性函数，其频谱是有规律排列的离散点阵．而字迹不是周期性函数，它的频谱是连续的，一般不容易看清楚．由于光字笔画较粗，其空间低频成分较多，因此频谱面的光轴附近只有光字信息而没有网格信息．

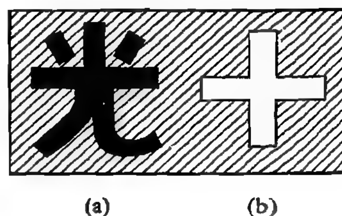


图 50－6　物屏

(a) 正交光栅与“光”字；(b) 漏光“十”字

(3) 将一个 $\phi=1$ mm 的圆孔光阑放在 L 后焦面的光轴上，则像面上图像发生变化，记录变化的特征．换一个 $\phi=0.3$ mm 的圆孔光阑，图像又有何变化？

(4) 如果网格为 12 条/mm，字的笔画粗为 0.5 mm，从理论上计算，要使网格消失和字迹模糊滤波器应有的孔径，并解释上述实验结果．

(5) 将频谱面上光阑作一平移，使不在光轴上的一个衍射点通过光阑(参看图 50－7)，此时

在像面上有何现象?

(6) 换一漏光"十"字板作为物,见图 50-6(b).并使之成像.

(7) 在透镜 L 的后焦面上放一圆屏光阑挡去空间频谱的中心部分,观察并记录像面上的变化.

4. θ 调制实验

所谓 θ 调制,是以不同取向的光栅调制物面图像上的不同部位,经空间滤波后,像面上各相应部位呈现不同的颜色.

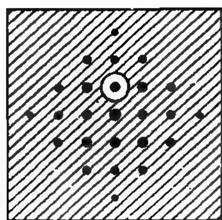


图 50-7　非光轴上的衍射点

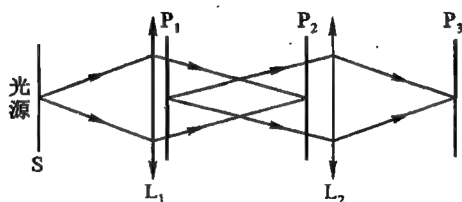


图 50-8　θ 调制实验光路

(1) 本实验光路如图 50-8 所示.以白炽灯为光源,灯前放小孔 S,聚光透镜 L_1 将 S 成像于透镜 L_2 前面的 P_2 面上.物放在紧靠 L_1 的 P_1 平面上,经 L_2 成像于屏幕 P_3 上.此光路中频谱面是光源的成像面,即 P_2 平面.

(2) 作为物的样品由薄膜光栅制成.样品上的花、叶、盆等各部位光栅具有不同取向,相间角度为 60°,如图 50-9(a)所示.

(3) 将上述样品放在 P_1 平面上,在 P_2 面上可看到光栅的衍射图,三行不同取向的衍射光斑相应于不同取向的光栅,见图 50-9(b).这些衍射极大值除 0 级以外均有色散.

(4) 调节 P_2 面上滤波器,使像面 P_3 上花瓣呈红色,花叶呈绿色,而花盆与花蕊则为黄色,见图 50-9(c).

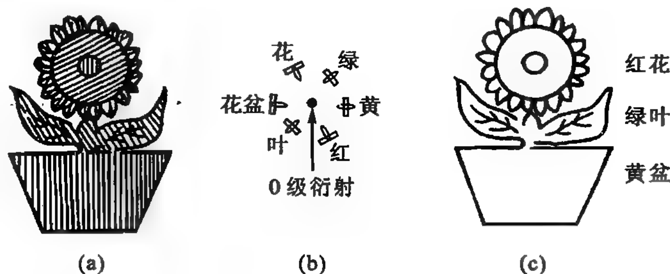


图 50-9　θ 调制实验

(a) 物面;(b) 频谱面;(c) 像面

5. 卷积现象的观察

用激光束分别照在 20 条/mm 和 200 条/mm 的两个正交光栅上,观察各自的空间功率谱(即

夫琅禾费衍射图).将两光栅重叠起来,观察并记录其频谱特点.先后转动两光栅之一,频谱面上有何变化?(根据傅里叶变换的卷积定理可解释观察到的现象.)

【思考题】

(1) 根据本实验结果,你如何理解显微镜、望远镜的分辨本领?为什么说一定孔径物镜只能具有有限的分辨本领?如增大放大倍数能否提高仪器的分辨本领?

(2) 本实验内容中2,3两部分均以激光作为光源,有什么优越性?如以钠光或白炽灯代替激光,会产生什么困难,应采取什么措施?

(3) 试用卷积定理解释高、低通滤波实验内容5的实验现象及 θ 调制实验.

(4) 我们曾用低通滤波器滤去了图50-6中的网格而保留了“光”字,试设计一个滤波器能滤去字迹而保留网格.

实验五十一

光源的时间相干性

【目的要求】

（1）观测几种光源的相干长度，加深对光源时间相干性的理解；

（2）测定汞黄双线的波长差 $\Delta\lambda$（用两种方法）；

（3）测定汞黄线的线型与线宽 $\delta\lambda$（选做），定量认识谱线的线型、线宽 $\delta\lambda$ 和双线波长差 $\Delta\lambda$ 对干涉图各有什么影响.

【仪器用具】

M－干涉仪，He－Ne 激光器，汞灯（高压或低压），白炽灯，小孔光阑，扩束透镜，黄干涉滤光片（透过光谱宽度为 12 nm，中心波长为 578.0 nm），颜色玻璃.

【实验原理】

光源的时间相干性，可用谱线宽度 $\delta\lambda$[①]和最大光程差 ΔL_{max} 来表示，也可用相干长度（等于最大光程差）和相干时间 t 来表示. 它们是从不同的方面描述了光源的时间相干性，相互间有一定的联系.

用 M－干涉仪测量光场的最大光程差时，通常是根据干涉条纹清晰可见的程度来判断的. 干涉条纹的可见度（即反衬度）定义为

$$\gamma=\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}}$$

式中：I_{max} 和 I_{min} 分别为小区域内干涉条纹相邻的强度最大值和最小值.

当光程相等时，条纹最清晰，可见度最大. 缓慢移动 M_1 镜，增加光程差，条纹的可见度也随之变化，直至干涉条纹最后消失为止，这时条纹可见度为零. 由此可确定光源的最大光程差 ΔL_{max}.

光源的时间相干性可以从光源发光的微观过程来说明. 原子的发光是断续的、无规则的，发出的光波波列是有限长的，非单色的，对于某一确定的谱线，就有一定的谱线宽度 $\delta\lambda$，以及使两列波（干涉仪的分束板将入射的一列波分解成的两列波）能够产生干涉的最大光程差 ΔL_{max}.

下面举例说明光源的时间相干性问题.

（1）理想的单色光：波列为无限长，当两光束的光程差连续改变时，条纹的可见度不变. 如果两相干光束的光强相等（$I_1=I_2$），则条纹可见度为 1. 实际上，并没有这种绝对单色的光波，而只

---

① 谱线宽度 $\delta\lambda$ 定义为谱线强度的 1/2 处所对应的波长范围，常称 $\delta\lambda$ 为谱线的半值全宽度，简称谱线宽度.

是接近于单色的光波，称为“准单色光”.

(2) 准单色光：设某一准单色光的中心波长为 λ_0，谱线宽度为 $\delta\lambda$，如图 51－1 所示．该准单色光可视为由波长 $(\lambda_0-\delta\lambda/2)$ 到 $(\lambda_0+\delta\lambda/2)$ 之间的、连续变化的光波组成．每一个波长都可产生一套自己的干涉条纹，总强度是 $\delta\lambda$ 波长范围内不同波长的各套干涉条纹的非相干叠加．当波长为 $(\lambda_0-\delta\lambda/2)$ 的 $(k+1)$ 级极大和波长为 $(\lambda_0+\delta\lambda/2)$ 的第 k 级极大正好重合时，条纹可见度降为零，看不见干涉条纹（请思考为什么）．此时对应的光程差 ΔL_{max} 叫相干长度．

由此可导出有一定波长范围 $\delta\lambda$ 的光，能够形成干涉条纹的条件是

$$\Delta L \leqslant \Delta L_{max}=(k+1)\left(\lambda_0-\frac{\delta\lambda}{2}\right)=k\left(\lambda_0+\frac{\delta\lambda}{2}\right)$$

可得

$$k=\frac{\lambda_0}{\delta\lambda} \tag{51.1}$$

$$\Delta L_{max}=\frac{\lambda_0^2}{\delta\lambda} \tag{51.2}$$

从以上两式可见：$\delta\lambda$ 越小，光源单色性越好，k 就越大，所能观察到的干涉条纹级数就越多，相应的 ΔL_{max} 也就越大，相干长度就越长．

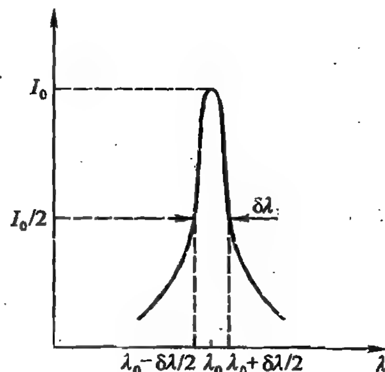


图 51－1 谱线宽度的定义

由光源的相干长度，可求出光源的相干时间

$$t=\frac{\Delta L_{max}}{c}=\frac{\lambda_0^2}{c\delta\lambda} \tag{51.3}$$

式中：c 为光速．

激光的 $\delta\lambda$ 很小，因此它的相干长度很长．

(3) 双线结构的光：光源发出的光含有波长 λ_1 和 λ_2，且 $\lambda_2-\lambda_1=\Delta\lambda \ll \lambda_1$（或 λ_2）．为简化讨论，认为它们的光强相等．以汞黄光为例，它含有两条谱线，$\lambda_1=577.0$ nm 和 $\lambda_2=579.1$ nm，而每条谱线本身又有一定的谱线宽度 $\delta\lambda$．

用这样的汞黄光去照明 M－干涉仪，视场中干涉条纹的可见度随光程差如何变化？由于波长 λ_1 和 λ_2 分别各产生一套自己的干涉条纹，而总强度是这两套条纹的非相干叠加．从而使得条纹的可见度随光程差作周期性变化．等光程时条纹最清晰．增大光程差 ΔL（移动 M_1 镜）时，干涉条纹由清晰→消失→清晰→消失，条纹可见度呈周期性变化，出现了“拍”的现象（见图 51－2）．在多次出现可见度为零的现象之后，当再继续增大光程差时，“拍”的现象再也看不见了，可见度一直为零，此时对应的光程差为最大光程差 ΔL_{max}，称 ΔL_{max} 为汞黄光的相干长度．

“拍”的相邻两个节点间的间距与双线的波长差 $\Delta\lambda$ 有关．$\Delta\lambda$ 越大，间距就越小．这是因为：当 λ_1 的亮纹（或暗纹）与 λ_2 的暗纹（或亮纹）正好重叠时，可见度就降为零，条纹看不见了，此时有 $k_1\lambda_1=(k_2+0.5)\lambda_2$．在条纹可见度连续两次为零的过程中，若 M_1 镜移动的距离为 Δd，视场中相应移过的条纹数目为 Δk，此时有 $(k_1+\Delta k+1)\lambda_1=(k_2+0.5+\Delta k)\lambda_2$，则

$$2\Delta d=\Delta k\lambda_2=(\Delta k+1)\lambda_1$$

$$\Delta k(\lambda_2-\lambda_1)=\lambda_1$$

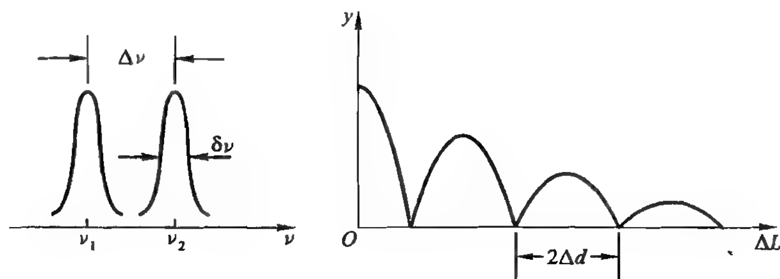


图 51－2　双线结构对条纹可见度的影响

故
$$\Delta\lambda \equiv \lambda_2 - \lambda_1 \approx \frac{\lambda}{\Delta k} \approx \frac{\lambda^2}{2\Delta d} \tag{51.4}$$

而诸"拍"波腹的高度又是在逐渐衰减的，谱线宽度 $\delta\lambda$ 越大，"拍"的波腹高度衰减得就越快. 至于"拍"的波腹高度衰减遵从什么样的规律？谱线的线型、线宽 $\delta\lambda$ 和双线波长差 $\Delta\lambda$ 对干涉图各有什么影响？这些问题将在本实验的"选做实验"中去解决.

(4) 白光的相干长度：白光可视为由可见光范围内所有不同波长的光的组合. 每一个波长都产生一套自己的干涉条纹，而总强度是各套干涉条纹的非相干叠加. 由于白光的 $\delta\lambda$ 与 λ 可以相比拟，从式(51.1)可知，能观察到的白光条纹级数约为 1～2 级.

【实验内容】

1. 观测几种光源的相干长度

(1) 观测白光的相干长度：用等厚条纹观察. 将 M－干涉仪调出白光干涉条纹，记下此时 M_1 镜的位置读数 d_0(即等光程位置). 找到白光条纹的对称中心，此处的条纹级数为 0. 从 0 级条纹开始向一侧数，设有 k_1 条黑(或白)色条纹($k_1 \approx 1 \sim 2$). 估算白光的相干长度 $\Delta L_{1max} \approx k_1\lambda_1$(取 $\lambda_1 = 5.50\times10^2$ nm)，并由公式(51.3)求出相干时间 t.

(2) 白光经橙色玻璃滤光后，观测其透射光的相干长度：把白光干涉条纹的 0 级调到视场中央附近. 将橙色玻璃放在白炽灯与干涉仪之间，调白炽灯及色玻璃使照明最佳. 缓慢转动干涉仪的手柄，视场中看到条纹也同步移动，直到看不见条纹为止. 数出移过视场中央的条纹数 $k_2 \approx$? 估算透射橙光的相干长度 $\Delta L_{max} \approx k_2\lambda_2$(取 $\lambda_2 = 6.25\times10^2$ nm)，并由公式(51.3)求出相干时间 t.

(3) 白光经黄干涉滤光片滤光后，观测其透射光的相干长度：方法同(2)，用黄干涉滤光片取代色玻璃，数出移过视场中央的条纹数 $k_3 \approx$? 估算透射黄光的相干长度 $\Delta L_{3max} \approx k_3\lambda_3$(取 $\lambda_3 = 5.78\times10^2$ nm)，并由公式(51.3)求出相干时间 t.

思考：为什么 $k_3 \gg k_1$？可在光谱仪上观察上述两种透射光及白光的光谱，然后进行比较.

* (4) 测低压汞灯绿光的相干长度：低压汞灯经绿色滤光片后得汞绿光. 用近似的等倾条纹来观测. 由于汞绿光的相干长度较长，用上述数条纹的办法已不行了. 在等光程附近，顺时针慢慢转动干涉仪的粗调手柄，注意观察干涉条纹的清晰程度，直到看不见干涉条纹为止. 记下此时 M_1

镜的位置读数 d_{max}≈？估算低压汞灯绿光的相干长度 $\Delta L_{4max}=2(d_{max}-d_0)$，$d_0$ 值可用第(1)步骤中所测数值，并由公式(51.3)求出相干时间 t.

(5) 测低压汞灯黄光的相干长度：低压汞灯经黄干涉滤光片后得汞黄光．用近似的等倾条纹来观测．在等光程附近，顺时针慢慢转动粗调手柄，由于照明光是汞黄双线，因此看到条纹可见度呈周期性的变化，即"拍"的现象．继续顺时针转动粗调手柄，除看到条纹可见度的周期性变化外，还看到可见度越来越小．当 M_1 镜到了某位置 d_{max} 时，可见度降为零，再也看不见条纹了．则低压汞灯黄光的相干长度 $\Delta L_{5max}=2(d_{max}-d_0)$，$d_0$ 值用第(1)步骤所测数值．并由公式(51.3)求出相干时间 t.

* (6) 测高压汞灯黄光的相干长度 ΔL_{6max}，并求出相干时间 t'.

实验(5)和(6)，每个同学只需选测一种.

(7) 比较上述几种实验所得相干时间 t 的结果，你得到什么结论？

思考：比较(5)和(6)的实验结果，得知 ΔL_{5max} 比 ΔL_{6max} 大很多(约差一个量级)，为什么低压汞黄光的相干长度会比高压汞黄光的要长得多？

2. 测定汞黄双线的波长差 $\Delta\lambda$(用两种方法)

(1) 在等光程附近，单方向缓慢移动粗调手柄，改变光程差，可多次看到"拍"的现象及条纹可见度为零的点．依次记下可见度为零时，M_1 镜的位置读数 d_i，填入下表.

拍的节点	1	2	3	4	5	6	7
d_i/mm							

用坐标纸作图．由直线斜率可求出 Δd(Δd 是条纹可见度两次相继为零的过程中 M_1 镜移动的距离)．根据公式(51.4)算出 $\Delta\lambda$.

(2) 从用光电自动记录画出的汞黄双线的干涉图(实验室提供)中，数出在两相邻可见度为零的区间内，所记录的干涉条纹数目 Δk．根据公式(51.4)算出 $\Delta\lambda$，并与(1)的结果比较.

【选做实验】

用 M－干涉仪测高压汞黄线的线型与线宽

此部分定量研究光源的光谱分布 $f(\nu)$ 与 M－干涉仪得到的干涉图之间的傅氏变换关系．由干涉图测定出高压汞灯黄线的线型与线宽 $\delta\lambda$，还可精确测出汞黄双线的波长差 $\Delta\lambda$.

1. 原理

(1) 理论证明：用一光谱分布①为 $f(\nu)$ 的点光源照明 M－干涉仪，干涉场中 P 点光强 I 随光程差 x②变化的规律，在一定条件下，可用下式表达③：

$$I(x)=a+bF[f(\nu)] \tag{51.5}$$

式中：x 为点光源 S 经干涉仪产生的两个虚光源 S_1，S_2 到 P 点的光程差；a，b 为与 x 无关的常

① 谱线强度随频率的分布函数称光谱分布，用 $f(\nu)$ 表示.

② 此处为书写方便，光程差用 x 表示，不用 ΔL 表示.

③ 母国光，战元龄．光学．北京：人民教育出版社，1978．246

数；$F[f(\nu)]$是$f[\nu]$的傅里叶变换，即

$$F[f(\nu)]=\int_{-\infty}^{\infty}f(\nu)\exp\left(-\mathrm{j}2\pi\nu\frac{x}{c}\right)\mathrm{d}\nu$$

式中：c 为光速.

式(51.5)表明，P 点的光强变化是入射光光谱分布$f(\nu)$的傅里叶变换.

(2) 若用高压汞灯黄双线的光照明 M－干涉仪，那么 P 点光强随光程差将如何变化？

假设高压汞灯黄双线的谱线是洛伦兹线型，并设这两条黄线的强度相等，线宽一样. 则高压汞灯黄双线总的光谱分布为

$$f(\nu)=\left\{\delta\left[\nu-\left(\nu_0+\frac{1}{2}\Delta\nu\right)\right]+\delta\left[\nu-\left(\nu_0-\frac{1}{2}\Delta\nu\right)\right]\right\}\frac{c_1\frac{\delta\nu}{2\pi}}{\frac{(\delta\nu)^2}{4}+\nu^2}\tag{51.6}$$

即 $f(\nu)$为两个 δ 函数之和与洛伦兹函数的卷积(见图 51－3). 式中：ν_0 为两条谱线的平均频率；$\Delta\nu$ 为两条谱线的频率差；$\delta\nu$ 为谱线宽度.

将式(51.6)代入式(51.5)，作傅里叶变换，并利用卷积定理，即可得

$$\begin{aligned}I(x)&=a+A\cos\left(2\pi\nu_0\frac{x}{c}\right)\cos\left(\pi\Delta\nu\frac{x}{c}\right)\exp\left(-\pi\delta\nu\frac{|x|}{c}\right)\\&=a+F_1(x)F_2(x)F_3(x)\end{aligned}\tag{51.7}$$

(3) 式(51.7)表明，$I(x)$可视为一个常数与三个函数的乘积之和.

① 由于 $\nu_0\gg\Delta\nu>\delta\nu$，因此 $F_1(x)=\cos\left(2\pi\nu_0\frac{x}{c}\right)$是一个随$x$ 变化很快的余弦函数，而 $F_2(x)=\cos\left(\pi\Delta\nu\frac{x}{c}\right)$是缓慢变化的余弦函数. F_2 变化的快慢取决于两条谱线的频率差 $\Delta\nu$. F_2 对 F_1 起调制作用，使干涉条纹的可见度出现“拍”的现象.

当 $\Delta\nu\frac{x}{c}=n+\frac{1}{2}$时($n$ 为整数)，$F_2=0$，相当于节点(条纹消失). 相邻两节点之间距离为

$$\Delta x=\frac{c}{\Delta\nu}=\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}\tag{51.8}$$

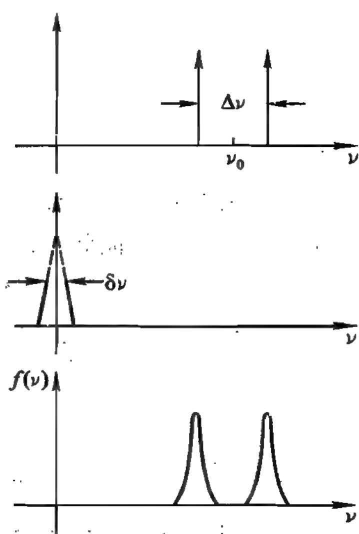


图 51－3　$f(\nu)$函数

它和公式(51.4)一致.

② $F_3(x)=A\exp\left(-\pi\delta\nu\frac{|x|}{c}\right)$是一个衰变很慢的负指数函数，它反映了“拍”的波腹高度逐渐减弱的规律，“拍”的波腹高度受 F_3 的调制.

当 $x=0$ 时，$F_3=A$，随$|x|$增加，F_3 下降. 当 $x_1=-x_2=\frac{c}{\pi\delta\nu}$时，$F_3=\frac{1}{\mathrm{e}}A=0.37A$.

令 $\delta x=x_1-x_2=\frac{2c}{\pi\delta\nu}$，而 $\delta\nu=\frac{\delta\lambda}{\lambda^2}c$，可得

$$\delta x=\frac{2}{\pi}\cdot\frac{\lambda^2}{\delta\lambda}\tag{51.9}$$

它和式(51.2)不完全一样，哪一个更可靠？为什么？

③ 容易证明

$$\lg F_3 = -\frac{\pi\delta\nu}{c}|x| + \lg A \tag{51.10}$$

公式(51.10)表明，若汞黄线是洛伦兹线型，则 $\lg F_3$ 和 $|x|$ 呈线性关系，即 $\lg F_3$ 与 $|x|$ 应是直线关系.

总之，式(51.7)所表示的 $I(x)$ 随 x 的变化如图 51－4 所示.

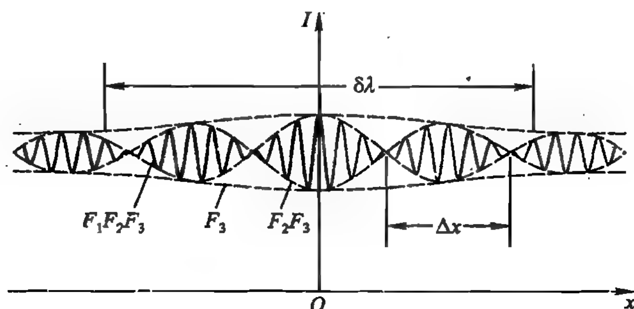


图 51－4 汞双黄线的干涉图

2. 实验要点

实验室提供的高压汞灯黄双线的干涉图，它是用光电自动记录画出来的. 用光电自动记录如何画出该干涉图？实验装置是怎样的？此处不叙述，可参看有关文章①. 为了测定汞黄线的线型及线宽 δλ，需从干涉图上获取有关数据.

(1) 数据：由汞黄双线干涉图诸“拍”的波腹高度，可得 $F_3(x)$ 的值和相应的 $|x|$ 值如下：

$2F_3(x)$/格						
$\|x\|/\lambda$	0	275	2×275	3×275	4×275	5×275

(2) 结果：用单对数坐标纸作 $\lg(2F_3)-|x|$ 图，若该图得到的是一根斜率为负值的直线，为什么说它就表明了高压汞灯黄线的线型是洛伦兹型？

$(2F_3)_{max}=$ ________ 格，$\frac{1}{e}(2F_3)_{max}=$ ________ 格，由 $\lg(2F_3)-|x|$ 图可得相应的 $\frac{1}{2}\delta x=$ ________ λ，δx＝ ________ λ. 根据公式(51.9)求出黄线线宽 δλ＝ ________ nm.

【思考题】

(1) 用汞绿光(546.1 nm)照明 M－干涉仪，条纹可见度随光程差将如何变化？

(2) 用汞黄双线的光照明 M－干涉仪，条纹可见度为什么随光程差作周期性变化？而且又

① 张毓英，陈怀琳，让庆澜. 用迈克耳孙干涉仪测定高压汞灯黄双线的波长差及黄线线型与线宽. 大学物理，1984，10:19

是逐渐衰减直至为零的？衰减至零的快慢与什么因素有关？

(3) 分别用钠黄光和汞黄光照明 M－干涉仪时，试比较它们的条纹可见度随光程差的变化规律有何异同？

(4) 试比较高压汞灯和低压汞灯黄双线的干涉图，有何异同？

(5) 以高压汞灯黄双线的干涉图为例，试说明谱线的线型、线宽 $\delta\lambda$ 和双线波长差 $\Delta\lambda$ 对干涉图各有什么影响？

实验五十二

光栅光谱仪的校准和使用

【目的要求】

(1) 了解光栅光谱仪的结构原理；
(2) 掌握一种标定光栅光谱仪的方法；
(3) 学会用光栅光谱仪测绘物质的光吸收谱；
(4) 掌握测定未知光波波长的一种方法.

【仪器用具】

WGD-3 型组合式多功能光栅光谱仪，溴钨灯，汞灯，氢灯，样品.

【实验原理】

1. 光栅光谱仪

光栅光谱仪是用光栅作为色散元件的分光仪器，可用于产生单色光、光源的光谱分析或材料的光谱特性测量等，是目前应用最广泛的一种光谱仪. 图 52-1 是一种称为 Czerny-Turner 型的光栅光谱仪的光路图. 入射光聚焦在入射狭缝 S_1 平面，形成狭窄的缝型光束，入射光经平面反射镜 M_1 转向凹面反射镜 M_2，M_2 至 S_1 的距离等于 M_2 的焦距，故其反射光是平行光. 入射的平行光束经光栅 G 衍射后，不同波长的光色散为不同方向的平行光束，经凹面反射镜 M_3 反射并被聚焦在出射平面形成光谱，出射狭缝 S_2 只让某一波长的单色光通过，故我们观测到的是单色光，转动光栅 G 可获得不同波长的单色光. 这种型光栅光谱仪由于结构简单、光路对称、扫描线性(见附录)而被广泛采用。

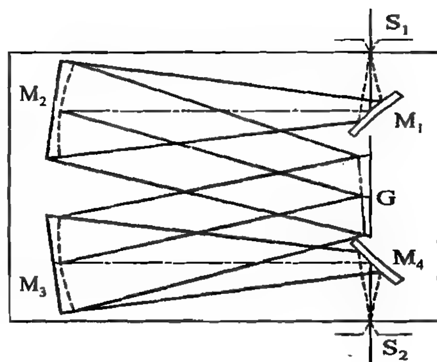


图 52-1　光栅光谱仪光路图

色散型光栅光谱仪有四个基本光学性能指标，它们分别是色散率、分辨本领、光谱工作范围和聚光本领. 它们与光栅仪使用的光学元器件质量，例如反射镜和光栅的性能指标，狭缝宽度和外部配套系统等因素有关. 一般认为光栅性能指标和狭缝宽度是其中最重要的因素.

(1) 色散率：色散型光栅光谱仪的色散率可分为角色散率和线色散率. 角色散率 D_θ 仅取决于光栅的性能，它的定义是波长差 $\delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ 的光经光栅衍射后的同级衍射光的衍射角差 $\delta\theta = \theta_1 - \theta_2$ 与 $\delta\lambda$ 的比值，即

$$D_\theta=\frac{\delta\theta}{\delta\lambda} \tag{52.1}$$

根据光栅方程可得到波长 λ 经光栅衍射后的第 k 级衍射的 D_θ 值为

$$D_\theta=\frac{k}{d\cos\theta} \tag{52.2}$$

式中：d 是光栅常数，它的倒数 $1/d$ 表示每毫米所含光栅刻线数目，常叫做光栅空间频率，其单位是线/mm. 为了获得大的角色散率，应采用光栅空间频率大的光栅为色散元件的光栅光谱仪. 角色散率 D_θ 的单位是(°)/mm 或 rad/mm.

光谱仪线色散率 D_l 是描述两条光谱线在出射面分开的程度，它的定义是两条光谱线 λ 和 $\lambda+\delta\lambda$ 被分开的线度 l

$$D_l=\frac{l_1}{\delta\lambda} \tag{52.3}$$

其单位是 mm/nm. 如果光栅光谱仪内的凹面反射镜 M_3 焦距是 f，对经过校验的正常工作光谱仪，其角色散率 D_θ 和线色散率 D_l 可近似写成

$$D_l\approx fD_\theta \tag{52.4}$$

可见应用长焦距的凹面反射镜，能提高光谱仪的线色散率.

(2) 分辨本领：物质光谱含有光强度不等，波长值不同的谱线，光谱仪能否将分辨开紧挨着的两条光谱线，除了上述两个光谱仪的 D 和 D_1 指标外，还用光谱仪分辨本领标志该仪器能分辨开紧挨着的两条光谱线的本领. 其定义为刚可被分开的两条光谱线波长差 $\Delta\lambda$ 去除它们的平均波长 λ，即

$$R=\frac{\lambda}{\Delta\lambda} \tag{52.5}$$

根据瑞利判据，如果一条光谱线强度极大点正好与另一条光谱线强度极小点重合，则这两条谱线能被分辨开. 光栅光谱仪内的光栅分辨本领是 $R'=kN$，其中 k 是衍射级，N 是光栅有效使用面积的刻线总数目. 光谱仪的分辨本领除了与光栅有关外还与被测量的谱线光强度分布线型，狭缝宽度和外光路系统等因素有关，但在简化讨论时，往往用 R' 近似表示 R.

(3) 波长工作范围：物质光谱以波长值大小可区分为紫外区，可见区和红外区，因而用来测量光谱的仪器要标明其使用的波长范围工作. 它与组成仪器的元器件和探测元器件性能有关. 光栅光谱仪工作波长范围主要由光栅和探测元器件决定. 按照光栅方程，由于入射角与衍射角不能大于 90°，因而光栅测量的长波限 λ_M 约为光栅常数 d 的两倍，即 $\lambda_M<2d$. 给定光栅后，该光栅光谱仪工作波长范围就基本固定. 如果只从光栅空间频率看光栅光谱仪工作波长范围，大致有如下关系：

$\frac{1}{d}$/(线·mm^{-1})	1～50	50～100	200～600	600～1 200	1 200～1 300
工作波长范围	远红外区	中红外区	近红外区	可见区	真空紫外区

实验使用的反射光栅是一种能把入射的大部分能量集中到某一特定的衍射角度，以减弱无用的零级光强而增强被测光谱区内强度的光栅，这种光栅称为闪耀光栅. 此特定衍射角对应的波

长称为闪耀波长 λ_b，λ_b 的光强可达到入射光强的80%，闪耀光栅的使用范围为$\frac{2}{3}\lambda_b - 2\lambda_b$，它实际上决定了光栅光谱仪的波长范围.

(4) 聚光本领：聚光本领反映光谱仪对入射光的利用率，聚光本领强的光谱仪其出射的光通量大，可提高测量信号的信噪比.显然出射光强与仪器的透射率成正比，减少各光学元件的损耗可提高聚光本领.此外增大收集光束的张角也可提高聚光本领，由于C-T型光谱仪采用的是对称光路，系统的孔径光阑由凹面镜的直径 D 确定，因而聚光的立体角正比于$(D/F)^2$，式中 F 是凹面镜的焦距.因而相对孔径 D/F 是光谱仪的一个重要参数.

光谱仪的其他参数如波长精度、波长重复性、杂散光强度等就不一一介绍了.

光栅光谱仪以其波长工作范围宽，色散线性好，制作容易，对环境要求低等一系列优点，是目前用光谱学方法研究物质性质领域里最常采用的光谱仪.

2. 介质的光吸收谱

光波在介质里传播过程可能产生色散，吸收和散射等现象，这是光与介质相互作用的结果，介质吸收的光能将转化为热能或别的能量形式.

如有一束波长为 λ 的平行光波垂直通过一各向同性均匀介质，经过 dx 薄层后，强度由 I_0 减为 $I_0 - dI$，可以认为衰减的百分比 dI/I_0 是与通过的距离 dx 成正比，即

$$\frac{dI(\lambda)}{I(\lambda)} = -\alpha dx \tag{52.6}$$

$\alpha(\lambda)$是介质的吸收系数，它是波长的函数，其单位是长度的倒数，如 cm^{-1}.

测量时只能测量厚度为 d 的样品前、后的光强(图52-2)，因而可对式(52.6)积分，得到

$$I(\lambda) = I_0(\lambda)e^{-\alpha(\lambda)d} \tag{52.7}$$

式中：$I_0(\lambda)$为入射光强；$I(\lambda)$为出射光强.

此式也称为朗伯定律，从上式可得

$$\alpha = \frac{1}{d}\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \frac{1}{d}\ln\left(\frac{1}{T}\right) \tag{52.8}$$

式中：$T = I/I_0$，是样品的光透过率.

由式(52.8)可用实验数据计算出光吸收系数 α 随波长λ 变化的关系曲线，即 $\alpha-\lambda$ 曲线，叫做介质的光吸收谱.

一般情况下光吸收系数 α 与物质的浓度C 成正比，即

$$\alpha = kC \tag{52.9}$$

k 为单位浓度的吸收系数，是与物质的浓度无关而仅与物质性质有关的一个常数，k 的量纲是面积.将式(52.9)代入式(52.7)可得

$$I = I_0 e^{-kCd} \tag{52.10}$$

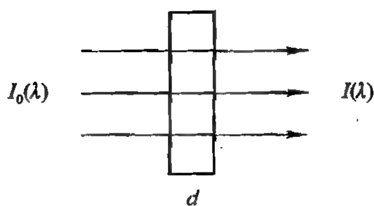


图52-2 介质的光吸收

此式称为比尔定律.比尔定律要求物质的吸收系数与浓度无关，也不受周围其他分子的影响.因此在浓度较低时比尔定律是正确的，但在浓度较高时，比尔定律是不正确的，但朗伯定律仍成立，此时 k 与浓度之间的函数关系较复杂.

透过率 T 的负对数称为吸光度 A，也称为光密度或消光度.

$$A=-\lg T=\lg(1/T)=\lg(I/I_0) \quad (52.11)$$

由式(52.10)可知，在比尔定律成立的前提下，吸光度 A 与浓度 C 成正比.

【实验内容】

1．熟悉仪器和软件的使用

实验的测量系统方框图如图 52－3 所示.其主要部分是 WDG－3 组合式多功能光栅光谱仪，它的核心部件的光栅单色仪，内有每毫米刻线 1 200 条、闪耀波长是 600 nm 的光栅.探测器是光电倍增管，光电倍增管将光信号转换成电信号，该信号经放大和 A/D 变成数字信号送至计算机.计算机控制整个系统的工作，如单色仪的波长扫描系统、数据采集、数据处理和显示等.在实验前要对照图 52－3 所示的测量系统方框图和实际仪器，认真阅读实验室给出的该测量系统使用说明书，明白光栅单色仪的内部光路图，了解测量装置的所有配备元器件及其功能.

2．校准单色仪的波长

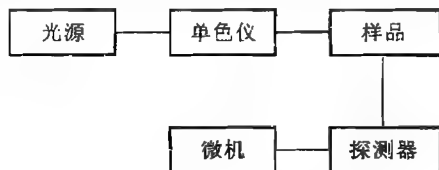


图 52－3 测量系统方框图

由于种种原因，仪器显示的波长值与实际的波长值有一定的偏差，因而在使用前要对单色仪进行校准.其做法是用一个或多个能发射线状光谱线的光源，用其已知光波长值的谱线为标准对仪器进行校准.在可见光波段(400～700 nm)，一般用汞灯、钠灯或充有低压气体(氢，氦或氖等)的放电管作校准用的光源.本实验以低压汞灯的 404.66 nm，435.84 nm，546.07 nm，576.96 nm，579.07 nm等几条光谱线作为标准谱线校准测量系统.

启动测量系统，将汞灯对准光栅单色仪的入射狭缝，在显示屏幕的横坐标上找到对应谱线的位置，按照实验室给出的该测量系统使用说明书的相关内容，即可校准该系统.

3．测量样品的透过率

将光源换成溴钨灯，它在 400～700 nm 波段有较强的连续谱.测量给定样品的透过率以及吸光度曲线.

4．数据处理

根据测出的数据计算光吸收系数 α，绘出样品的光吸收谱($\alpha-\lambda$ 曲线).找出光吸收谱线吸收峰的位置和它对应的波长 λ_p 值，计算谱线的半值宽度(谱线宽度)$\Delta\lambda$ 值.建议根据测量数据，编写计算光吸收公式的微机程序，用微机自动处理测量结果.

5．测量其他样品的透过率

测量干涉滤光片的透过率曲线并确定其中心波长和半值宽度.

自行配制不同浓度的液体样品，给出吸光度 A 与浓度 C 的关系.

*6．测定未知光源发射出的光波的中心波长和它的谱线宽度.

【附录】

C－T 型光栅光谱仪的扫描原理

C－T 型光栅光谱仪的光路如图 52－4(a)所示，它的特点是入射光束与衍射光束之间的夹

角固定不变,为 2ϕ,由图 52-4(a)可知,$\phi=\theta+i/2$,$\rho=\phi-i=\theta-i/2$.其中 ρ 是光栅法线与系统对称轴之间的夹角.将 ϕ、ρ 代入光栅方程,并考虑到 i 和 θ 位于光栅法线的两侧,$\sin i$ 和 $\sin\theta$ 之间应取负号,可得

$$2d\cos\phi\times\sin\rho=n\lambda \tag{52.12}$$

对一固定的单色仪而言,$\cos\phi$ 是常数,因而出射光的波长 λ 与 $\sin\rho$ 成正比.ρ 的改变通过一正弦机构带动,其工作原理如图 52-4(b)所示.连杆 L 以光栅平面为支点,传动机构带动精密丝杠在垂直于系统轴 OC 的 x 方向移动.由几何关系可知 $\sin\rho=x/L$,故输出波长与 x 呈线性关系.这种正弦机构使仪器的定标极为简单,给使用带来方便.

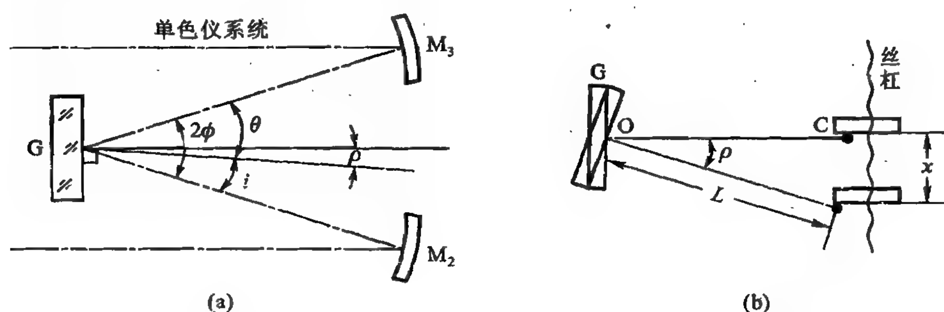


图 52-4 C-T 型光栅光谱仪的扫描原理

(a) C-T 型光栅光谱仪的光路图;(b) 正弦机构

【参考文献】

1 吕斯骅,段家祇.基础物理实验.北京:北京大学出版社,2002

2 吕斯骅,朱印康.近代物理实验技术(Ⅰ).北京:高等教育出版社,1991

3 赵凯华,钟锡华.光学(下册).北京:北京大学出版社,1984

4 钟锡华.现代光学.北京:北京大学出版社,2003

实验五十三

颜色的测定

【实验目的】

(1) 了解色度学的基本原理;
(2) 了解颜色色坐标的测量方法和基本仪器;
(3) 测定几种样品的色坐标值.

【仪器用具】

光栅单色仪,测色积分球,吸收池,色温为 2 858 K 的光源(钨丝灯),光电接收单元,计算机数据采集系统,待测样品.

【实验原理】

波长为 400～780 nm 的光波作用在人眼视网膜的锥状细胞时,引起锥状细胞内的感光物质发生化学变化从而刺激神经细胞,此信号由视神经传到大脑,经过大脑的"加工"产生彩色的视觉.长期以来人们用一些定性的词汇来描述颜色,如深黄、浅黄、柠檬黄、粉红、玫瑰红……美术界则用一些明度、色调、色纯度等专业词汇来描述颜色.科学技术的发展已不满意这些定性的描述,需要对颜色有一个客观的、定量的表示方法,如指挥交通的红、黄、绿三种信号灯的颜色标准是什么? 柠檬黄汽水的颜色标准又是什么? 等等.

色度学就是为物体颜色定标的一门科学,而物体颜色的定量度量涉及到观察者的视觉生理、视觉心理以及照明条件、观察条件等许多问题.所以,色度学的定标必须建立在一定的标准之上,为此国际照明委员会(CIE)规定了一套标准色度系统,称为 CIE 标准色度系统.这套系统是近代色度学的基础,它是一种混色系统.

(一) 色度原理

1. XYZ 表色系统

自然界任何一种颜色都是由不同比例的单色光混合而成的,而每个单色光又可以用红、绿、蓝三基色混合而成,因而用红、绿、蓝三基色可以得到自然界的各种颜色.各种不同的颜色仅仅是表现在红、绿、蓝三基色所用的强度和比例不同而已.我们把强度为 1 流明,波长为 700.0 nm 的红光定义为红基色的单位量(R),强度为 4.590 7 流明,波长为 546.1 nm 的绿光定义为绿基色的单位量(G),强度为 0.060 1 流明,波长为 435.8 nm 的蓝光定义为蓝基色的单位量(B).如果任意一种颜色的光通量用 ϕ 来表示,则它与三基色(R)、(G)、(B)的关系为

$$\phi = R(R) + G(G) + B(B)$$

R、G、B 三个系数既代表了光的颜色也决定了它的光通量.如果三个系数均为 1,则代表白色,其强度为 5.650 8 流明.R、G、B 三个系数的相对比值代表了色调,而三个系数的绝对值则代表其

光强.但用实际的红、绿、蓝三色混合颜色时,在有些情况下某个系数会出现负值,这给计算带来极大的不便.所以1931年国际照明委员会(简称CIE)采用一种XYZ表色系统,称为1931 CIE-XYZ表色系统.在XYZ系统中,用自然界并不存在的三个虚拟的基色(X)、(Y)、(Z)代表原来的(R)、(G)、(B).

在XYZ系统中要求自然界所有颜色的三色系数均为正值,并要求Y的数值正好代表光通量,以及三系数相等即$X=Y=Z$时代表白光.根据这些条件可推出,XYZ系统中用的三基色量(X)、(Y)、(Z)与(R)、(G)、(B)的关系为

$$(X)=1.2750(R)-0.2778(G)+0.0028(B)$$
$$(Y)=-1.7392(R)+2.7671(G)-0.0279(B)$$
$$(Z)=-0.7431(R)+0.1409(G)+1.6022(B)$$

在XYZ系统中,任何一种光通量为ϕ的颜色可以认为是(X)、(Y)、(Z)三基色的混合,其强度分别为X、Y、Z,即可表示为

$$\phi=X(X)+Y(Y)+Z(Z).$$

如果只需要颜色的色度,而不需要知道光通量时,则只要知道X、Y、Z之间的相对值就可以了.因而可设

$$x=\frac{X}{X+Y+Z}$$
$$y=\frac{Y}{X+Y+Z} \tag{53.1}$$
$$z=\frac{Z}{X+Y+Z}$$

式中:x、y、z称为色度坐标.

由(53.1)式可知x、y、z之间满足

$$x+y+z=1 \tag{53.2}$$

因此在XYZ系统中,只要用x、y两个量就可以表示色度.图53-1就是$x-y$色坐标图.图中的舌形线就表示单色光的轨迹,旁边标出所对应的单色光的波长.图上的一个点就代表一种颜色,各种颜色的大致区域如图所示,所有的自然界的颜色均包括在舌形线之间.

在1931CIE-XYZ系统中,用于匹配等能单色光刺激的(X)、(Y)、(Z)三基色数量叫做CIE1931标准色度观察者光谱三刺激值.根据确定XYZ系统的原则,可知三刺激值$\bar{x}(\lambda)$、$\bar{y}(\lambda)$、$\bar{z}(\lambda)$中的$\bar{y}(\lambda)$应与视见函数$V(\lambda)$一致.因而用已知的CIE1931色度图的单色光轨迹的色坐标$x(\lambda)$、$y(\lambda)$、$z(\lambda)$和视见函数$V(\lambda)$就可求得各光谱色的三刺激值$\bar{x}(\lambda)$、$\bar{y}(\lambda)$、$\bar{z}(\lambda)$:

$$\bar{x}(\lambda)=\frac{x(\lambda)}{y(\lambda)}V(\lambda)$$
$$\bar{y}(\lambda)=V(\lambda) \tag{53.3}$$
$$\bar{z}(\lambda)=\frac{z(\lambda)}{y(\lambda)}V(\lambda)$$

$\bar{x}(\lambda)$、$\bar{y}(\lambda)$、$\bar{z}(\lambda)$的数值见【附录】,曲线见图53-2.三刺激值$\bar{x}(\lambda)$、$\bar{y}(\lambda)$、$\bar{z}(\lambda)$曲线分别代表匹配各波长等能光谱刺激所需要的红(X)、绿(Y)、蓝(Z)三基色的数值.在理论上要想得到某一波长的单色光,可以从【附录】的表中或图中查出相应的$\bar{x}$、$\bar{y}$、$\bar{z}$三刺激值,也就是说按$\bar{x}$、$\bar{y}$、$\bar{z}$数

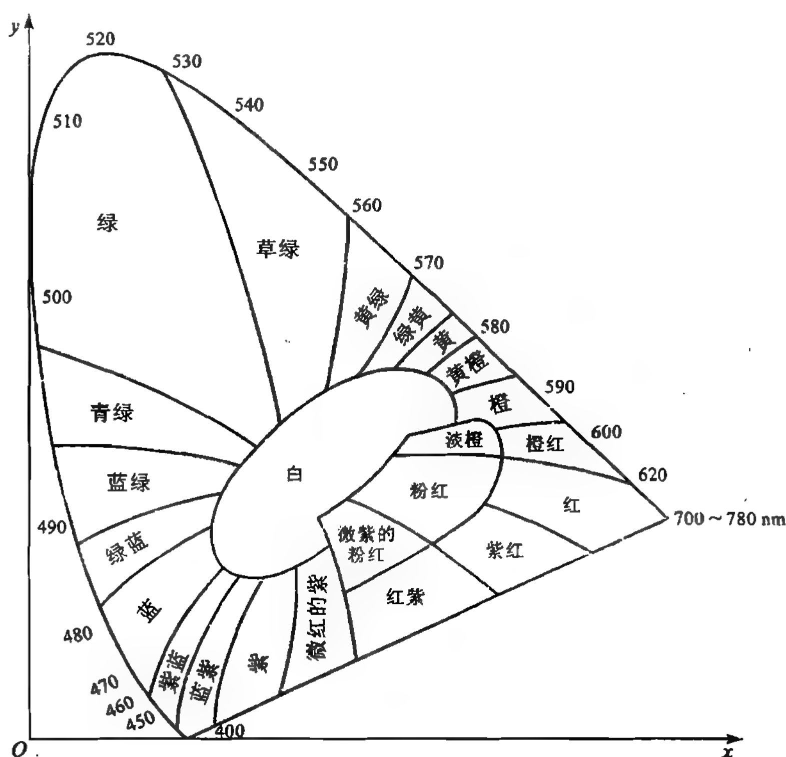


图 53－1　$x-y$ 色坐标图

量的红、绿、蓝三个假想的基色相加得到的色觉与该单色光的色觉一致.

有了 CIE 光谱三刺激值 $\bar{x}$、$\bar{y}$、$\bar{z}$,就可以很容易地得到辐射功率分布为 $P(\lambda)$的光源的 X、Y、Z. 它们的关系为

$$X = K_m\int P(\lambda)\bar{x}(\lambda)\mathrm{d}\lambda$$

$$X = K_m\int P(\lambda)\bar{y}(\lambda)\mathrm{d}\lambda \qquad (53.4)$$

$$Z = K_m\int P(\lambda)\bar{z}(\lambda)\mathrm{d}\lambda$$

式中:K_m 为从辐射度量转变为光度量所需的变换系数,其值为 680 流明/W. $P(\lambda)$的色坐标为

$$x=\frac{X}{X+Y+Z}$$

$$y=\frac{Y}{X+Y+Z}$$

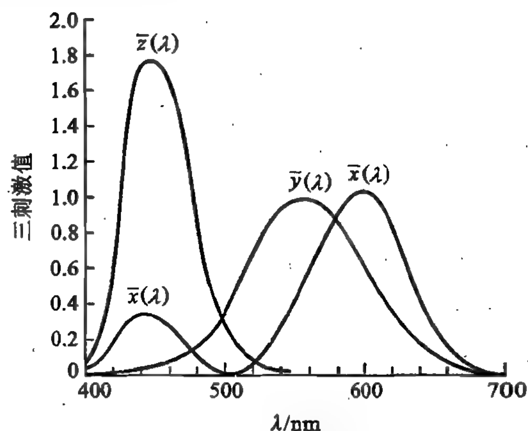


图 53－2　三刺激值

2. 混合色的色坐标、主波长和色纯度

在已知两种颜色的色坐标 x、y 和亮度 Y 的情况下,可以算出两种颜色混合后的色坐标和亮

度.由于 x、y、z 和 Y 已知.所以每种颜色的 X、Y、Z 也可知道,即由 $Y_1 = y_1 l_1$ 可得出 l_1.其中 $l_1 = X_1 + Y_1 + Z_1$,从而可得到 $X_1 = x l_1$ 及 $Z_1 = z l_1 = (1 - x_1 - y_1) l_1$,因而颜色 ϕ_1 为

$$\phi_1 = X_1(X) + Y_1(Y) + Z_1(Z)$$

同理颜色 ϕ_2 为

$$\phi_2 = X_2(X) + Y_2(Y) + Z_2(Z)$$

式中:$X_2 = x_2 l_2, Y_2 = y_2 l_2, Z_2 = z_2 l_2, l_2 = X_2 + Y_2 + Z_2$

ϕ_1 与 ϕ_2 的混合光 ϕ 为

$$\begin{aligned}\phi &= \phi_1 + \phi_2 = X(X) + Y(Y) + Z(Z) \\ &= (X_1 + X_2)(X) + (Y_1 + Y_2)(Y) + (Z_1 + Z_2)(Z)\end{aligned}$$

令 l 代表三系数之和,即

$$\begin{aligned}l &= X + Y + Z \\ &= (X_1 + X_2) + (Y_1 + Y_2) + (Z_1 + Z_2) \\ &= l_1 + l_2\end{aligned}$$

因而混合后的色坐标为

$$\begin{aligned}x &= \frac{X}{l} = \frac{l_1 x_1 + l_2 x_2}{l_1 + l_2} \\ y &= \frac{Y}{l} = \frac{l_1 y_1 + l_2 y_2}{l_1 + l_2}\end{aligned} \tag{53.5}$$

混合后的亮度为

$$Y = Y_1 + Y_2$$

(53.5)式说明两种颜色混合的规律符合"重心"定律.如果 ϕ_1 在 xy 色度图上的坐标为 $C_1(x_1, y_1)$,其"重量"为 $l_1 = \frac{Y_1}{y_1}$;ϕ_2 在 xy 色度图上的坐标为 $C_2(x_2, y_2)$,其"重量"为 $l_2 = \frac{Y_2}{y_2}$.则混合后的颜色 C 一定在 C_1、C_2 连接的直线上,其与 C_1 和 C_2 的距离分别为

$$C_1 C = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}$$

$$CC_2 = \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2}$$

将(53.5)式代入即得

$$\frac{C_1 C}{CC_2} = \frac{l_2}{l_1} \tag{53.6}$$

即 C 点的位置相当于 C_1 和 C_2 两点的"重心".在作图时只要根据 $l = Y/y$ 计算出 l_1 和 l_2,并自 C_1 和 C_2 作两条平行线,其长度 C_1B_1 和 C_2B_2 分别相当于 l_2 和 l_1,如图 53-3 所示,则 B_1B_2 和 C_1C_2 两直线的交点 C 即为混合色的色坐标位置.

由上述说明可知,只要改变两种颜色光的强度比就可得到 C_1C_2 连线上各点所表示的各种颜色.如果用三种实际颜色 C_1、C_2、C_3 作为基色,则改变三种颜色的强度比,就可以得到 $C_1C_2C_3$ 所决定的三角形内所代表的各种颜色,如图 53-3 所示.但用 C_1、C_2、C_3 不可能得到三角形之外而舌形线之内这个区间的各种颜色,但只要 C_1、C_2、C_3 选得合适,可以重现自然界中

的绝大部分颜色.

根据上述混合原理即可推知,色度图上任何一点(代表自然界中的一种颜色)均可以用白光和某一种单色光混合而成.例如图 53-4 中,D 点所代表的颜色,就可以将代表白光的 E 点(其色坐标为 0.33、0.33)和 D 点连接起来,并将它延长和代表单色光的舌形曲线相交于 S 点.$S(x_\lambda、y_\lambda)$点代表波长为 λ 的单色光,将它和白光 E 按照上述办法混合就可以得到D 点的颜色.改变这两者的混合比就可以得到 SE 线上各点所代表的颜色.在 ES 线上,各点色调相同因而也称为等色调线.等色调线是由 S 点的波长决定的,因而这一波长也叫做等色调波长或称为主波长.

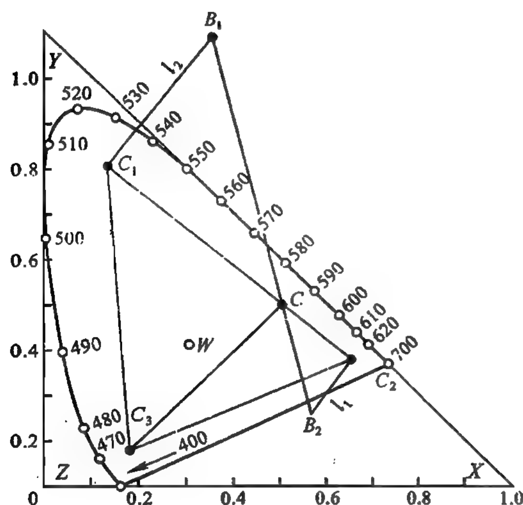


图 53-3 颜色相加图

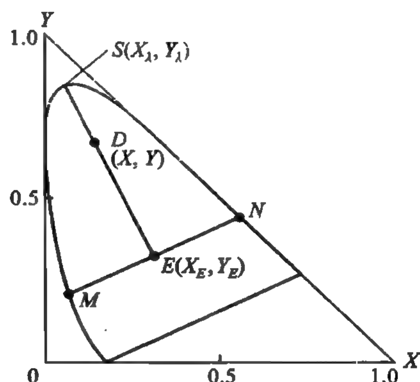


图 53-4 主波长和互补色

色纯度是指样品的颜色与主波长接近的程度,用 Pe 来表示:

$$Pe=\frac{ED}{ES}=\frac{y-y_0}{y_\lambda-y_0} \tag{53.7}$$

式中:Pe 称为兴奋纯度;y 为样品的色坐标;y_0 为白光的色坐标;y_λ 为主波长的色坐标.

计算发光体主波长和兴奋纯度时常选用等能 E 点(0.33,0.33)作为参照光源,对于表面色则用标准光源 A、B、C 或 D_{65} 作为参照光源.选用不同的参照光源可得到不同的主波长和兴奋纯度.

如果一对光谱色混合后能产生无色调的白光,色度学上把这对光谱色称为互补色.在色度图上很容易确定这些光谱色的补色波长:如 N 为一红色单色光,则把 N 和白点E 连一直线与舌形线另一侧交于M 点(青色),则 M 点所对应的波长就是N 波长的补色波长.从色度图上很容易确定红色与青色是互补的,蓝色与黄色是互补的,而绿色与品红是互补的.其详细的对应关系读者可以自己从色度图上去确定.

某一物体的色坐标除了与物体本身的光谱分布有关外,还与所采用的照明光源的光谱分布有关.为了统一色测量的标准,CIE 推荐了四种标准照明体 A、B、C、D_{65}.其规定如下:

标准照明体 A:色温 $T=2\ 856$ K 的完全辐射体的光.相当于色温为 2 856 K 的充气钨丝灯.

标准照明体 B:相关色温为 $T=4\ 874$ K 的直射日光.

标准照明体 C:相关色温为 $T=6\ 774$ K 的平均日光.

标准照明体 D_{65}:代表相关色温 $T=6\ 504$ K 的日光.

A、B、C 的相对光谱分布见图 53-5.A、B、C、D_{65}的光谱分布值见【附录】.

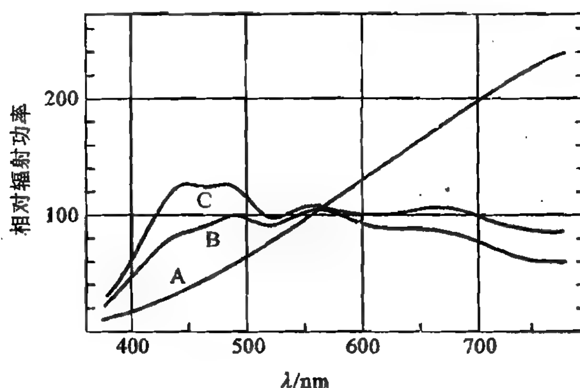


图 53-5 CIE 标准照明体 A、B、C 的相对光谱功率分布

3. 测量原理

(1) 光谱学方法:如有某一块透过率光谱分布为 $\tau(\lambda)$的滤光片挡住光源分布为 $S(\lambda)$的光源,则只要用光谱仪测出透射光的光谱分布 $S(\lambda)$,$\tau(\lambda)$,就可算出透射光的色坐标:

$$
\begin{aligned}
X &= K\int S(\lambda)\tau(\lambda)\bar{x}(\lambda)\mathrm{d}\lambda \\
Y &= K\int S(\lambda)\tau(\lambda)\bar{y}(\lambda)\mathrm{d}\lambda \\
Z &= K\int S(\lambda)\tau(\lambda)\bar{z}(\lambda)\mathrm{d}\lambda
\end{aligned}
\qquad (53.8)
$$

式中:K 为比例常数;$\bar{x}(\lambda)$、$\bar{y}(\lambda)$、$\bar{z}(\lambda)$为三刺激值.

将式(53.8)代入式(53.1)即可得到其色坐标 x、y、z.

实际上对透射物体只要用光谱仪测出该物体的透射率光谱曲线 $\tau(\lambda)$,光谱分布用标准照明体的数据就可算出色坐标.

对反射物体,则只要用光谱仪测出该物体的反射率光谱曲线 $\rho(\lambda)$,也可用上述公式计算,只需把式中的 $\tau(\lambda)$改为 $\rho(\lambda)$即可.

(2) 亮度计方法:图 53-6 为一种光电亮度色度计,被测物体经过物镜成像于视场光阑处,其中开一孔,被测部分的光经过修正滤色片而被光电倍增管接收,其余部分经反射镜、目镜而被人眼观察到以便瞄准被测物体.光电色度计有三个探测器——光电倍增管,三个探测器经过修正滤色片后其光谱响应曲线分别与 $\bar{x}(\lambda)$、$\bar{y}(\lambda)$、$\bar{z}(\lambda)$相同,则其读数就分别与 X、Y、Z 成正比.只要用一标准光源求出其读数与 X、Y、Z 之间的比例系数,就可以直接测出被测物体的 X、Y、Z,经过简单的计算就可得到色坐标 x、y.

(二) 仪器工作原理

本实验用光谱学的方法来测量色坐标,使用的色度测试系统由:色温为 2 856 K 的光源(钨

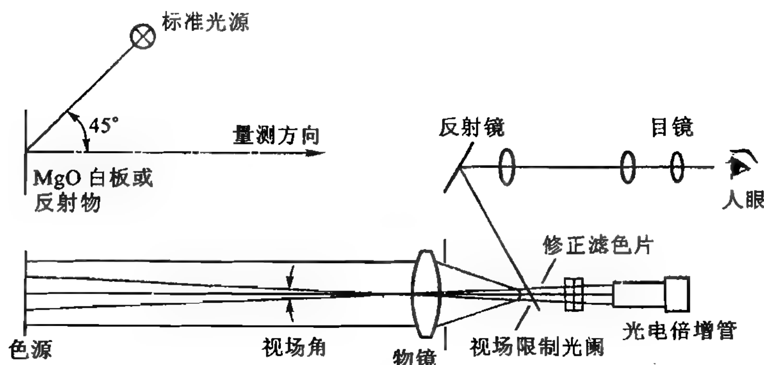


图 53-6　亮度色度计的光学系统

丝灯)、光栅单色仪、测色积分球、吸收池、光电接收单元和计算机数据采集系统组成,图 53-7 为其结构示意图.

1. 光源和光谱仪

钨丝灯的光谱分布与黑体近似,实验中可作为黑体使用,改变灯丝电流可改变黑体的色温.色温为 2 856 K 的黑体是色度测量中规定的标准照明体 A.

色度测量对光谱仪的要求不高,光谱范围为 400～700 nm,分辨率为 1～5 nm 的光谱仪即可满足要求.

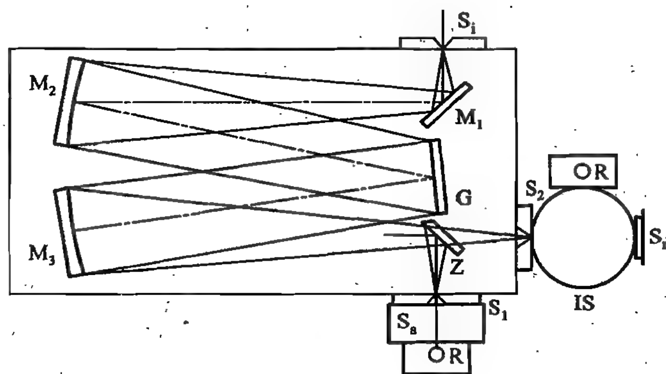


图 53-7　色度测量装置示意图

M_1 反射镜,M_2、M_3 凹面镜,G 光栅,Z 转镜,S_i 入射狭缝,S_1、S_2 出射狭缝,S_a 吸收样品池,IS 积分球,S_r 反射样品,R 接收器

钨丝灯发出的光经聚光系统聚焦在入射狭缝 S_i 上,S_i 位于 M_2 的焦面上,入射光束经 M_1 的反射和 M_2 的会聚形成一束平行光射向光栅 G,衍射后的平行光经 M_3 成像在出射狭缝处,通过转镜 Z 使单色光从 S_1 或 S_2 处射出.测透射样品的色度时,将样品放入吸收池 S_a,转动转镜 Z 使光束从 S_1 射出;测量反射样品时,则转动 Z 使光束从 S_2 射出,照到样品 S_r 上.

2. 积分球

积分球是一个空心的球壳，内壁涂满白色的漫反射层，常用的涂料是硫酸钡和氧化镁。由于这些涂料是很好的漫反射体，当光从球壳上的一个小孔入射到球内时，光就会在球体内多次反射最后使球体内的照度处处相同，其照度的数值只与入射光的强度有关，因而在球面上任何位置开一窗口其测量结果都是相同的，其定量关系为

$$E=\frac{\Phi}{4\pi r^2} \tag{53.9}$$

式中：E 为球壁上的照度；Φ 为入射的光通量；r 是积分球的半径.

如果积分球壁的反射率为 ρ，则上式还要乘个因子 $\rho/[1-\rho(1-f)]$，式中 f 为开口面积(包括入射口、测量口、样品口)与球面积之比，此 f 值应小于 10%.

实际使用时入射窗口与测量窗口相差 90°，入射窗口与放待测样品的窗口是正对的，即相差 180°，它与测量窗口之间也差 90°，如图 53-8 所示.

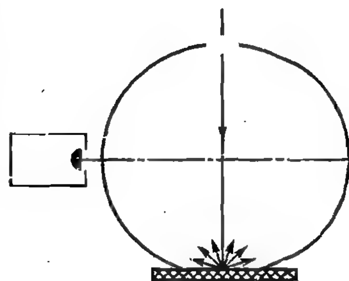


图 53-8 积分球

用比较法测量时，先放一块已知反射比 $\rho_0(\lambda)$ 的标准板，此时式(53.9)中的 Φ 应为 $\Phi\rho_0(\lambda)$，测出的光电流为 $I_0(\lambda)$；再放上待测样品 $\rho_x(\lambda)$，测出的光电流为 $I_x(\lambda)$，则样品的反射比 $\rho_x(\lambda)$ 为

$$\rho_x(\lambda)=\frac{\rho_0(\lambda)I_x(\lambda)}{I_0(\lambda)} \tag{53.10}$$

3. 光电接收器

由于积分球内的光强较弱，所以选用的光电探测器是灵敏度高、线性好的光电倍增管. 光电倍增管的工作原理如图 53-9 所示. 光子入射到光阴极 K 上能从表面打出电子，这种效应称为外光电效应，打出的电子称为光电子。只有光子能量 $h\nu$ 大于材料表面脱出功 ϕ 时才会产生外光电效应，因而阴极都采用 ϕ 较小的材料，如 NaKCsSb 光阴极的 ϕ 为 1.3 eV 左右，对应探测的长波限为 850 nm，而其短波限受窗口材料的透过特性限制.

从阴极表面逸出的光电子在第一倍增极电压的加速下打在第一倍增极上产生多个电子，这些电子又在第二倍增极电压的加速下再打在第二倍增极上产生更多的电子，如此逐极倍增 9～14 次，电流放大倍数可达 $10^5\sim10^7$，故光电倍增管是目前灵敏度最高的光电探测器.

光电倍增管工作时倍增极之间有几十伏的压差，因而光阴极与阳极之间需加几百至一千伏的高压，改变高压可调节光电倍增管的放大倍数。光电倍增管只能在弱光条件下使用，绝对不能在有光的环境下打开装光电倍增管的暗盒，特别是光电倍增管加高压后.

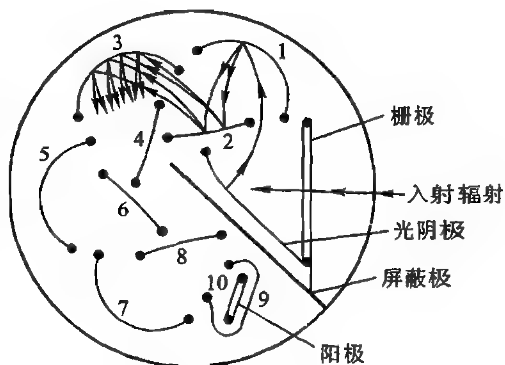


图 53-9 光电倍增管示意图

【实验内容】

1. 了解色度测量系统的工作原理和使用方法

(1) 仔细阅读仪器说明书,了解软件的使用方法.

(2) 用汞灯的 546.1 nm 和 435.8 nm 两条谱线校准光谱仪的波长,其波长误差应小于 1 nm.

(3) 用定波长扫描模式检查谱仪读数的稳定性,并改变波长比较不同波长处的稳定性,寻找最佳的测试条件.

2. 测量透射样品色坐标

(1) 测量透射样品色坐标的关键是测量样品的透过率 $\tau(\lambda)$,只要测出无样品时的光电流 $I_0(\lambda)$ 和放入样品后的光电流 $I_x(\lambda)$,其比值就是透过率 $\tau(\lambda)$

$$\tau(\lambda)=\frac{I_x(\lambda)}{I_0(\lambda)} \tag{53.11}$$

测出透过率后,再选定标准照明体即可用公式(53.7)计算其色坐标以及主波长、色纯度等有关参数.

(2) 将光谱仪内的转镜 Z 转到狭缝 1 的位置,使光谱仪的出射光转向吸收池的位置。将接收器盒安装在吸收池的后面.

(3) 不放样品反复调节光电倍增管的高压和狭缝的宽度,使此时的光电流 $I_0(\lambda)$(基线)在 400~700 nm的波段内的数值较大,以提高测量的精度.

(4) 测量三个基色板的透过率,计算其色坐标.

(5) 测量干涉滤光片的色坐标及其主波长.

3. 测量反射样品的色坐标

(1) 将光谱仪内的转镜 Z 转到狭缝 2 的位置,使光谱仪的出射光转向积分球的位置.将接收器盒安装在积分球的侧面.

(2) 放一块已知反射比 $\rho_0(\lambda)$ 的标准板,反复调节光电倍增管的高压和狭缝的宽度,使此时的光电流 $I_0(\lambda)$(基线)在 400~700 nm 的波段内的数值较大,以提高测量的精度.

(3) 测量几种不透明物体的反射率,计算其色坐标和主波长(或互补波长)、色纯度.

(4) 比较同一样品用不同标准照明体时色坐标以及主波长和色纯度的变化,并说明之.

4. 有色液体色度与浓度关系的研究(选做)

测量不同浓度有色液体的色坐标值以及定波长的透过率,对它们与浓度的关系进行直线或指数拟合.

【附录】

表 53-1 XYZ 表色系统中等能量白光的三刺激值

波长/nm	$\bar{x}(\lambda)$	$\bar{y}(\lambda)$	$\bar{z}(\lambda)$	波长/nm	$\bar{x}(\lambda)$	$\bar{y}(\lambda)$	$\bar{z}(\lambda)$
380	0.001 4	0.000 0	0.006 5	585	0.978 6	0.816 3	0.001 4
385	0.002 2	0.000 1	0.010 5	590	1.026 3	0.757 0	0.001 1
390	0.004 2	0.000 1	0.020 1	595	1.056 7	0.694 9	0.001 0
395	0.007 6	0.000 2	0.036 2	600	1.062 2	0.631 0	0.000 8
400	0.014 3	0.000 4	0.067 9	605	1.045 6	0.566 8	0.000 6
405	0.023 2	0.000 6	0.110 2	610	1.002 6	0.503 0	0.000 3
410	0.043 5	0.001 2	0.207 4	615	0.938 4	0.441 2	0.000 2
415	0.077 6	0.002 2	0.371 3	620	0.854 4	0.381 0	0.000 2
420	0.134 4	0.004 0	0.645 6	625	0.751 4	0.321 0	0.000 1
425	0.214 8	0.007 3	1.039 1	630	0.642 4	0.265 0	0.000 0
430	0.283 9	0.011 6	1.385 6	635	0.541 9	0.217 0	0.000 0
435	0.328 5	0.016 8	1.623 0	640	0.447 9	0.175 0	0.000 0
440	0.348 3	0.023 0	1.747 1	645	0.360 8	0.138 2	0.000 0
445	0.348 1	0.029 8	1.782 6	650	0.283 5	0.107 0	0.000 0
450	0.336 2	0.038 0	1.772 1	655	0.218 7	0.081 6	0.000 0
455	0.318 7	0.048 0	1.744 1	660	0.164 9	0.061 0	0.000 0
460	0.290 8	0.060 0	1.669 2	665	0.121 2	0.044 6	0.000 0
465	0.251 1	0.073 9	1.528 1	670	0.087 4	0.032 0	0.000 0
470	0.195 4	0.091 0	1.287 6	675	0.063 6	0.023 2	0.000 0
475	0.142 1	0.112 6	1.041 9	680	0.046 8	0.017 0	0.000 0
480	0.095 6	0.139 0	0.813 0	685	0.032 9	0.011 9	0.000 0
485	0.058 0	0.169 3	0.616 2	690	0.022 7	0.008 2	0.000 0
490	0.032 0	0.208 0	0.465 2	695	0.015 8	0.005 7	0.000 0
495	0.014 7	0.258 6	0.353 3	700	0.011 4	0.004 1	0.000 0
500	0.004 9	0.323 0	0.272 0	705	0.008 1	0.002 9	0.000 0
505	0.002 4	0.407 3	0.212 3	710	0.005 8	0.002 1	0.000 0
510	0.009 3	0.503 0	0.158 2	715	0.004 1	0.001 5	0.000 0
515	0.029 1	0.608 2	0.111 7	720	0.002 9	0.001 0	0.000 0
520	0.063 3	0.710 0	0.078 2	725	0.002 0	0.000 7	0.000 0
525	0.109 6	0.793 2	0.057 3	730	0.001 4	0.000 5	0.000 0
530	0.165 5	0.862 0	0.042 2	735	0.001 0	0.000 4	0.000 0
535	0.225 7	0.914 9	0.029 8	740	0.000 7	0.000 3	0.000 0
540	0.290 4	0.954 0	0.020 3	745	0.000 5	0.000 2	0.000 0
545	0.359 7	0.980 3	0.013 4	750	0.000 3	0.000 1	0.000 0
550	0.433 4	0.995 0	0.008 7	755	0.000 2	0.000 1	0.000 0
555	0.512 1	1.000 2	0.005 7	760	0.000 2	0.000 1	0.000 0
560	0.594 5	0.995 0	0.003 9	765	0.000 1	0.000 0	0.000 0
565	0.678 4	0.978 6	0.002 7	770	0.000 1	0.000 0	0.000 0
570	0.762 1	0.952 0	0.002 1	775	0.000 0	0.000 0	0.000 0
575	0.842 5	0.915 4	0.001 8	780	0.000 0	0.000 0	0.000 0
580	0.916 3	0.870 0	0.001 7				
				共　计	21.371 3	21.371 4	21.371 5

表 53－2　CIE 标准照明体 A、B、C、D_{65} 相对光谱功率分布

波长/nm	A $S(\lambda)$	B $S(\lambda)$	C $S(\lambda)$	D_{65} $S(\lambda)$	波长/nm	A $S(\lambda)$	B $S(\lambda)$	C $S(\lambda)$	D_{65} $S(\lambda)$
380	9.80	22.40	33.00	50.0	585	118.08	100.07	95.43	92.2
385	10.90	26.85	39.92	52.3	590	121.73	99.20	93.20	88.7
390	12.09	31.30	47.40	54.6	595	125.39	98.44	91.22	89.3
395	13.35	36.18	55.17	68.7	600	129.04	98.00	89.70	90.0
400	14.71	41.30	63.30	82.8	605	132.70	98.08	88.83	89.8
405	16.15	46.62	71.81	87.1	610	136.35	98.50	88.40	89.6
410	17.68	52.10	80.60	91.5	615	139.99	99.06	88.19	88.6
415	19.29	57.70	89.53	92.5	620	143.62	99.70	88.10	87.7
420	20.99	63.20	98.10	93.4	625	147.21	100.36	88.06	85.5
425	22.79	68.37	105.80	90.1	630	150.84	101.00	88.00	83.3
430	24.67	73.10	112.40	86.7	635	154.42	101.56	87.86	83.5
435	26.64	7.31	117.75	95.8	640	157.98	102.20	87.80	83.7
440	28.70	80.80	121.50	104.9	645	161.52	103.05	87.99	81.9
445	30.85	83.44	123.45	110.9	650	165.03	103.90	88.20	80.0
450	33.09	85.40	124.00	117.0	655	168.51	104.59	88.20	80.1
455	35.41	86.88	123.60	117.4	660	171.96	105.00	87.90	80.2
460	37.81	88.30	123.10	117.8	665	175.38	105.08	87.22	81.2
465	40.30	90.08	123.30	116.3	670	178.77	104.90	86.30	82.3
470	42.87	92.00	123.80	114.9	675	182.12	104.55	85.30	80.3
475	45.25	93.75	124.09	115.4	680	185.13	103.90	84.00	78.3
480	48.24	95.20	123.90	115.9	685	188.70	102.84	82.21	74.0
485	51.04	96.23	122.92	112.4	690	191.93	101.60	80.20	69.7
490	53.91	96.50	120.70	108.8	695	195.12	100.38	78.21	70.7
495	56.85	95.71	116.90	109.1	700	198.26	99.10	76.30	71.6
500	59.86	94.20	112.10	109.4	705	201.36	97.70	74.36	73.0
505	62.93	92.37	106.98	108.6	710	204.41	96.20	72.40	74.3
510	66.06	90.70	102.30	107.8	715	207.41	94.60	70.40	68.0
515	69.25	89.65	98.81	106.3	720	210.36	92.90	68.30	64.6
520	72.50	89.50	96.90	104.8	725	213.27	91.10	66.30	65.7
525	75.79	90.43	96.73	106.2	730	216.12	89.10	64.40	69.9
530	79.13	92.20	98.00	107.7	735	218.92	88.00	62.80	72.5
535	82.52	94.46	99.94	106.0	740	221.67	86.90	61.50	75.1
540	85.95	96.90	102.10	104.4	745	224.36	85.90	60.20	69.3
545	89.41	99.16	103.95	104.2	750	227.00	85.20	59.20	63.6
550	92.91	101.00	105.20	104.0	755	229.59	84.80	58.50	55.0
555	96.44	102.20	105.67	102.0	760	232.12	84.70	58.10	46.4
560	100.00	102.80	105.30	100.0	765	234.59	84.90	58.00	56.6
565	103.58	102.92	104.11	98.2	770	237.01	85.40	58.20	66.8
570	107.18	102.60	102.30	96.3	775	239.37			65.1
575	110.80	101.90	100.15	96.1	780	241.68			63.4
580	114.44	101.00	97.80	95.8					

色度坐标：		A	B	C	D_{65}
	x	0.447 6	0.348 4	0.310 1	0.312 7
	y	0.407 4	0.351 6	0.316 2	0.329 0

【参考文献】

1　荆其毅，焦书兰，喻柏林，胡维生．色度学．北京：科学出版社，1979

2　任明达，吕斯骅，张绪定．中国海岸卫星遥感解释．北京：海洋出版社，1990

实验五十四

黑体辐射实验

【目的要求】

(1) 通过实验了解有关黑体辐射的基本物理规律；

(2) 用实验的方法检验普朗克热辐射定律和维恩位移定律；

(3) 学习正确使用红外光栅光谱仪和了解测量红外光谱的一般知识.

【仪器用具】

WGH－10 型黑体辐射实验装置一套，包括溴钨灯光源，红外光栅光谱仪，电控箱，接收器和计算机.

【实验原理】

按照热力学原理，热量要从高温的物体自发地传向低温物体.热辐射就是热量传递的方式之一.在物体和物体之间的空间里总存在一定的辐射场，即各种频率的电磁波.每个物体通过发射和吸收的过程按一定的规律与周围的辐射场交换能量.

在物理学发展史上，对热辐射基本性质的认识是逐步深入的.很多物理学家分别从实验和理论两个方面作出了重大贡献.基尔霍夫首先从理论上讨论了吸收谱线和发射谱线的关系，为光谱学奠定了基础，还讨论了辐射(光与热)的发射本领和吸收本领的关系，总结出基尔霍夫热辐射定律.他还提出了“绝对黑体”的概念.在实验物理学家精确地测定了单位面积、单位时间黑体辐射的总能量与黑体温度的关系基础上，斯特藩和玻尔兹曼从理论上将实验定律上升为热辐射理论中的又一个普遍规律——斯特藩－玻尔兹曼定律.对热辐射能量与波长关系的认识是 17 年后，当实验技术取得重大突破，在对热辐射能量的测量精度大大提高和对波长值确定的实验基础上，测出了能量随波长分布的实验曲线，并分别从理论上推导出和根据实验提出辐射公式.19 世纪末从实验测得的数百条辐射能量分布曲线证实了维恩位移定律，维恩又将理论计算结果与上述实验结果结合发表了著名的维恩分布律.普朗克运用电磁理论，通过熵的运算，计算谐振子的能量，得到维恩分布律，使维恩定律获得了普遍性的意义.此后普朗克又在大量实验研究基础上推出一个新的经验公式——黑体辐射的普朗克公式，该公式不论在长波段还是短波段，低温还是高温，都与实验结果吻合.然而普朗克不满足于找到一个经验公式，他进一步探求公式的理论基础，终于在 1900 年底用一个谐振子能量不连续的假设(即能量子假说)推出了黑体辐射公式.物理学家们就是在如黑体辐射实验和其他更多的实验(如光电效应等)的基础上，得到了辐射场是量子化的认识.可以说，上述这些实验为量子理论的产生奠定了基础.

本实验要通过对黑体辐射能量随黑体温度和随辐射波长的变化关系的测量，来研究辐射场以及辐射场与物体间的能量交换的规律.

(一) 一些有关的物理量和概念

1. 描述辐射场本身的物理量

辐射场的能量谱密度(单位体积内的辐射能):在空间某点 r 附近单位体积内的辐射场中,在 t 时刻,以频率 ν 为中心的频段 $d\nu$ 内的辐射能为 $u(\nu,r,t)d\nu$, $u(\nu,r,t)$ 即为辐射场的能量谱密度,其单位为 $J/(m^3\cdot Hz)$.

通过面元 ΔS 的辐射通量的谱密度:在辐射场中通过面元 ΔS 的能流通量(单位时间内通过此面元的辐射能量)称为辐射通量,辐射通量对于频率的分布称为辐射通量的谱密度,其单位为 W/Hz.

辐射场的亮度及其谱密度:辐射源在某一方向的单位投影表面,在单位立体角内的辐射通量,为辐射场的亮度,其对于频率的分布称为辐射场的亮度的谱密度,在此用 L 表示,其单位为 $W/(m^2\cdot sr\cdot Hz)$.

2. 描述辐射场与物体间能量交换关系的物理量

(1) 辐射本领的谱密度:在一定温度下,从物体单位表面积发出的辐射通量称为物体的辐射本领(也称作"辐射出射度"),在此用 R 表示.辐射本领对于频率的分布称为辐射本领的谱密度,记为 $r(\nu)$,其单位为 $W/(m^2\cdot Hz)$.

(2) 吸收本领:在一定温度下,一般的物体对于辐射到其表面的能量并不能完全吸收,物体吸收的辐射通量谱密度对于照射到物体表面的辐射通量谱密度的比例称为物体的吸收本领,它也是频率 ν 的函数,记为 $\alpha(\nu)$,是无量纲的量,并有 $0\leqslant\alpha(\nu)\leqslant1$.

(3) 标准能谱:热平衡态下的辐射场的能量谱密度,称为热辐射的标准能谱,用 $u_T(\nu)$ 表示.热平衡态下的辐射场应是均匀、稳恒和各向同性的,其能谱密度 $u_T(\nu)$ 在各处应具有相同的函数形式和数值,即 $u_T(\nu)$ 必为频率 ν 和温度 T 唯一地决定,不可能因与之平衡的物体质料而异,$u_T(\nu)$ 是一个与物质无关的普适函数.

3. 与辐射有关的概念

(1) 绝对黑体:设想一种物体,它在任何温度下都把照射在其上任何频率的辐射能完全吸收,即这物体的吸收本领 $\alpha(\nu,T)$ 与 ν,T 无关,恒等于 1,这种物体被称为绝对黑体.事实上,绝对黑体是一个理想模型,实际当中并不存在,但是人们用特定的办法可以制造出理想的"绝对黑体",即空腔辐射器.

(2) 灰体:吸收本领小于 1,且对波长 λ(也即频率 ν)无明显选择性的非黑体(实际物体被称为非黑体) 被称为灰体.灰体各波长的辐射本领等于与波长无关的常数乘以相应波长的黑体的辐射本领.也就是说,灰体的相对能量分布与同一温度下黑体辐射的相对能量分布相同.实际上也没有完全理想的灰体,只有在某一有限波长范围内与灰体相近的物体.

(3) 发射率:绝对黑体是一种理想的物体.实际物体的吸收本领小于1,即实际物体的辐射本领小于同温度绝对黑体的辐射本领.定义实际热辐射物体的辐射本领与处于相同温度的绝对黑体的辐射本领之比为发射率,用符号 $\varepsilon(\lambda,T)$ 表示,它是一个无量纲的量,其数值在 0~1 之间.另外,对任何物体都有 $\varepsilon(\lambda,T)=\alpha(\lambda,T)$.

(4) 色温:用物体辐射能量分布来定义的物体温度.其定义是:如果一个温度为 T 的物体单

位时间内的辐射能量分布(指物体辐射亮度的归一化分布[1])与某一个温度为 T_c 的黑体单位时间内的辐射能量分布(指黑体辐射亮度的归一化分布)一致,则称此黑体温度 T_c 为物体的色温,用公式表示为

$$\frac{L_b(\lambda_1,T_c)}{L_b(\lambda_2,T_c)}=\frac{L(\lambda_1,T)}{L(\lambda_2,T)}=\frac{\varepsilon_1 L_b(\lambda_1,T)}{\varepsilon_2 L_b(\lambda_2,T)}$$

式中:$L_b(\lambda_1,T_c)$和 $L_b(\lambda_2,T_c)$分别是温度为 T_c 的黑体在波长为 λ_1 和 λ_2 时的辐射亮度;$L(\lambda_1,T)$和 $L(\lambda_2,T)$分别是温度为 T 的物体在波长为 λ_1 和 λ_2 时的辐射亮度;$L_b(\lambda_1,T)$和 $L_b(\lambda_2,T)$分别是温度为 T 的黑体在波长为 λ_1 和 λ_2 时的辐射亮度;ε_1 和 ε_2 为对应的发射率.

如果满足上式的关系,就称物体在 λ_1 至 λ_2 之间的色温为 T_c.在不同波段,同一辐射源的辐射亮度分布可以与不同温度的黑体的辐射亮度分布一致,因此在不同的波段可以有不同的色温.要注意,色温考虑的是辐射功率的相对分布,不是辐射的绝对功率.

大气中水蒸气(H_2O)和二氧化碳(CO_2)对红外辐射能量测量的影响:对于电磁波谱的红外辐射波段,大气只在某些狭窄的波段内是透明的(即对光的吸收强度极弱),这些透明的波段称为“大气窗口”.考虑大气对光辐射的吸收,大气中主要的吸收气体是 H_2O 和 CO_2.在我们用红外光谱仪测量黑体辐射能量随波长变化关系时,得到的相对光谱分布曲线会在某些波长范围内出现辐射能量陡然下降的变化,这是由于 H_2O 和 CO_2 对辐射有较强的吸收,但是,CO_2 含量较稳定,H_2O 的含量变化大,所以,大气的红外窗口与气象条件有密切关系.实验中我们测量 800～2 400 nm波长范围内的相对光谱分布,会看到有几个非常明显的“吸收峰”,最强的两个吸收带波长分别在 1.3～1.4 和 1.8～1.9 μm 范围.

(二) 黑体辐射的基本性质

1. 基尔霍夫热辐射定律

任何物体在同一温度 T 下的辐射本领 $r(\nu,T)$与吸收本领 $\alpha(\nu,T)$成正比,比值是一个与物质无关,只与 ν 和 T 有关的普适函数.可以证明这个比值就是热辐射标准能谱 $u_T(\nu)$乘以$c/4$,其中 c 为光速:

$$\frac{r(\nu,T)}{\alpha(\nu,T)}=\frac{c}{4}u_T(\nu) \tag{54.1}$$

由于绝对黑体的吸收本领恒等于1,绝对黑体的辐射本领 $r_0(\nu,T)$(也称为绝对黑体的辐射谱)就是热辐射标准能谱 $u_T(\nu)$乘以常数因子 $c/4$,为

$$r_0(\nu,T)=\frac{c}{4}u_T(\nu) \tag{54.2}$$

2. 黑体辐射公式(普朗克公式)

用热辐射标准能谱形式表示,有

$$u_T(\nu)=\frac{8\pi h}{c^3}\frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT}-1} \tag{54.3}$$

或

① 物体辐射亮度的归一化分布,是指物体辐射亮度 $L(\lambda,T)$除以其极大值 L_m.

$$u_T(\lambda)=\frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/kT\lambda}-1} \tag{54.4}$$

用绝对黑体的辐射本领 $r_0(\nu,T)$表示，根据式(54.2)，显然有

$$r_0(\nu,T)=\frac{2\pi h}{c^2}\frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT}-1} \tag{54.5}$$

或

$$r_0(\lambda,T)=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/kT\lambda}-1} \tag{54.6}$$

式中：c 为真空中光速(定义值)，$c=2.997\ 9\times10^8$ m/s；k 为玻耳兹曼常数，$k=1.38\times10^{-23}$ J/K；h 为普朗克常数，$h=6.626\times10^{-34}$ J·s.

图 54－1 是各种温度下实测的黑体辐射标准能谱 $u_T(\lambda)$(也即 $r_0(\lambda,T)$，二者仅差一个常数)相对 λ 的变化关系图. 曲线下的面积代表辐射本领 R. 其特征是：R 随温度 T 单调地增加，T 增高时，光谱中能量的分布由长波向短波转移.

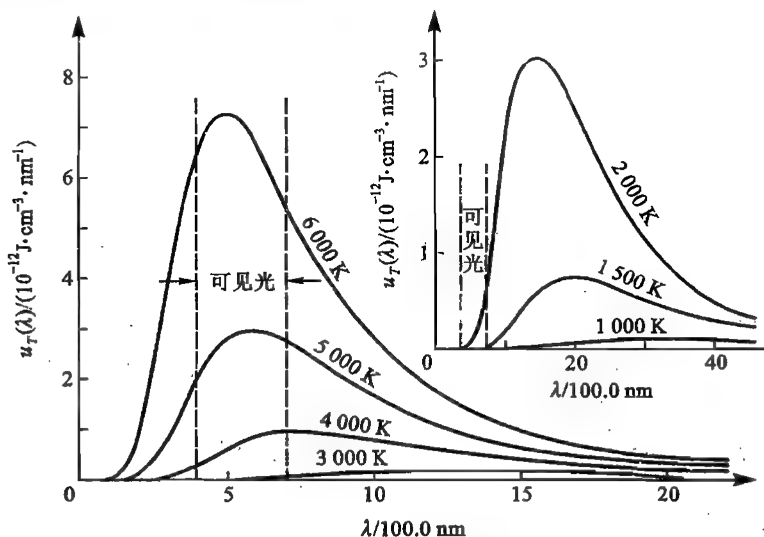


图 54－1　黑体辐射谱

3. 斯特藩－玻耳兹曼定律

黑体的辐射本领 R_T 与黑体的热力学温度 T 的四次方成正比

$$R_T=\int_0^\infty r_0(\lambda,T)\mathrm{d}\lambda=\sigma T^4 \tag{54.7}$$

实验测得式中比例常数 $\sigma=5.67\times10^{-8}(\text{W/m}^2\cdot\text{K}^4)$，$\sigma$ 是普适常量，叫做斯特藩－玻耳兹曼常量.

4. 维恩位移定律

图 54－1 中曲线表明，任何温度下 $r_0(\lambda,T)-\lambda$ 曲线都有一极大值，极大值对应的波长为 λ_M，则 λ_M 与 T 成反比：

$$\lambda_M T = b \tag{54.8}$$

实验测得 $b=0.002\ 88$ m·K,其中 b 也是普适常量.

【实验装置】

本实验系统由以下几个部分组成:溴钨灯光源,单色仪,接收器,电控箱和计算机.其中每一部分又包含几个主要部件.

(1) 溴钨灯光源:包括溴钨灯和电源两部分,溴钨灯电源是电压可调的稳压电源.改变溴钨灯的工作电流,可以改变其色温.溴钨灯工作电流与其色温的对应关系列在【附录】中.由于溴钨灯的发射谱线比较接近于黑体辐射谱,因此使用溴钨灯来模拟黑体.实验中使用的溴钨灯的吸收本领并不等于1.在用溴钨灯模拟黑体并检验黑体辐射规律的时候,需要对实测结果进行"黑体"修正.

(2) 单色仪:本实验使用的是红外光栅光谱仪,关于其工作原理和特性请参考实验五十二中对光栅光谱仪的介绍.其主要部件有:光学系统,光路图如图 52-1 所示.使用的分光元件是衍射光栅,由于光栅衍射角最大不超过 90°,根据光栅公式,最大待测波长 λ_M 不能超过光栅常数 d,因此,工作在不同波段的光栅光谱仪要选用光栅常数适当的光栅.在本实验中,我们研究的光谱在近红外波段 800~2 500 nm 波长范围内,所以选择空间频率为 300 条/mm(光栅常数 $d=3.3\ \mu$m)的闪耀光栅,其闪耀波长在 1 400 nm.机械系统,进行波长扫描,原理如图 52-4 所示.光谱仪的主体箱设有入射和出射狭缝,在 0~2.5 mm 之间连续可调.入射狭缝前留有插槽,为插入滤光片而设置.滤光片的作用是滤掉高级次谱线(本实验中指二级光谱),避免发生邻级光谱重叠的现象.

(3) 接收器:选用硫化铅(PbS)光信号探测器.PbS 是多晶薄膜型光敏电阻,在常温下响应峰值位于 2 500 nm 左右,是 1 000~3 000 nm 近红外波段的最佳探测器件.它被置于出射狭缝后的箱体内,接收光信号谱,并将光信号转换成电信号.

将上述单色仪和接收器结合起来,它们的作用是测量光源的辐射能量谱,实际测得的结果是辐射源的相对光谱分布.

(4) 电控箱:其作用是控制光谱仪进行光谱的机械扫描(转动光栅)和将经光电转换了的电信号进行放大,并用单片机进行数据转换和处理,同时还可将数字信号送入计算机.

(5) 计算机:装有实验软件,显示数据采集的过程和进行数据处理等.

图 54-2 为实验系统主要部分的示意框图.

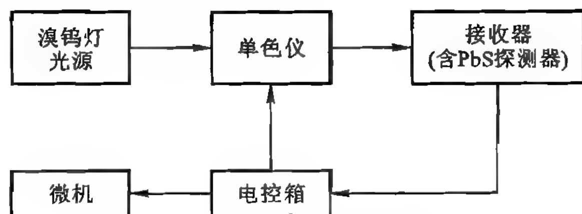


图 54-2 实验系统示意方框图

【实验内容】

1. 认识和熟悉实验装置及系统

参照实验室提供的实验装置说明书,了解实验装置的结构和给定的参数以及装置各部分的作用.

认真阅读实验室提供的黑体实验装置使用说明书,主要了解由厂家提供的使用软件的功能及在实验中的具体应用.

2. 进行“黑体修正”和“传递函数修正”

在反复试验后,调整光谱仪的入射和出射狭缝在适当的宽度,测量溴钨灯光源在几个不同色温下的相对光谱分布 $L(\lambda)$,并对其进行“黑体修正”和“传递函数修正”,得到黑体辐射能量谱.

“黑体修正”的方法:在前面介绍仪器时已提到了要对实际光源进行“黑体修正”,修正的方法是将测得的溴钨灯的相对光谱曲线除以标准的钨灯的发射率 $\varepsilon(\lambda,T)$,就得到绝对黑体的能量分布曲线.在实验系统的软件中提供了钨的发射率数据,直接使用软件,根据操作要求,可以对实验结果进行黑体修正.在【附录】中我们给出金属钨在不同温度下的发射率表,以供参考.

“传递函数修正”的方法:光谱仪在接收辐射光源的能量时,由于它的各部分光学元件和接收器件在不同波长处对光谱的响应并不相同,以致得到的相对光谱分布与实际光源辐射的能量谱有差别.为了准确测得实际光源辐射的能量谱,消除光谱仪和接收器带来的影响,就要利用一个已知辐射能量谱的标准光源,实测出它在该实验系统上的光谱分布曲线,将标准光源的辐射能量分布曲线除以实测的光谱分布曲线,两个函数的比值称作“传递函数”.用此“传递函数”就可以对该实验系统测出的任一光谱信号进行校准.用数学形式表示,有 $x_T(\lambda)=u_T(\lambda)/L_T(\lambda)$,令 $x_T(\lambda)$ 为传递函数,$u_T(\lambda)$ 为标准光源在某个色温下的辐射能量,$L_T(\lambda)$ 为标准光源的辐射能量经光谱仪和接收器输出的信号,我们将这个信号称为相对光谱.

将本实验系统在测量过程中从光信号接收器中输出的任一个光谱信号设为 $L(\lambda)$,乘以传递函数 $x_T(\lambda)$,就得到溴钨灯的辐射谱密度 $u_T(\lambda)$,再将此辐射谱密度除以钨的发射率 $\varepsilon(\lambda)$,就得到绝对黑体的辐射谱密度

$$r_0(\lambda)=\frac{L(\lambda)x_T(\lambda)}{\varepsilon(\lambda)} \tag{54.9}$$

请注意,在此 $r_0(\lambda)$ 是相对值.

本实验系统的软件中提供了经过标定的溴钨灯光源的能量曲线和传递函数曲线,可以分别提供“计算传递函数”和“传递函数修正”两个功能.如果直接使用后一功能,则在软件工作平台上,选中软件当中的“传递函数”和“修正为黑体”两个选项,则以上处理自动进行,在软件的工作区中显示的数据即为修正后的 $r_0(\lambda)$.如果要自行计算在当前测量条件下的传递函数,则先不要选“传递函数”和“修正为黑体”功能,而要使用“单程”先进行光谱扫描,待扫描完毕,使用“验证黑体辐射定律”中的“计算传递函数”选项,得到新计算的传递函数并储存后,再按前述做法选中“传递函数”和“修正为黑体”两个选项进行处理.

3. 检验普朗克热辐射定律

即检验黑体辐射谱密度公式 $r_0(\lambda,T)=\dfrac{C_1}{\lambda^5(e^{C_2/\lambda}-1)}$,此公式为式(54.6)的简化形式.利用

作了“传递函数”和“修正为黑体”处理后的 $r_0(\lambda,T)$ 曲线，检验 $r_0(\lambda,T)$ 与 $\frac{C_1}{\lambda^5(e^{C_2/\lambda T}-1)}$ 的线性相关程度，用最小二乘法进行线性拟合．在进行此检验时，还可使用实验软件提供的“黑体辐射理论曲线”作为检验对象．要注意测得的数据只具有相对意义，软件中提供了归一化功能，该项功能的作用是将测得的数据曲线乘以一个系数，使该曲线的峰值高度与理论曲线的峰值高度相同．若实验数据符合理论值的话，归一化之后二者在一定的波长范围内可以重合．

4．检验维恩位移定律

即检验溴钨灯辐射能量曲线峰值对应的波长与其色温的关系：

$$\lambda_{max} \propto T$$

在附录中提供了溴钨灯电流与色温的对应关系，实验中可根据溴钨灯电源上的电流表读出溴钨灯电流，从而确定溴钨灯的色温 T．关于确定 $r_0(\lambda,T)-\lambda$ 曲线的极大值，软件中虽然提供了谱线自动寻峰功能，但由于谱线最高点处实际上比较平，加上实验中引进的噪声，使得这种自动寻峰很不准确。所以实验者应自行设计处理数据的方法得出峰值位置．寻峰方法不作限定，但实验者应尽可能使得用自己设计的方法得出的峰值位置接近真实的峰值位置．

*5．检验斯特藩 - 玻耳兹曼定律

试利用作了“传递函数”和“修正为黑体”处理后的 $r_0(\lambda,T)-\lambda$ 曲线计算曲线下的积分面积，考察它与光源色温 T^4 的关系，从而检验斯特藩 - 玻耳兹曼定律，即 $R_T \propto T^4$，并对实验结果进行分析．

*6．对光谱仪进行波长的标定(即校准波长)

试利用实验室的氦氖激光器和固体激光器以及实验室提供的已知光谱样品进行．

【几点说明】

1．关于实验装置对光谱测量的影响

实验中的热辐射场并不一定处于平衡态，狭缝大小、PbS 位置都会对接收器响应信号的大小产生影响．因软件中给出的传递函数 $x_T(\lambda)$ 只是一个相对数值，所以实际上只能确定 $r_0(\lambda)$ 的相对大小，它与真实的 $r_0(\lambda)$ 之间相差一个系数，但我们要检验的普朗克热辐射定律和维恩位移定律在物理意义上最重要的只是 $r_0(\lambda)$ 的相对大小。

2．关于实验仪器和软件使用的提示

开启“黑体实验装置”，打开溴钨灯，打开电脑并运行“WGH - 10 型黑体实验装置”．运行软件后，程序开始初始化，自动将光信号接收器定位到 800 nm 波长处。此时即可以开始进行实验．

首先应根据“溴钨灯电流 - 色温对应表”提供的数据将溴钨灯电流调到某一已知色温的电流上．

点击工具栏上的“黑体”，或选择“工作→黑体辐射测量”，软件将驱动黑体实验装置进行辐射谱的扫描。扫描得到的数据将保存在当前寄存器中，程序提供 5 个寄存器，可在寄存器栏中进行切换。扫描过程中的控制参数可在参数设置区进行设定．

获得一条或几条黑体辐射曲线后即可开始处理数据，软件中提供了读取数据、对曲线进行计

算等功能，可根据需要使用.

本实验中主要用到的菜单项和工具栏项目有：

(1) 黑体(黑体辐射测量)：进行黑体辐射谱的扫描，扫描范围从 800～2 500 nm. 在使用时可将“传递函数”和“修正为黑体”两个选项选中，则软件将自动进行对 $x_T(\lambda)$ 和 $\varepsilon(\lambda)$ 的数据处理.

(2) 检索：用于将光信号接收器定位到指定波长处，如在一次扫描进程中停止，需在下一次扫描前使用此功能将当前波长检索到 800 nm，否则下一次扫描将从中断处开始.

(3) 归一化：因为此实验装置测得的曲线只具有相对意义，其绝对大小没有意义，所以软件提供此功能。应用此功能后，软件将用该温度下的理论曲线最大值(软件中内置)除以实测曲线最大值得到一系数，再用此系数乘以实测曲线上每一点的数值，用新数值覆盖原寄存器中的数值.

(4) 保存：将当前的数据保存到文件当中.

(5) 打开：将“保存”功能保存的数据读入寄存器.

3. 实验中应该注意的问题

(1) 实验测得的光谱数据是相对值，而不是其绝对大小.

(2) 应先打开黑体实验装置，再运行程序，否则程序将报告硬件未准备好.

(3) 结束前，应先用检索功能将当前波长检索到 800 nm，使机械系统受力最小，然后关闭应用程序，最后关闭黑体实验装置和溴钨灯.

(4) 根据实验情况调整入射和出射狭缝宽度。调整狭缝时请注意调整范围(0～2.5 mm)，不可过大或过小，以免造成对狭缝的损坏。

【附录】

表 54－1　溴钨灯电流－色温对应表

I/A	T/K	I/A	T/K
1.18	2 250	1.98	2 670
1.36	2 350	2.11	2 780
1.55	2 410	2.25	2 850
1.7	2 520	2.36	2 950
1.85	2 580	2.48	3 020

表 54－2　钨的光谱发射率 $\varepsilon_0(\lambda, T)$

λ/mm \ T/K	1 600	1 800	2 000	2 200	2 400	2 600	2 800
250	0.447	0.441	0.435	0.428	0.432	0.417	0.411
300	0.482	0.478	0.474	0.470	0.465	0.460	0.456
350	0.479	0.476	0.473	0.470	0.467	0.465	0.461
400	0.481	0.477	0.474	0.471	0.467	0.464	0.461

续表

T/K λ /mm	1 600	1 800	2 000	2 200	2 400	2 600	2 800
450	0.474	0.471	0.467	0.464	0.460	0.456	0.454
500	0.469	0.465	0.462	0.458	0.455	0.451	0.448
550	0.464	0.460	0.456	0.453	0.450	0.446	0.443
600	0.455	0.451	0.448	0.444	0.441	0.437	0.434
650	0.449	0.446	0.442	0.438	0.434	0.430	0.427
700	0.444	0.440	0.436	0.432	0.427	0.432	0.419
750	0.438	0.433	0.428	0.423	0.418	0.414	0.410
800	0.431	0.425	0.420	0.414	0.409	0.404	0.402
900	0.413	0.407	0.401	0.395	0.391	0.387	0.383
1 000	0.390	0.386	0.381	0.377	0.373	0.370	0.367
1 100	0.367	0.364	0.361	0.358	0.356	0.354	0.352
1 200	0.334	0.333	0.331	0.330	0.329	0.328	0.328
1 300	0.322	0.322	0.323	0.323	0.324	0.324	0.325
1 400	0.300	0.303	0.305	0.307	0.310	0.311	0.313
1 500	0.281	0.284	0.288	0.291	0.296	0.299	0.302
1 600	0.264	0.268	0.273	0.278	0.284	0.288	0.292
1 800	0.234	0.241	0.247	0.255	0.262	0.268	0.275
2 000	0.219	0.219	0.227	0.235	0.243	0.251	0.259
2 200	0.190	0.201	0.210	0.218	0.228	0.236	0.244
2 400	0.176	0.187	0.196	0.206	0.215	0.224	0.234
2 600	0.164	0.175	0.185	0.195	0.205	0.214	0.224

【参考文献】

1 赵凯华,钟锡华.光学(下册).北京:北京大学出版社,1984.第四、八、九章

2 赵凯华,罗蔚茵.量子物理.北京:高等教育出版社,2001.第一章

3 吕斯骅.遥感物理基础.北京:商务印书馆,1981.第二、三章

4 郭奕玲,沙振舜等.著名物理实验及其在物理学发展中的作用(六).济南:山东教育出版社,1985

5 晏于模,王魁香.近代物理实验 4.长春:吉林大学出版社,1995

6 吕斯骅,朱印康.近代物理实验技术(I).北京:高等教育出版社,1991.第七章

实验五十五

激光相位调制干涉型光纤温度传感器

【目的要求】

(1) 了解马赫－曾德尔(Mach-Zehnder)光纤干涉仪结构及激光相位调制干涉型光纤温度传感器工作原理；

(2) 掌握激光相位调制干涉型光纤温度传感器光纤光路的调整及测量温度的实验方法；

(3) 测量 $\Delta\Phi - T$ 曲线，求出光纤温度传感器的光纤温度灵敏度$\frac{\Delta\Phi}{\Phi\Delta T}$，并与理论估算值相比较.

【仪器用具】

He－Ne 激光器，分束镜，显微物镜，单模光纤，五维光纤固定调节架，数字温度计，加热器，光屏(或条纹计数装置).

【实验原理】

光纤传感技术是以光波为载体，光纤为媒质感知和传输外界被测信号的新型传感技术.是20世纪70年代在激光及光纤技术发展的基础上迅速发展起来的.光纤传感包含对外界信号(被测量)的“感知”和“传输”两种功能，所谓“感知”实质上是外界信号对光纤中传输的光波实施调制，所谓“传输”是指光纤将受外界信号调制的光波传输到光探测器进行检测，将外界信号从光波中提取出来并按需要进行数据处理，也就是解调.因此可以说光纤传感技术包括调制和解调两方面的技术.

外界信号对传感光纤中光波参量进行调制的部位称为调制区.调制区位于光纤内，外界信号通过直接改变光纤的某些传输特征参数(如光波的光强、频率、波长、相位、偏振等)对光波实施调制，光纤同时具有“传”和“感”的两种功能，这类光纤传感器称为功能型光纤传感器.调制区在光纤之外，外界信号通过外加的调制装置对进入光纤的光波实施调制，光纤只起传输光波的作用，这类光纤传感器称为非功能型光纤传感器，也称传光型光纤传感器.

在一定条件下，光纤很容易为外界信号(被测量)和能量场所加载(即调制)，是一种优良的敏感元件.光纤具有工作频率宽、动态范围大，适于遥控遥测，是一种优良的低损耗光波传输线.由于光波易于被各种光探测器件接收，可方便地进行光电或电光转换，易于与现代电子装置和计算机相匹配.加上光纤本身具有不带电、体积小、质量轻、易于弯挠、抗电磁干扰、抗腐蚀、抗辐射等特性.因此光纤传感器特别适合于易燃易爆、空间受严格限制及强电磁干扰等恶劣环境下使用.

1. 光纤基础知识简述

光纤是具有圆对称多层结构的介质光波导纤维.光纤由纤芯、包层和涂覆层组成.纤芯折射

率高，其成分为掺杂的二氧化硅(SiO_2)．二氧化硅的含量超过99.999%，其余成分为极少的掺杂剂如二氧化锗(GeO_2)、五氧化二磷(P_2O_5)等，用于提高纤芯的折射率，通常纤芯的直径为4～62.5 μm，用于光纤通信的单模光纤芯径约为8 μm；包层材料一般为纯二氧化硅，外径为125 μm．光纤对光的导波作用主要由纤芯和包层完成．涂覆层通常为环氧树脂、硅橡胶等高分子材料，外径约为250 μm．作用是隔离杂散光、增强光纤的柔韧性、机械强度和耐腐蚀抗老化等．

根据光纤横截面上折射率的径向分布情况，光纤可粗略地分为阶跃型和渐变型两种．通常单模光纤是阶跃型，多模光纤即有阶跃型也有渐变型．

阶跃型光纤的折射率径向分布可表示为

$$n=\begin{cases} n_1 & 0\leqslant r\leqslant a \\ n_2 & a<r\leqslant b \end{cases} \quad n_1>n_2 \tag{55.1}$$

式中：r为光纤的径向坐标；a为纤芯半径；b为包层半径，其纤芯和包层具有均匀的折射率分布，分别为n_1和n_2，在纤芯和包层界面$r=a$处，折射率呈阶跃式变化，如图55-1(a)所示．

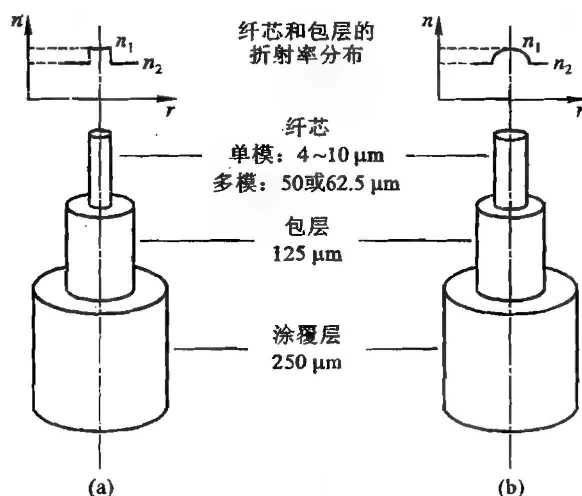


图55-1 阶跃型和渐变型光纤的结构与折射率分布

(a) 阶跃型光纤；(b) 渐变型光纤

渐变型光纤纤芯的折射率从轴心沿径向逐渐减小，其结构与折射率分布如图55-1(b)所示．

渐变型折射率的分布一般表达式为

$$n=\begin{cases} n_1\left[1-2\Delta\left(\dfrac{r}{a}\right)^g\right]^{\frac{1}{2}} & 0\leqslant r\leqslant a \\ n_2 & a<r\leqslant b \end{cases} \quad n_1>n_2 \tag{55.2}$$

式中：g是描述渐变型光纤纤芯折射率分布的参数，为1～∞的实数．$g=1$时折射率为三角分布，$g=2$时折射率为平方率分布，$g=\infty$时折射率分布变成为阶跃型(图55-2)．渐变型光纤中通常取$g=2$，这种光纤能使点光源发射的光线周期性的聚焦，对于传输来说这种光纤的主要优

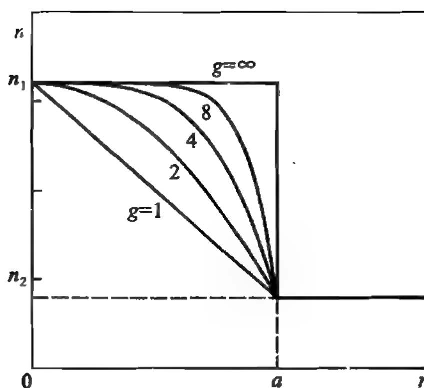


图 55－2　渐变型光纤不同 g 值对应的纤芯折射率 $n(r)$ 分布

点是模式色散小.

无论阶跃型还是渐变型,均定义 Δ 为光纤的相对折射率差

$$\Delta=\frac{n_1^2-n_2^2}{2n_1^2} \tag{55.3}$$

Δ 的大小决定了光纤对光场的约束能力和光纤端面的受光能力.更常用的反映光纤端面受光能力的参量是光纤的数值孔径 NA,对于阶跃型光纤数值孔径:

$$\mathrm{NA}=\sqrt{n_1^2-n_2^2}=n_1\sqrt{2\Delta} \tag{55.4}$$

根据光在介质分界面上全反射理论可以证明,当光从光纤端面向光纤内耦合时,只有与光纤轴线的夹角小于 $\Phi_{\max}=\arcsin(\mathrm{NA})$ 的入射光线才能进入光纤后在芯区与包层界面上发生全反射并进行传输.因此,光纤的数值孔径事实上是光纤端面最大接收角的正弦.光纤的数值孔径只取决于折射率而与光纤的几何尺寸无关.通常数值孔径的值为 0.1～0.2.

光纤的主要传输特性包括它的损耗、色散、非线性及双折射等.

进一步地分析表明,能够在光纤中传导的光波,不但需要满足纤芯、包层界面上的全反射,还需要满足传输过程中的相干加强条件.对于具体的光纤结构,只有一系列特定的光波可以在光纤中进行有效地传输.这些特定的电磁波称为光纤的模式.光纤中可传导的模式数量取决于光纤的具体结构和折射率的径向分布.如果光纤只支持一个传导模式,则称该光纤为单模光纤,而支持多个传导模式的光纤称为多模光纤.

对于阶跃型光纤,根据 Maxwell 电磁理论,可以推知光纤所支持的模式数量,由光纤的归一化频率 ν 决定,即

$$\nu=\frac{2\pi}{\lambda}a\sqrt{n_1^2-n_2^2}=\frac{2\pi}{\lambda}an_1\sqrt{2\Delta} \tag{55.5}$$

ν 是表征光纤中模式传播特性的重要参数,它与光纤的结构参数(芯径 a)、数值孔径 NA 及工作波长 λ 有关.如果考虑到每一个光纤模式均有两个正交的偏振态,光纤中可存在的传导模式总数 M 近似与 $\nu^2/2$ 成正比.当 $\nu<2.405$ 时,光纤中只支持一个模式(两个正交的偏振态)的传输,因此 $\nu=2.405$ 又称为光纤的单模工作条件.

更普遍的情况，光纤中可支持的传导模式总数 M 由下式估算

$$M=\frac{g\nu^2}{2(g+2)} \tag{55.6}$$

式中：g 为光纤纤芯折射率分布的参数，对于阶跃型光纤，$g=\infty$，则 $M\approx\nu^2/2$；对于 $g=2$ 的渐变型光纤，$M=\nu^2/4$.

不同类型的光纤有不同的用途，当需要从光源处收集尽可能多的光能时，则使用粗芯多模光纤；在长距离、高数据率通信系统中使用单模光纤或渐变折射率多模光纤；在光强调制或传光型光纤传感器中，绝大多数采用多模光纤；相位调制型光纤传感器，则采用单模光纤.

2. 马赫－曾德尔光纤干涉仪

最早用于相位调制型光纤温度传感的是马赫－曾德尔(Mach-Zehnder)光纤干涉仪.它是以传统的马赫－曾德尔干涉仪为基础，用光纤代替自由空间作为干涉光路，可以减少传统的干涉仪长臂安装和校准的困难，使干涉仪小型化.并可以用加长光纤的方法，使干涉仪对环境参数的响应灵敏度增加.

马赫－曾德尔光纤干涉仪(如图 55－3 所示)基本结构由激光器、3 dB 耦合器、两根长度基本相同的单模光纤和光探测器组成，由激光器发出的相干光通过耦合器 A 进行 1:1 分光，分别送入干涉仪两臂的光纤中，光通过两根光纤后再经耦合器 B 合光，光探测器检测耦合器输出的光信号.当外界因素引起任意一臂光纤中光波的相位改变时，探测器测量的光信号也将随相位的变化而改变.马赫－曾德尔光纤干涉仪在光纤通信和光纤传感领域得到广泛的应用.

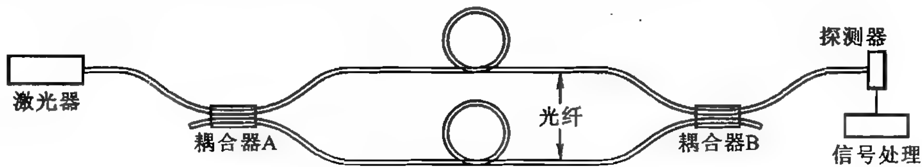


图 55－3　马赫－曾德尔光纤干涉仪原理图

3. 相位调制与解调

激光相位调制干涉型光纤温度传感器的基本原理是：在被测温度场的作用下，使光纤内传播的光波相位发生变化.目前光探测器只能探测光强度信号，而不能直接探测光波的相位信号.因此总要采取一定的方式，将光波相位信号转换成相应的光强信号，这种转换方式就是干涉法.按照干涉法构成的光学系统其输出为干涉条纹.由于光的干涉记录了光的相位，当相位变化时，干涉条纹也随之变化.因此根据探测系统探测的干涉条纹的变化即可解调出光波相位的变化，从而测出引起光波相位变化的温度变化.相位调制技术由于采用干涉方法而具有很高的检测灵敏度，由温度引起光纤中光波的相位变化为 106 rad/(m·℃)，目前信号检测系统可以检测 μrad 的相位移，则每米光纤的温度检测灵敏度可达 10^{-8}℃.

光纤中的光波相位由光纤波导的物理长度、折射率及其分布、光纤波导横向尺寸所决定.一般来说，应力、应变、温度等外界物理量对光纤作用时，可直接改变光纤中上述三个波导参量.其中的纵向效应使光纤的长度 L 变化(ΔL)，横向泊松效应使光纤的芯径 $2a$ 变化(Δa)，进而导致

传播常数 β 变化($\Delta\beta$),弹光效应或热光效应使光纤的纤芯折射率 n 变化(Δn).光纤中这些参数的变化都将引起光纤中光波相位的变化.

设光波通过长度为 L 的光纤时,其相位延迟为

$$\Phi=\beta L \tag{55.7}$$

式中:$\beta=nk_0$,为光波在光纤中的传播常数;n 为光纤纤芯的折射率;$k_0=2\pi/\lambda_0$,为光在真空中的波数;λ_0 为光在真空中的波长.

对式(55.7)$\Phi=\beta L$ 微分,可得

$$\Delta\Phi=\Delta(\beta L)=\beta L\left(\frac{\Delta L}{L}\right)+L\left(\frac{\partial\beta}{\partial n}\right)\Delta n+L\left(\frac{\partial\beta}{\partial a}\right)\Delta a \tag{55.8}$$

式中:第一项表示传感光纤长度变化引起的相位差;第二项为传感光纤折射率变化引起的相位差;第三项为传感光纤芯径变化引起的相位差,由于其值相对很小,可以忽略不计.

式(55.8)可近似为

$$\Delta\Phi=\beta L\left(\frac{\Delta L}{L}\right)+L\left(\frac{\partial\beta}{\partial n}\right)\Delta n=\beta L\left(\frac{\Delta L}{L}\right)+L\Delta\beta \tag{55.9}$$

或

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi}=\frac{\Delta L}{L}+\frac{\Delta\beta}{\beta}=\frac{\Delta L}{L}+\frac{\Delta n}{n} \tag{55.10}$$

设温度变化为 ΔT,相位随温度变化,即光纤的温度灵敏度为

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi\Delta T}=\left(\frac{\Delta L}{\Delta T}\right)\frac{1}{L}+\left(\frac{\Delta n}{\Delta T}\right)\frac{1}{n} \tag{55.11}$$

根据单模光纤的各个特征参数(见《光纤测量与传感技术》P176)算出的光纤温度灵敏度如下

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi\Delta T}=7.4\times10^{-6}\mathrm{K}^{-1} \quad \text{(裸光纤)}$$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi\Delta T}=1.64\times10^{-5}\mathrm{K}^{-1} \quad \text{(护套光纤)}$$

其中:

$$\frac{1}{n}\frac{\Delta n}{\Delta T}=6.8\times10^{-6}\mathrm{K}^{-1},\left(\frac{\Delta L}{\Delta T}\right)\frac{1}{L}=5.5\times10^{-7}\mathrm{K}^{-1} \quad \text{(裸光纤)}$$

可见 $\left(\frac{\Delta L}{\Delta T}\right)\frac{1}{L}$ 相对 $\frac{1}{n}\frac{\Delta n}{\Delta T}$ 很小,对于石英光纤,由于热膨胀系数很小,相位的改变主要由折射率变化引起.

【实验内容】

图 55－4 所示是温度传感实验的马赫－曾德尔光纤干涉仪光路,包括 He－Ne 激光器、分束镜、两个显微物镜、两个光纤固定调节架、两根单模光纤(其中一根作参考臂,另一根作测量臂)、干涉条纹计数装置(或光屏)和加热装置.由 He－Ne 激光器发出的激光光束经分束镜分别注入长度相同的两根单模光纤,把两根光纤的输出端平行并排一起,则从光纤出射的两束光在空间产生相干,用光屏可观察到平行的干涉条纹,并可使用 CCD 图像传感器替代光屏观测干涉条纹,将 CCD 的图像信号输入计算机,通过计算机软件处理 CCD 图像传感器的图像,记录温度变化引起的干涉条纹移动的数目,即可实现条纹的自动检测.

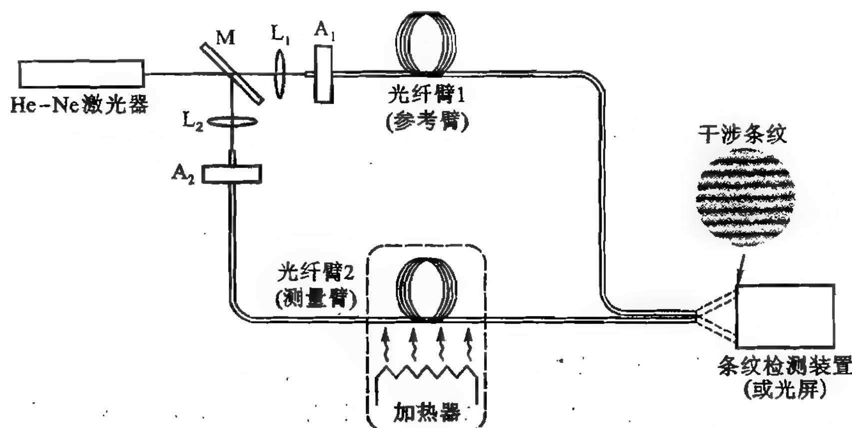


图 55-4 马赫-曾德尔光纤干涉仪温度传感实验光路
M 为分束镜,L_1、L_2 为显微镜物镜,A_1、A_2 为光纤调节架

(1) 根据马赫-曾德尔光纤干涉仪实验光路安排光学元件,用专用的光纤切割刀解理两根光纤的各个端面,两根光纤的一端分别装入光纤固定架中,光纤的端面露出固定架 2 mm 左右,并将固定架安放到光纤调节架 A_1、A_2 上,将两根光纤的另一端并排固定在一起,正对方向上放置一光屏或 CCD 图像传感器.

(2) 调节光路上各元件的位置,使 He-Ne 激光器出射的激光束会聚在调节架的光纤端面上,通过观测光纤 1、光纤 2 输出端的光强,仔细调节五维光纤调节架 A_1、A_2 位置和倾角,使注入光纤 1、光纤 2 激光光强最大且大致相等,并使光纤 1、光纤 2 输出端输出的光束产生干涉.

(3) 将数字温度计的温度传感器探头和光纤 2(测量臂)上一定长度的光纤放入加热装置中,根据实验的安排决定是否剥除测量部分光纤的涂敷层,光纤干涉仪的两根光纤应固定在刚性的物体上.在光屏或监视器上观察到清晰、稳定的平行干涉条纹.

(4) 用加热器缓慢给光纤 2(测量臂)升温,温度每改变 2.0 ℃,将数字温度计上的指示温度和相应 $\Delta\Phi$ 变化的干涉条纹移动数目记在下表中,测量 $\Delta\Phi - T$ 曲线.若使用光屏观察干涉条纹,肉眼观测条纹移动数目并记录;若使用 CCD 图像传感器,用计算机软件自动记录干涉条纹移动数目,具体操作参照相关的使用说明.

T/℃										
条纹移动数目										
$\Delta\Phi$										

(5) 测量光纤的温度灵敏度$\dfrac{\Delta\Phi}{\Phi\Delta T}$,并与理论估算值比较.

计算 Φ 所用的参数:

光纤的纤芯折射率: $n = 1.458$

He-Ne 激光器: $\lambda = 632.8$ nm

测量臂光纤加温长度：$l=$　　　（自行测量）

【注意事项】

（1）应确保光纤端面的清洁，防止尘埃沾污而造成光耦合效率降低、光强减弱．沾污的光纤须重新解理．

（2）实验使用CCD图像传感器观察和记录干涉条纹时，应减小激光光束的光强，防止因光强过高造成CCD图像传感器因过载而损坏．

（3）光纤应固定在刚性的物体上，以防止悬垂的光纤在实验过程中发生抖动以及额外的弯挠和扭曲，造成光纤内部的应力分布的改变，进而使光纤的折射率及其分布变化．由这种弹光效应所引起的相位变化将影响测量精度和稳定性．

（4）带涂敷层的测量臂光纤实验加热温度应小于60 ℃．

【思考题】

（1）激光相位调制干涉型光纤温度传感器为何要求调节参考臂与测量臂光纤输出端的光强大致相同？

（2）通常情况下为何要求参考臂和测量臂的光纤长度相等？

（3）说明激光相位调制干涉型光纤温度传感器采用单模光纤的原因？

（4）激光相位调制干涉型光纤温度传感器若参考臂与测量臂的光纤长度不同，即非平衡马赫－曾德尔光纤干涉仪，与等臂光纤干涉仪测量时相比，对光源频率稳定性、整个装置要求，有何不同？

【参考文献】

1　陈根祥．光波技术基础．北京：中国铁道出版社，2000
2　廖延彪．光纤光学．北京：清华大学出版社，2000
3　王惠文．光纤传感技术与应用．北京：国防工业出版社，2001
4　孙圣和，王廷云，徐影．光纤测量与传感技术．第二版．哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2002
5　王玉田等．光电子学与光纤传感技术．北京：国防工业出版社，2003

实验五十六

用光学多通道分析器(OMA)研究氢原子光谱

【目的要求】

(1) 测定氢原子巴耳末系发射光谱的波长和氢的里德伯常数;
(2) 了解氢原子能级与光谱的关系,画出氢原子能级图;
(3) 了解光学多通道分析器的原理和使用.

【仪器用具】

氢灯,汞灯,透镜,光学多通道分析器.

【实验原理】

光谱是研究物质微观结构的重要手段,它广泛地应用于化学分析、医药、生物、地质、冶金和考古等部门.常用的光谱有吸收光谱、发射光谱和散射光谱,涉及的波段从X射线、紫外光、可见光、红外光到微波和射频波段.本实验通过测量氢原子在可见光波段的发射光谱使大家了解光谱与微观结构(能级)间的联系和光谱测量的基本方法.

(一) 氢原子光谱

图56-1是氢原子的能级图.根据玻尔理论,氢原子的能级公式为

$$E(n) = -\frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} \quad n=1,2,3,\cdots \tag{56.1}$$

式中 $\mu = m_e/(1+m_e/m_N)$ 称为约化质量,m_e 为电子质量,m_N 为原子核质量.氢原子的 m_N/m_e 等于1 836.15.

电子从高能级跃迁到低能级时,发射的光子能量 $h\nu$ 为两能级间的能量差

$$h\nu = E(m) - E(n) \quad m>n \tag{56.2}$$

如以波数 $\sigma = 1/\lambda$ 表示,则上式为

$$\sigma = \frac{E(m)-E(n)}{hc} = T(n) - T(m) = R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) \tag{56.3}$$

式中:R_H 称为氢原子的里德伯常数,m^{-1};$T(n)$ 称为光谱项,它与能级 $E(n)$ 是对应的.

从 R_H 可得氢原子各能级的能量

$$E(n) = -R_H ch\,\frac{1}{n^2} \tag{56.4}$$

式中:$h = 4.135\,67\times10^{-15}\,\mathrm{eV\cdot s}$,$c = 2.997\,92\times10^{8}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

从图56-1可知,从 $m\geqslant3$ 至 $n=2$ 的跃迁,光子波长位于可见光区,其光谱符合规律

$$\sigma = R_H\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right) \quad m=3,4,5,\cdots \tag{56.5}$$

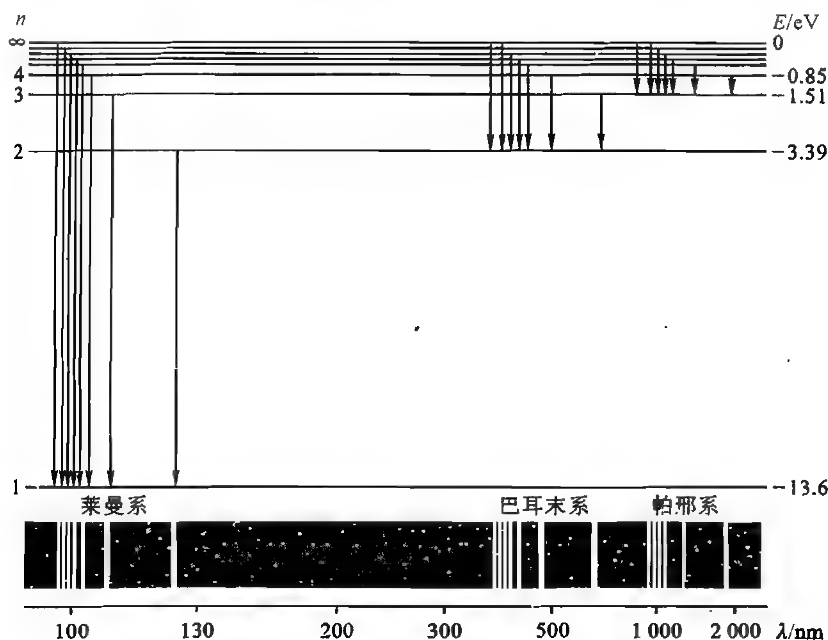


图 56－1　氢原子的能级图

这就是 1885 年巴耳末发现并总结的经验规律，称为巴耳末系．氢原子的莱曼系位于紫外，其他线系均位于红外．

（二）光学多通道分析器

光学多通道分析器(optical multichannel analyzer，OMA)是利用现代电子技术接收和处理某一波长范围($\lambda_1 \sim \lambda_2$)内光谱信息的光学多通道检测系统，其基本框图如图 56－2 所示．

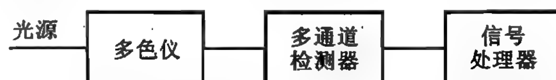


图 56－2　OMA 框图

入射光被多色仪色散后在其出射窗口形成 $\lambda_1 \sim \lambda_2$ 的谱带．位于出射窗口处的多通道光电探测器将谱带的强度分布转变为电荷强弱的分布，由信号处理系统扫描、读出、经 A/D 变换后存贮并显示在计算机上．

OMA 的优点是所有的像元（N 个）同时曝光，整个光谱可同时取得，比一般的单通道光谱系统检测同一段光谱的总时间快 N 倍．在采集一段光谱的过程中不需要谱仪进行机械扫描，不存在由于机械系统引起的波长不重复的误差；减少了光源强度不稳定引起的谱线相对强度误差；可测量光谱变化的动态过程．

多色仪及光源部分的光路见图 56－3．光源 S 经透镜 L 成像于多色仪的入射狭缝 S_1，入射光

经平面反射镜 M_1 转向 90°，经球面镜 M_2 反射后成为平行光射向光栅 G. 衍射光经球面镜 M_3 和平面镜 M_4 成像于观察屏 P. 由于各波长光的衍射角不同，在 P 处形成以某一波长 λ_0 为中心的一条光谱带，使用者可在 P 上直观地观察到光谱特征. 转动光栅 G 可改变中心波长，整条谱带也随之移动. 多色仪上有显示中心波长 λ_0 的波长计. 转开平面镜 M_4 可使 M_3 直接成像于光电探测器 CCD 上，它测量的谱段与观察屏 P 上看到的完全一致.

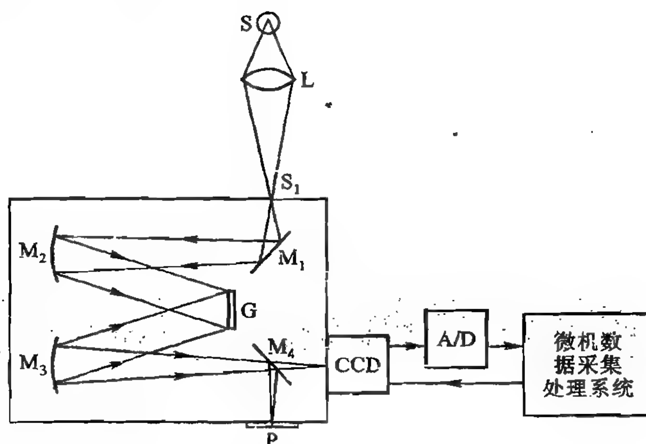


图 56 - 3　OMA 光路图

CCD 是电荷耦合器件(charge-coupled device)的简称，是一种以电荷量表示光强大小，用耦合方式传输电荷量的器件，它具有自扫描、光谱范围宽、动态范围大、体积小、功耗低、寿命长、可靠性高等优点. 将 CCD 一维线阵放在光谱面上，一次曝光就可获得整个光谱. 目前，二维面阵 CCD 已大量用于摄像机和数字照相机.

CCD 的结构如图 56 - 4 所示，衬底是 P 型 Si，硅表面是一层二氧化硅薄膜，膜上是一层金属作电极，这样硅和金属之间形成一个小电容. 如果金属电极置于高电位，在金属界面积累了一层正电荷，P 型半导体中带正电荷的空穴被排斥，只剩下不能移动的带负电荷的受主杂质离子，形成一耗尽层，受主杂质离子因不能自由移动对导电作用没有任何贡献. 在耗尽区内或附近，由于光子的作用产生电子空穴对，电子被吸引到半导体与 SiO_2 绝缘体的界面形成电荷包，这些电子是可以传导的. 电荷包中电子的数目与入射光强和曝光时间成正比，很多排列整齐的 CCD 像元组成一维或二维 CCD 陈列，曝光后一帧光强分布图将成为一帧电荷分布图.

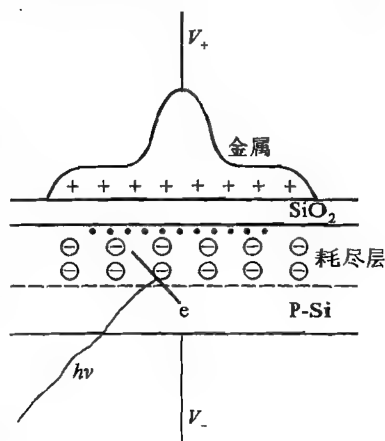


图 56 - 4　CCD 示意图

我们采用的是具有 2 048 个像元的 CCD 一维线阵，其光谱响应范围为 200～1 000 nm，响应峰值在 550 nm，动态范围大于 2^{10}. 每个像元的尺寸为 14 μm × 14 μm，像元中心距为

14 μm,像敏区总长为 28.672 mm.多色仪中 M_2,M_3 的焦距为 302 mm,光栅常数为 1/600 mm,在可见光区的线色散 $\Delta\lambda/\Delta l$(光谱面上单位宽度对应的波长范围)约为 5.55 nm/mm,由此可知 CCD 一次测量的光谱范围为 5.55×28.67 约为 159 nm.光谱分辨率即两个像元之间波长相差约 0.077 nm.在 OMA 中每个像元称为一"道",本实验的系统是 2 048 道 OMA.

每次采样(曝光)后每个像元内的电荷在时钟脉冲的控制下顺序输出,经放大、模数(A/D)转换,将电荷量即光强顺序存入采集系统(微机)的寄存器,经微机处理后,在显示器上就可看到我们熟悉的光谱图.移动光谱图上的光标,屏上即显示出光标所处的道数和相对光强值.

使用者可通过屏幕提示来操作采集系统,一般操作界面主窗口下包括的菜单项有:

(1) 文件:主要提供文件打开/关闭、结果打印和程序退出等功能.

(2) 运行:主要包含一些数据采集子菜单项,如实时采集、背景采集和改变起始波长等.

(3) 数据处理:主要提供对采集到的光谱数据进行操作处理的功能,如定标、平滑、扩展、数据读取和两谱图的加减等.定标就是用光标从光谱中找出各已知波长的谱峰所处的道数,并输入相应的波长值,计算机用最小二乘法拟合道与波长的关系,拟合后横坐标由原来的道数标度变为波长标度.

(4) 设置:用来修改 CCD 的工作参数和显示模式,如曝光时间、平均次数、累加次数和显示范围等.增加曝光时间、平均次数和累加次数可增加信噪比和提高弱峰的计数,但设置曝光时间时要考虑 CCD 动态范围的限制.

(5) 帮助:提供在线帮助.

其他详细说明见仪器说明书.

【实验内容】

由于 H_α 线的波长为 656.28 nm,H_δ 线为 410.17 nm,波长间隔达 246 nm,超过 CCD 一帧 159 nm 的范围,所以要分两次测量.第一次测量 H_β,H_γ 和 H_δ 三条线,第二次单独测量 H_α 线.第一次测量时用 Hg 灯的 546.07 nm(绿光)、435.84 nm(蓝光)、404.66 nm(紫光)等谱线作为标准谱线来定标;第二次用 Hg 灯的 546.07 nm,576.96 nm(黄光),579.07 nm(黄光)及三条紫外光的二级光谱线 312.567×2=625.13 nm、313.17×2=626.34 nm 和 334.17×2=668.34 nm 来定标.

实验步骤:

(1) 将多色仪起始波长调到 390 nm,入射狭缝 S_1 的宽度为 0.1 mm.

(2) 用笔形汞灯作光源,调节 L,S 与多色仪共轴,并令光源 S 成大像于入射狭缝处,这时在多色仪的观察屏 P 上观察到清晰、明亮的水银谱线.

(3) 转动 M_4,使光谱照到 CCD 上.调节入射狭缝,使谱线变锐,选择适当的曝光时间以获得清晰、尖锐的谱图.由于谱线强度不同,对不同的谱线可选用不同的曝光时间.

(4) 用水银的几条标准谱线定标,使横坐标表示波长(nm).

(5) 改用氢灯,转动 M_4,使谱线成像在观察屏 P 上,调节氢灯的位置,使谱线强度为最强.

(6) 转动 M_4,测量 H_β,H_γ,H_δ 的波长.

(7) 将多色仪的起始波长调至 540 nm,用 Hg 灯定标后,测出 H_α 线的波长.

(8) 列表,如表 56-1 所示.

表 56-1 OMA 研究氢原子光谱实验记录

谱线	H_α	H_β	H_γ	H_δ
m				
λ/nm				
σ/m^{-1}				
$-1/m^2$				

(9) 根据式(56.3)用线性拟合求出 R_H.

(10) 根据式(56.4)画出 $n=1,\cdots,6$ 及 n 为∞的能级图,单位用 eV,小数后取 2 位.并标出 H_α,H_β,H_γ,H_δ 各线是对应哪两个能级的跃迁.

【附录】

直线拟合公式

对 $y=a+bx$ 共有 n 次测量数组(x_i,y_i),则

$$a=\overline{y}-b\overline{x}, \qquad b=\frac{\overline{xy}-\overline{x}\cdot\overline{y}}{\overline{x^2}-(\overline{x})^2}$$

相关系数为

$$r=\frac{\overline{xy}-\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sqrt{[\overline{x^2}-(\overline{x})^2][\overline{y^2}-(\overline{y})^2]}}$$

实验五十七

用β粒子验证狭义相对论的动量－动能关系

【目的要求】

(1) 用高速电子——β粒子验证狭义相对论的动量－动能关系；

(2) 学习β磁谱仪的原理和闪烁探头、多道分析器的使用.

【仪器用具】

β磁谱仪，闪烁探头，微机多道分析器，Sr－Y β源，^{137}Cs 和 ^{60}Co γ源.

【实验原理】

经典力学总结了低速运动物体的运动规律，它反映了牛顿的绝对时空观.绝对时空观认为时间和空间是两个独立的观念，彼此之间没有联系，它们分别具有绝对性.绝对时空中的时间和空间的度量与惯性参考系的运动状态无关.同一物体在不同惯性参考系中观察到的运动学量（如坐标、速度）可通过伽利略变换而相互联系.在不同的惯性参考系中虽然其运动学量不同，但其动力学量（如加速度、质量）都是相同的.一切力学定律（如牛顿定律和守恒定律）的表达式在所有的惯性系中也是一样的；这就是力学相对性原理：一切力学规律在伽利略变换下是不变的.

19世纪末至20世纪初，人们试图将伽利略变换和力学相对性原理推广到电磁学和光学时遇到了困难.实验证明对高速运动物体的伽利略变换是不正确的.实验还证明在所有惯性参考系中，光在真空中的传播速度均为同一常数.在此基础上，爱因斯坦于1905年提出了狭义相对论.狭义相对论基于以下两个假设：

(1) 所有物理定律在所有惯性参考系中均有完全相同的形式——爱因斯坦相对性原理；

(2) 在所有惯性参考系中光在真空中的速度恒定为 c，与光源和参考系的运动无关——光速不变原理.

在狭义相对论中惯性系间的变换服从洛伦兹变换.狭义相对论将仅局限于力学的伽利略相对性原理推广到包括电磁学和光学的整个物理学.

狭义相对论已为大量的实验所证实，并应用于近代物理的各个领域.粒子物理更离不了狭义相对论，它是设计所有粒子加速器的基础.本实验通过同时测量速度接近光速 c 的高速电子的动量和动能来证明狭义相对论的正确性.并学习β磁谱仪的测量原理及其他核物理的实验方法和技术.

(一) 狭义相对论的动量－动能关系

对静止质量为 m_0、速度为 v 的物体，狭义相对论定义的动量为

$$\boldsymbol{p}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\boldsymbol{v}=m\boldsymbol{v} \tag{57.1}$$

式中：$m = m_0/\sqrt{1-\beta^2}$，$\beta = v/c$.

式(57.1)所定义的相对论动量与经典力学定义的形式完全一致，均为质量与速度的乘积，但相对论定义的质量 m 与速度 v 有关.

相对论的能量为

$$E = mc^2 \tag{57.2}$$

这就是著名的质能关系，mc^2 是运动物体的总能量，当物体静止时，$v=0$，物体的能量为 m_0c^2，称为静止能量.两者之差为物体的动能 E_k，即

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) \tag{57.3}$$

当 $\beta \ll 1$ 时，$1/\sqrt{1-\beta^2}$ 可展开为

$$E_k = m_0c^2\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \cdots\right) - m_0c^2 \approx \frac{1}{2}m_0v^2 = \frac{p^2}{2m_0} \tag{57.4}$$

即经典力学中的动量－能量关系.

由式(57.1)和(57.2)可得

$$E^2 - c^2p^2 = E_0^2 \tag{57.5}$$

这就是狭义相对论的动量与能量关系.而动能与动量的关系为

$$E_k = E - E_0 = (c^2p^2 + m_0^2c^4)^{1/2} - m_0c^2 \tag{57.6}$$

这就是我们要验证的狭义相对论的动量与动能关系.对高速电子其关系如图57－1所示.图 57－1 中 pc 用 MeV 作单位，电子的 $m_0c^2 = 0.511$ MeV.式(57.4)可化为

$$E_k = \frac{1}{2}\frac{(pc)^2}{m_0c^2} = \frac{(pc)^2}{2\times 0.511}$$

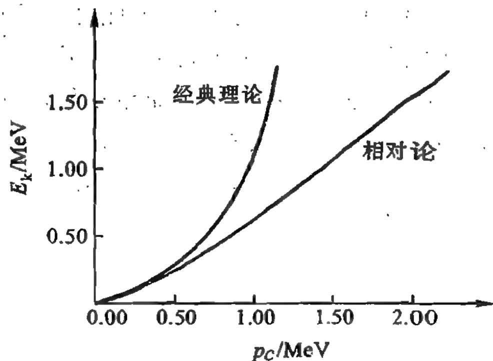


图 57－1 经典力学与狭义相对论的电子动量－动能关系

(二) β 磁谱仪的原理

由 β 粒子的荷质比可知 β 粒子是高速运动的电子，其速度与 β 粒子的能量(或动量)有关，高能 β 粒子的速度可接近光速，如 $pc = 1$ MeV 时 $v = 0.89c$，$pc = 2$ MeV 时 $v = 0.97c$.我们使用的 ^{90}Sr－^{90}Y源在 0～2.27 MeV 的范围内形成一个连续的 β 谱，其强度随动能的增加而减弱，如图 57－2 所示.

图 57－3 为半圆形 β 磁谱仪的示意图.β 源射出的高速 β 粒子经准直后垂直射入一均匀磁场中，粒子因受到与运动方向垂直的洛伦兹力的作用而做圆周运动.其运动方程为

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = e\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \tag{57.7}$$

式中：e 为电子电荷；$\boldsymbol{v}$ 为粒子速度；$\boldsymbol{B}$ 为磁场的磁感应强度.

由式(57.1)可知 $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$，因 v 是常数，故

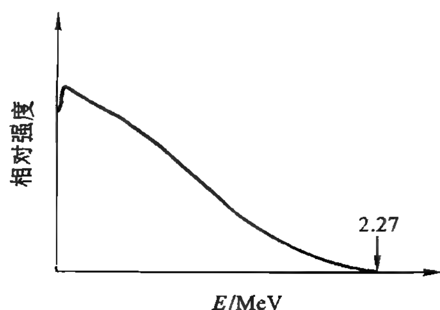


图 57－2　$^{90}Sr-^{90}Y$ 的β能谱

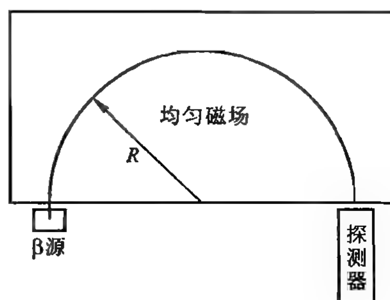


图 57－3　半圆形β磁谱仪示意图

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}=m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt},\qquad \left|\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}\right|=\frac{v^2}{R}$$

所以
$$p=eBR \tag{57.8}$$

式中：R 为β粒子轨道的半径，为源与探测器间距的一半. 移动探测器即改变 R，可得到不同动量 p 的β粒子，其动量值可由式(57.8)算出. 如 B 以 T(特斯拉)为单位，R 以 m(米)为单位，e 取 1，则 p 的单位为 MeV/c，c 为光速. 如果采用能测量β粒子能量的探测器(如闪烁探测器、Si(Li)探测器)则可直接测出β粒子的能量.

【实验装置】

实验装置如图 57－4 所示. 均匀磁场中置一真空盒，用一机械真空泵使盒中气压降到 1～0.1 Pa，目的是提高电子的平均自由程以减少电子与空气分子的碰撞. 真空盒面对放射源和探测器的一面是用极薄的高强度有机塑料薄膜密封的，β粒子穿过薄膜时所损失的能量可根据表 57－1 来修正.

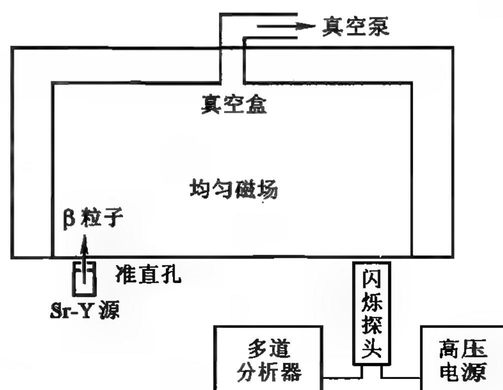


图 57－4　实验装置图

$^{90}Sr-^{90}Y$ 源经准直后垂直射入真空室. 探测器是掺 Tl 的 NaI 闪烁计数器. 闪烁体前有一厚度约 200 μm的 Al 窗用来保护 NaI 晶体和光电倍增管. β粒子穿过 Al 窗后将损失部分能量，其数值与膜厚和入射的β粒子动能有关. 表 57－2 为入射动能为 $E_{k,i}$的β粒子穿过200 μm厚 Al 窗后的动能 $E_{k,t}$之间的关系表，单位为 MeV. 实验中可按表 57－2 用线性内插的方法从粒子穿过 Al 窗后的动能 $E_{k,t}$算出粒子的入射动能 $E_{k,i}$.

表 57－1　β粒子通过有机薄膜前后能量(分别为 E_1，E_2)关系

E_1/MeV	0.382	0.581	0.777	0.973	1.173	1.367	1.567	1.752
E_2/MeV	0.365	0.571	0.770	0.966	1.166	1.360	1.557	1.742

表 57－2 β 粒子的入射动能 $E_{k,i}$ 与透射动能 $E_{k,t}$ 的关系(200 μm Al)

$E_{k,i}$	$E_{k,t}$	$E_{k,i}$	$E_{k,t}$	$E_{k,i}$	$E_{k,t}$	$E_{k,i}$	$E_{k,t}$	$E_{k,i}$	$E_{k,t}$	$E_{k,i}$	$E_{k,t}$
0.317	0.200	0.595	0.500	0.887	0.800	1.184	1.100	1.489	1.400	1.789	1.700
0.404	0.300	0.690	0.600	0.988	0.900	1.286	1.200	1.583	1.500	1.889	1.800
0.497	0.400	0.790	0.700	1.090	1.000	1.383	1.300	1.686	1.600	1.991	1.900

探头可左右移动，以接收不同动量(动能)的 β 粒子.

光电倍增管的电压由高压电源提供.光电倍增管接收的信号送多道分析器.多道分析器采用脉冲幅度分析(PHA)的工作模式，它的道数 n 与输入脉冲的幅度 U 成正比，而脉冲幅度 U 又与入射粒子的动能 E_i 成正比，故 β 粒子的动能 E_i 与多道分析器的道数 n 成正比.图 57－5 为用多道分析器测出的 ^{137}Cs 的能谱，其横坐标是通道数 n，纵坐标是计数值(代表强度)N.其主峰位于 n_0，称为全能光电峰，n_0 的值与入射粒子的能量 E 以及光电倍增管的高压值 U_H 和电路的放大倍数 K 有关.调节 U_H 和 K 均可改变 ^{137}Cs 光电峰的位置 n_0.只有 U_H，K 不变的情况下，n_0 才惟一与入射粒子的能量成正比.为确定入射粒子的动能 E_i 与道数 n 的定量关系，可用几个已知能量的放射源来标定两者的比例系数 b 和零道所对应的能量 a，即

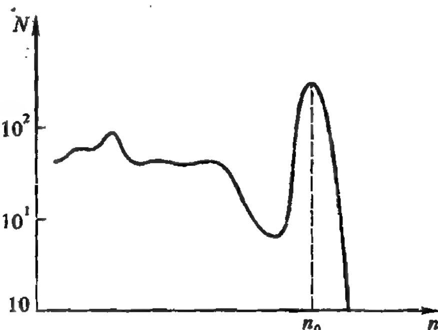


图 57－5 多道分析器上的 ^{137}Cs 能谱

$$E_i = a + bn \tag{57.9}$$

常用的标准源有 ^{137}Cs γ 射线的 0.184 MeV 的背散射峰和 0.662 MeV 的光电峰，^{60}Co γ 射线的 1.173 和 1.333 MeV 的光电峰.

为了准确地定出峰位，还必须增加纵坐标 N 的数值.由于核衰变是随机过程，粒子在闪烁体内的碰撞发光也是随机过程，均有统计涨落.实际的能谱曲线并不似图 57－5 那样光滑圆润，而是一条趋势与图 57－5 一致、各相邻点有起伏的折线.这种涨落服从泊松分布，如某一点的计数值为 N，其统计涨落的误差为 $\sqrt{N}$，相对误差为 $1/\sqrt{N}$.因而要减小峰位的判断误差必须增加计数值 N，如 $N=1\,000$ 时，涨落为 3%，$N=10\,000$ 时涨落为 1%.

【实验内容】

(1) 闪烁计数器能量定标.用上述 ^{137}Cs 和 ^{60}Co 的 4 个峰，对多道分析器定标.用线性拟合的方法求出式(57.9)中的 a，b 以及相关系数 γ.计算方法见实验五十六“用光学多通道分析器(OMA)研究氢原子光谱”.

(2) 移动探测器测定 β 能谱的峰位，并记录相应的源与探测器的间距 $2R$.由于接收器缝宽为 3 mm，而指针位于缝的右侧，因此测量 R 时应对此进行修正.

(3) 根据能量定标公式及 β 能谱峰位算出 β 粒子的动能.计算时需对 Al 膜和塑料膜引起的

能量损失进行修正.

(4) 用式(57.8)算出β粒子的动量值.若动量取 pc(单位:MeV),$e=1$,B(单位:T),R(单位:cm),则 $pc=3BR$.

(5) 在动量(用 pc 表示)、动能(MeV)关系图上标出实测数据点.在同一图上画出经典力学与相对论的理论曲线,pc(相对论)$=[(E_i+0.511)^2-0.511^2]^{1/2}$,$pc$(经典)$=(1.022E_i)^{1/2}$,式中 E_i 以 MeV 为单位,pc 的单位也是 MeV.

(6) 根据式(57.3)计算β粒子的速度(v/c).

(7) 实验结果分析.

选做内容:若在测β能谱时不抽真空,在大气中测量上述的动量-动能关系,并分析实验结果.

【注意事项】

(1) 装置的有机玻璃防护罩打开前应首先关闭β源.测量中应始终罩上防护罩以防止β源的辐照.定标时才打开γ源的铅盖,定标结束及时将铅盖盖上.

(2) 应防止β源强烈振动,以免损坏它的密封薄膜.

(3) 仪器使用前应开机预热 20 min.

(4) 搬动真空盒时应格外小心,以防损坏它的密封薄膜.

实验五十八

微波的布拉格衍射

【目的要求】

(1) 了解并学习微波器件的使用;

(2) 了解布拉格衍射原理,利用微波在模拟晶体上的衍射验证布拉格公式.

【仪器用具】

微波分光仪,模拟晶体,单缝,反射板(两块),分束板.

【实验原理】

微波是波长在 1 mm～1 m 范围的电磁波,它和其他电磁波如光波、X 射线一样,在均匀介质中沿直线传播,而且都存在反射、折射、干涉、衍射和偏振等现象.

微波通常由能够使电子产生高频集体振荡的器件(如速调管或固态微波信号发生器等)产生.微波的检测可用检波二极管将微波信号转变为直流信号并直接由电表指示.由于微波的波长与测量、传输设备的线度有相同的数量级,传统的电阻、电容、电感等元件由于辐射效应和趋肤效应都不再适用,必须用专门设计的微波元件如波导管、波导元件、谐振腔等来代替.这些专门设计的波导器件用来传输和储存特定波长范围和偏振特性一定的微波.

本实验的重点是观察微波照射到人工制作的晶体模型时的衍射现象,用来模拟 X 射线在真实晶体上的衍射现象,并验证布拉格衍射公式.为了加深对微波干涉、衍射现象的了解,我们还安排了微波的单缝衍射和迈克尔孙干涉两个实验.

(一) 晶体的布拉格衍射

1. 晶体结构

组成晶体的原子或分子按一定规律在空间周期性排列.其中最简单的结构,是组成晶体的原子在直角坐标中沿 x,y,z 三个方向,按固定的距离 a 在空间依序重复排列,形成简单的立方点阵,如图 58-1 所示,原子间距 a 称为晶格常数.

组成晶体的原子可以看成分别处在一系列相互平行而且间距一定的平面族上.这些平面称为晶面.当然,晶面有许多种不同的取法,其中最重要也是最常用的有三种,如图 58-2 所示,这些晶面分别称为(100)面、(110)面和(111)面,圆括号中的三个数字称为晶面的晶面指数.其中(100)面的法线指向坐标轴方向,相邻两个(100)面的间距等于晶格常数 a;(110)面的法线沿坐标平面中正方形的对角线方向,相邻两个(110)面的间距为 $a/\sqrt{2}$;(111)面的法线沿正立方体的体对角线方向,相邻两个(111)面的间距为 $a/\sqrt{3}$.当然,还有许许多多更复杂的取法形成其他取向的晶面族,一般而言,晶面指数为($n_1 n_2 n_3$)的晶面族,其相邻的两个晶面的间距为

$$d = a/\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}$$

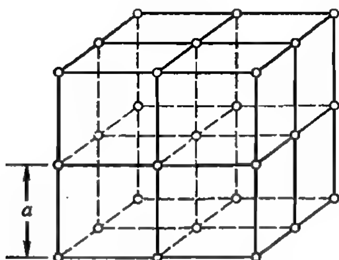


图 58－1 立方晶格

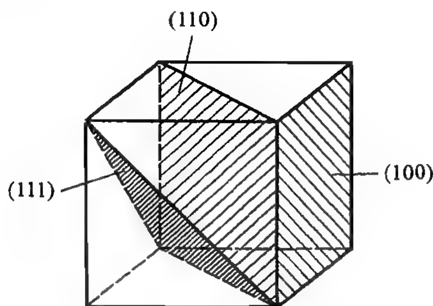


图 58－2 晶面指数

2. 布拉格衍射

如同光波入射到二维的平面光栅要受到光栅的衍射，电磁波入射到晶体也要受到晶体的衍射. 二维光栅对光的衍射实质是平面上各个小孔的衍射波相干叠加的结果. 如今，取代平面上小孔的是三维空间中原子组成的格点，可看作是一个三维的光栅网格. 晶体对电磁波衍射的实质是每个格点上的原子产生的散射波的相干叠加. 它们的相干叠加的第一步可看作是同一晶面上各个原子发出的散射波的相干叠加，形成每一个晶面的衍射波；第二步是同一晶面族的不同晶面的衍射波之间的相干叠加.

处在同一晶面上的原子组成一个镜面，它们的散射波相干叠加的结果遵从反射定律，反射角等于入射角，如图 58－3 所示；而从间距为 d 的相邻两个晶面反射的两束波的程差为 $2d\sin\theta$，θ 为入射波与晶面的夹角. 显然，只有满足

$$2d\sin\theta = k\lambda \quad k = 1,2,3,\cdots \tag{58.1}$$

时，才能形成干涉极大. 方程(58.1)称为晶体衍射的布拉格条件，如果改用通常习惯使用的入射角 β 表示，布拉格条件可写为

$$2d\cos\beta = k\lambda \quad k = 1,2,3,\cdots \tag{58.2}$$

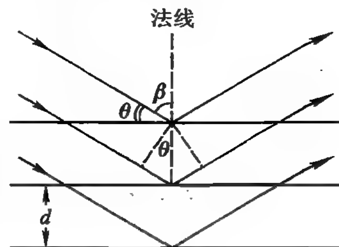


图 58－3 反射定律

布拉格条件给出观察到衍射极大的入射角与衍射角方向. 如果布拉格条件得到满足，每一个晶面族在特定方向产生一个衍射极大，从实验上测得衍射极大的方向角 β，并且知道波长 λ，从布拉格条件可求出晶面间距 d，通过进一步分析可以确定晶格常数 a. 反之，若已知晶格常数 a，可求出波长 λ.

实际晶体的晶格常数为 10^{-10} m 数量级，为了观察到晶体对电磁波的衍射，晶格常数与电磁波的波长必须是同一数量级，这正是 X 射线的波长范围，因此通常用 X 射线在晶体上的衍射来研究晶体的结构. 由于 X 射线衍射仪价格昂贵，实际晶体衍射结果的分析处理也比较复杂，因此本实验用比较简单而且直观的晶体模型代替看不见的实际晶体的复杂结构，用比较便宜的微波分光仪代替昂贵的 X 射线衍射仪模拟晶体对 X 射线的衍射，学习 X 射线衍射的原理和方法.

由于不同晶面族的取向不同，晶面间距也不同，因此当入射波的方向及波长固定、晶体的取向也固定时，不同取向的晶面不能同时满足布拉格条件，甚至没有一族晶面能够满足布拉格条

件. 为了观测到尽可能多的衍射极大,得到尽可能多的关于晶体结构的信息,在研究晶体结构的实际工作中,采用几种不同的办法:转动晶体、采用多晶或粉末样品(二者都包含大量取向不同的微小晶体)代替单晶、采用包含波长连续变化的 X 射线代替波长单一的 X 射线. 在我们的模拟实验中使用入射方向固定、波长单一的微波以及单晶模型,从而采用转动晶体模型和接收喇叭的方法,类似布拉格父子当初(1913 年)采用的方法.

(二) 单缝衍射

和光波的衍射一样,一束微波入射到一个宽度 a 和波长 λ 可以比拟的狭缝时要发生衍射. 沿 θ 方向衍射的微波强度为

$$I_\theta = (I_0 \sin^2 u)/u^2 \tag{58.3}$$

其中

$$u = (\pi a \sin\theta)/\lambda \tag{58.4}$$

衍射波的强度分布如图 58-4 所示,中央部分衍射最强,在 $\theta = \arcsin(k\lambda/a)$ ($k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots$)处衍射强度为零. 测量衍射强度的分布,求出中央两侧第一个衍射强度为零处所对应的角度 θ_1,利用公式

$$\lambda = a\sin\theta_1 \tag{58.5}$$

可求出微波的波长.

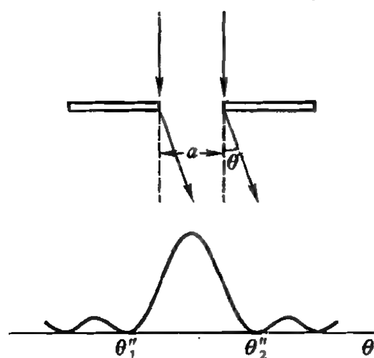


图 58-4 单缝衍射

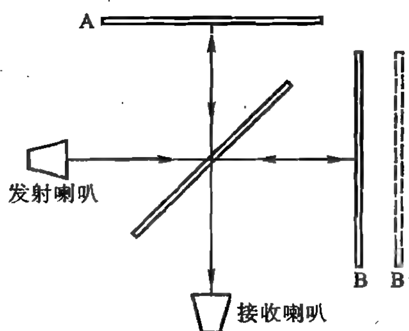


图 58-5 微波迈克尔孙干涉

(三) 迈克尔孙干涉实验

微波的迈克尔孙干涉实验装置如图 58-5 所示,在微波前进方向上放置一个与传播方向成 45°角的半透射半反射的分束板,将入射波分成一束向板 A、一束向板 B 方向传播的两列波. 由于 A,B 板的全反射作用,两列波又经分束板会合到接收喇叭处并发生干涉. 当两列波的相位差为 $2k\pi$($k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots$)时,干涉信号的强度最大,当相位差为 $(2k+1)\pi$ 时,则干涉信号的强度最小. 如果 A 板固定,B 板可前后移动,当 B 移动过程中接收信号相继从一次极小变到另一次极小时,则 B 移动过的距离为 $\lambda/2$,测量 B 移动过的距离即可求出微波的波长.

【实验装置】

本实验的实验装置是一台类似于分光计的微波分光仪,它由发射臂、接收臂和刻有角度(刻

度值为 0° - 180° - 0°)的载物台组成,如图 58 - 6 所示.其中载物台和接收臂可分别绕分光仪中心轴线转动,发射臂和接收臂分别带有指针指示它们的取向.

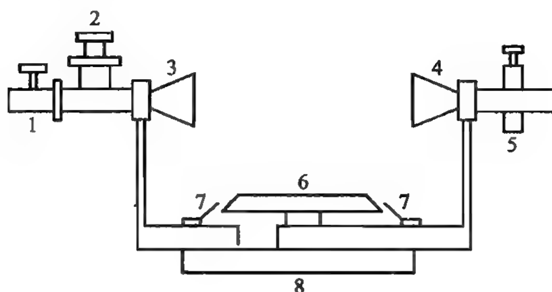


图 58 - 6　微波分光仪

1. 固态微波振荡器　2. 衰减器　3. 发射喇叭　4. 接收喇叭　5. 检波二极管　6. 载物台　7. 指针　8. 底座

发射臂由一个 3 cm 固态微波振荡器、可变衰减器和发射喇叭组成.其中振荡器放置在微波腔内,波长为 3 cm 左右(其准确数值由各台仪器上标出的振荡器频率 f,利用公式 $\lambda = c/f$ 求出,这里 c 为光速,$c = 299\ 792\ 458$ m/s).振荡器可工作在等幅状态,也可以工作在方波调制状态,本实验采用等幅工作状态;可变衰减器用来改变输出的微波信号的幅度大小,衰减器上刻度盘的指示越大,对微波的衰减越多,输出的信号越小;当发射喇叭的宽边与水平面平行时,发射信号的电矢量的偏振方向在竖直方向.

接收臂由接收喇叭和检波二极管组成,二极管放置在微波腔中并通过短波导管与接收喇叭连接.检波二极管输出的直流信号由电表直接指示.

做单缝衍射实验的单缝或做布拉格衍射实验的模拟晶体可安放在载物台上,并利用载物台上的四个弹簧压片固定在载物台上.迈克尔孙干涉实验单独使用一台公用的微波分光仪,其中反射板 A 和 B 安装在分光仪的底座上,反射板 A 固定,而 B 板的前后位置可通过转动其下的丝杠进行调节并由丝杠上的刻度尺及游标尺读出.半反射半透射板固定在载物台上,它和 A 板、B 板的相对位置已调节好,请不要随意改动.

【实验内容】

1. 验证布拉格衍射公式

简单立方晶体的模型由穿在尼龙绳上的铝球做成,晶格常数 $a = 4.0$ cm.请不要随意挪动小球的位置.小球的位置可用实验室中备有的铁叉进行校准.由已知的晶格常数 a 和微波波长 λ,根据公式(58.2)可以估算出(100)面和(110)面衍射极大的入射角 β(提示:对给定的 a 和 λ,(100)面和(110)面分别能观察到几个衍射极大?),测量并画出这些入射角附近的布拉格衍射(即满足入射角 = 反射角条件)强度随 β 变化的曲线,定出衍射极大的入射角与理论结果进行比较.

实验方法如下:把晶体模型安放在载物台的正中,即晶体模型中心的五个铝球的连线应尽量靠近载物台的中心转轴.模型下方的圆盘上分别标有(100)面和(110)面的法线方向 $N_{(100)}$ 和 $N_{(110)}$,转动模型使(100)面或(110)面的法线与载物台刻度盘的 0°重合,然后用弹簧压片把模型固定在载物台上.改变入射角 β 时,可转动载物台,使发射臂的方向指针所指的角度等于入射角

β,然后转动接收臂.使接收臂的方向指针指在刻度盘0°的另一侧与β值相等的刻度,从而使反射角也等于β,根据电表的指示记下不同β角的衍射强度.β每隔5°测一个点,在衍射极大附近每隔1°或2°增测几个点.注意事先调节好衰减器不要使电表指示超过满度.根据测量结果在坐标纸上画出衍射强度随β的变化.

2. 单缝衍射实验

转动载物台,使其上的180°的刻线与发射臂的指针一致,然后把宽度已调节好的单缝安放在载物台上使单缝所在平面与入射方向垂直,单缝衍射装置的一侧,贴有微波吸收材料,用以减弱衍射波在微波接收器及单缝装置的金属表面发生多次反射而对零级极大衍射强度峰的峰形的影响.利用弹簧压片把单缝的底座固定在载物台上.

转动接收臂使其指针指向载物台的0°刻线,打开振荡器的电源并调节衰减器使接收电表的指示接近满度而略小于满度,记下衰减器和电表的读数.然后转动接收臂,每隔5°记下一次接收信号的大小.为了准确测量波长,要仔细寻找衍射极小的位置.当接收臂已转到衍射极小附近时,可把衰减器转到零的位置,以增大发射信号提高测量的灵敏度.

用坐标纸画出衍射分布曲线,利用测得的左、右两侧的第一个衍射极小位置θ'_1和θ''_1的平均值和公式(58.5),求出微波的波长,与根据公式$\lambda=c/f$算出的数值比较.

*3. 迈克尔孙干涉实验(选做)

利用已调节好的迈克尔孙干涉装置,转动B板下方的丝杠使B板的位置从一端移动到另一端,同时观察电表接收信号的变化并依序记录下出现干涉极小时B板的位置x_n,如下表所示.利用坐标纸作x_n-n图并由斜率求出微波波长与根据公式$\lambda=c/f$算出的数值比较.

n	1	2	3	4
x_n				

实验五十九

X 射线的吸收

【实验目的】

(1) 了解 X 射线的基本性质；
(2) 了解 X 射线检测的基本实验技术；
(3) 理解物质吸收 X 射线的一般规律.

【仪器用具】

德国莱宝公司生产的 X 射线实验装置，NaCl 单晶体，插放吸收片的附件，Al 吸收片.

【实验原理】

1895 年德国物理学家伦琴(W.C.Röntgen)在研究阴极射线时发现，从阴极射线管的阳极会发出一种穿透能力很强的射线.由于当时对该射线的本质还不清楚，伦琴将其命名为 X 射线，后来为纪念其发现者，亦称该射线为伦琴射线.X 射线一被发现就在公众中产生了强烈的反响，但当时还不能很好地理解其物理本质.在 X 射线发现十年后，巴克拉(C.G.Barkla)才在 1905 年和 1909 年分别发现了 X 射线的偏振和标识 X 射线谱；1912 年劳厄等(M.von Laue)观察到了 X 射线透过单晶体后产生的衍射斑点；不久以后，布拉格(W.H.Bragg 和 W.L.Bragg)父子提出了布拉格衍射方程；1913—1914 年莫塞莱(H.G.J.Moseley)发现了联系标识 X 射线波长与原子序数关系的莫塞莱定律.但只有到 1923 年康普顿(A.H.Compton)发现了康普顿散射后，对 X 射线本质才有了全面的认识.现在说到 X 射线，一般是指由于电子运动状态的改变而辐射的波长在 10～0.001 nm范围内的电磁波.

X 射线的发现极大地促进了物理学特别是固体物理学的发展.长期以来，各种 X 射线分析技术在结构、微结构和成分分析中一直占有重要地位.而且，时至今日，以 X 射线为基础的新实验技术还依然不断地被发展出来.X 射线与我们的日常生活也密切相关，它在医学诊断和工业探伤中都起着重要作用.

1. X 射线源

最常用的 X 射线源是 X 射线管，其结构如图 59－1 所示.X 光管的阳极相对于阴极加有高压 U_H，阴极灯丝在通电加热放出的热电子被加速后，轰击阳极就会发出 X 射线.

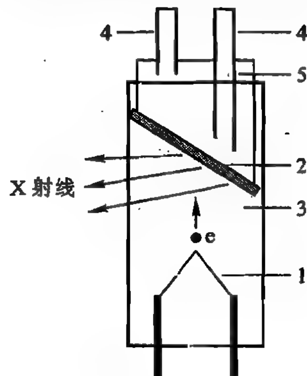


图 59－1　热阴极 X 光管示意图
1. 热阴极　2. 阳极(也称靶)　3. 真空室
4. 水冷出入口　5. 水冷套

通常，X 射线管发出的 X 射线波谱形如图 59－2.其中

隆起的背底为所谓连续谱，是由于电子与阳极撞击时突然减速引起的韧致辐射.连续谱中的最短波长 λ_{min} 由入射电子的动能决定：

$$\lambda_{min}=\frac{ch}{eU_H} \tag{59.1}$$

式中：h 为普朗克常数；c 为真空中的光速；e 为电子电量.

图 59－2 中的锐峰为所谓标识谱(也称特征谱).被加速到足够能量的电子轰击阳极，会将阳极原子的内层电子打出.一个原子失去内层电子后，电子会从外层(高能态)向内层(低能态)跃迁产生辐射.由于这类辐射的频率与原子的能级结构有关，每一种元素都有独特的谱结构，故被称为标识谱.图 59－3 给出了原子的电子能态和所对应的标识谱线示意图.习惯上，按终态的主量子数 $n=1,2,3,\cdots$ 将标识谱分成 K，L，M，…线系，终态主量子数相同但初态主量子数不同的谱线由下标 α、β 等标记.标识 X 射线实际上就是一种波长较短的荧光.波尔理论指出，电子跃迁产生的电磁辐射的频率与初终态主量子数间有如下关系：

$$h\nu=Z^2\frac{2\pi^2 m_0 e^4}{h^2}\left(\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_1^2}\right) \tag{59.2}$$

式中：Z 是原子序数；m_0 是电子质量；n_1 和 n_2 分别是初、末态的主量子数.

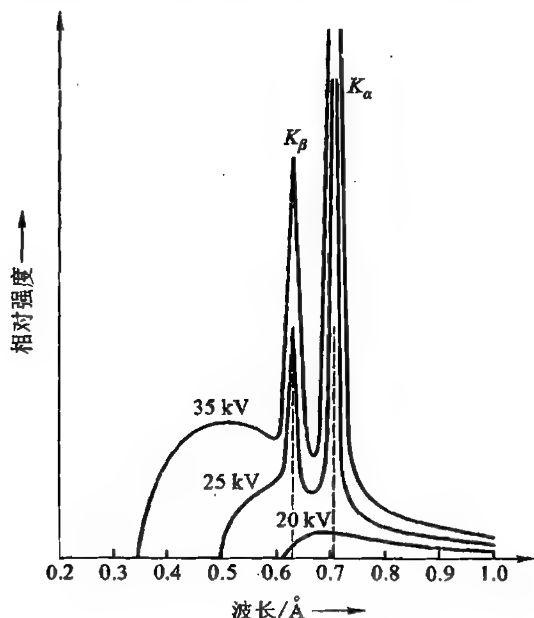


图 59－2 钼靶 X 光管的波谱

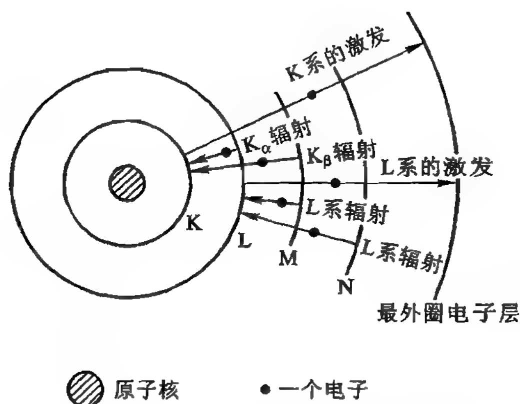


图 59－3 标识 X 射线谱线产生示意图

除采用高能电子轰击阳极外，还有其他一些产生 X 射线的方法，例如，核衰变过程中的电子俘获或内转换过程会使原子的内层电子电离，外层电子退激时亦可发出 X 射线.同步加速器中的电子在磁场中作扭摆运动时也会发出 X 射线，称同步辐射 X 射线.相对于传统的 X 射线源，同步辐射光源具有光通量大、亮度高、频谱宽、光束准直性和偏振性好等优点.

2. 探测器

本实验中采用的是米勒－盖革计数器，简称 M－G 计数器．由 M－G 计数管和定标器（可理解为一计数器）组成．M－G 计数管由一个电离室和两个加有高压的电极构成．X 射线会使电离室中的气体电离，产生的正负离子在电场作用下向两电极加速运动，并通过雪崩效应使大量气体电离，产生一个放电脉冲，脉冲计数率即反映计数器所在位置的 X 射线强度．由于 X 射线只是起了一个点火的作用，M－G 计数管输出的脉冲幅度与 X 射线的能量无关，故只能测量 X 射线的强度而不能测量能量（频率）．现在，实际应用更广泛的是正比计数器、闪烁体探测器和半导体探测器，它们不仅能测量 X 射线的强度还能测量能量．

3．X 射线与物质的相互作用

图 59－4 是 X 射线与物质相互作用的示意图：当一束波长为 λ 的 X 射线入射到一个物体上时，沿各个方向都可检测到 X 射线．检测到的 X 射线有三类：第一类的波长与入射 X 射线波长相同，称相干散射，是束缚电子引起的；第二类的波长比入射 X 射线的波长有小量增长，且增长量只依赖于散射角，称康普顿散射，为自由电子引起的；第三类的波长也比入射 X 射线的波长长，但数值与散射角无关，而只与被照射物体的成分有关，为被照射物体的标识 X 射线（X 射线荧光），是由于被照射物中原子的内层电子被 X 光电离后外层电子退激产生的．除 X 射线外，被照射物体还会放出电子．放出的电子按照产生机制分别被称为：

① 光电子，由光电效应产生的；

② 俄歇电子，外层电子退激时不发光而把能量传给一个电子使其电离产生的；

③ 康普顿电子，X 光子与电子碰撞时打出的电子．

当入射 X 射线能量足够高，还可以产生正负电子对，这在图 59－4 中未画出．

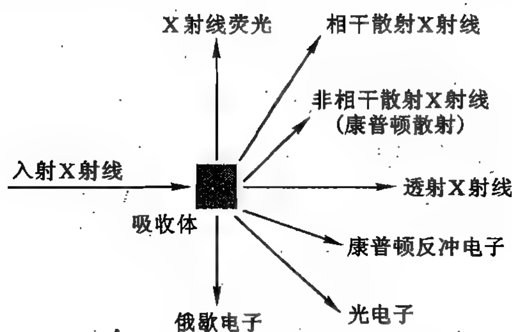


图 59－4　X 射线与物质的相互作用

由于 X 射线与物质相互作用产生的各种效应（见图 59－4），透射 X 射线的强度 I 会减弱，可以写成

$$I = I_0 \exp(-\mu x) = I_0 \exp[-(\mu/\rho)\rho x] \tag{59.3}$$

式中：I_0 是入射 X 射线的强度；x 是吸收材料的厚度；μ 称线吸收系数；ρ 是吸收材料的密度，μ/ρ 称质量吸收系数．μ 可分解为

$$\mu = \tau + \sigma_I + \sigma_C \tag{59.4}$$

式中：τ、σ_I 和 σ_C 分别为光电离、非相干散射和相干散射截面．光电离截面通常满足经验公式

$$\tau \approx KZ^{p}\lambda^{q} \tag{59.5}$$

此处,K 是一比例常数,指数 p 介于 4～5 之间、指数 q 介于 1～3 之间.在通常的标识 X 射线能量范围,τ远大于另外两项.

如图 59－5 所示,当 X 射线的波长增长到不足以激发原子的内层电子时,原子的总光电离截面会有一突然下降,图中标有 K、L 和 M 的突然下降处,分别是 K、L 和 M ($n=1,2,3$)线系的吸收限.

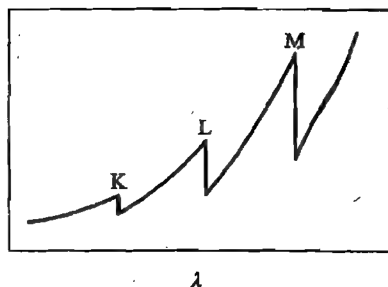


图 59－5 X 射线吸收限

由于 X 射线在物质中几乎不发生折射,且有较强的穿透能力,可利用 X 光的透射率来检测物体的线吸收系数沿 X 射线传播方向的积分值,称 X 射线透射成像.20 世纪 80 年代后发展的计算机 X 射线断层扫描技术更是可以获得被检测物体密度的空间像,被广泛应用于医学诊断和工业探伤.

【实验装置】

本实验所用装置为德国莱宝公司生产的 X 射线实验装置.图 59－6 是该装置的外观示意图.图 59－7 是控制面板的示意图.

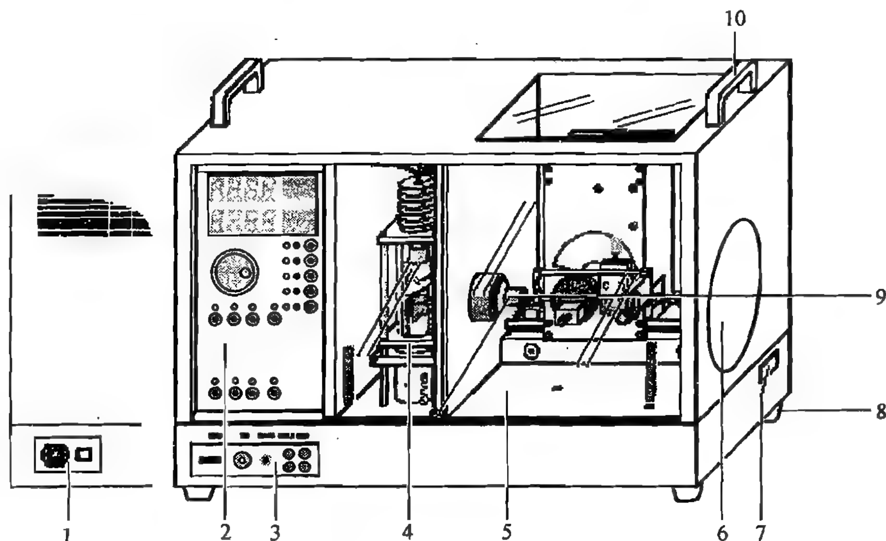


图 59－6 实验装置示意图

1. 位于左侧的电源插口 2. 控制面板
3. 接线端口 4. X 射线管 5. 实验区 6. 荧光屏
7. 备用通道 8. 支脚 9. 安全锁 10. 搬运把手

显示区的第一行显示的是计数率.依参数调节选择键选择 X 光管高压 U、管流 I、采样时间 Δt、角扫描步长 $\Delta\beta$ 或角扫描区间 β Limits,第二行可分别显示相应的参数示值,转动调节旋

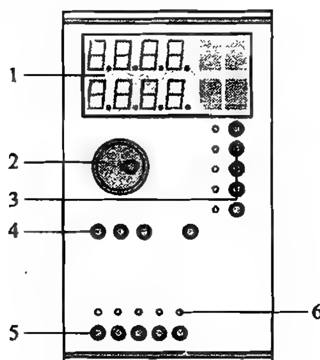


图 59－7 实验装置的控制面板

1. 显示区 2. 调节旋钮 3. 参数调节选择键

4. 扫描模式键 5. 操作键 6. 高压指示灯

钮 2 可改变所显示的参数. 自动或手动扫描时. 按下 Sensor 键, 仅探测器在转动; 按下 Target 键, 仅靶台在转动; 按下 Coupled 键, 为靶台与探测器按 1:2 的转角联动, 此时显示区第二行显示的是靶台的角位置. 在扫描模式为 Coupled 时, 第一次按下 β Limit 键, 显示区的右边会出现 ↓ 符号, 此时显示的参数是扫描区间的下限; 第二次按下 β Limit 键, 显示区的右边会出现 ↑ 符号, 此时显示的参数是扫描区间的上限. 当按下 Zero 键, 探测器和靶台均复位到零点. 按下 Reset键, 探测器和靶台均复位到零点, 同时, 将所有参数恢复到默认值($U=5$ kV、$I=0$ mA、$\Delta t=1$ s、$\Delta\beta=0.1°$). 用 Replay 可将存储的测量值读出: 转动调节旋钮 2, 显示区第一行显示测角仪的角位置, 第二行显示 Δt 间隔内的平均计数率, 同时结果也通过 RS232 串口、Angle 和 Rate 端口输出. Scan On/Off 键用来实现测角仪的自动扫描测量: 按下此键后, X 光管的高压会自动加上, 测角仪自动转到设定的扫描期间下限, 开始按设定的参数测量并将结果通过串口和端口传出, 直到测角仪转到设定的扫描区间上限, 结束测量, 断掉高压. HV On/Off 键是高压开关键.

当设定 $\Delta\beta=0.0$ 时, 进入所谓"曝光计时"模式. 在此模式下, 按下 Scan On/Off 键, 显示区的第二行显示的是剩余的采集时间, 第一行是计数率. 如想得到 Δt 时间间隔内的平均计数率, 可按 Replay 键.

图 59－8 和图 59－9 分别为 X 射线管和测角仪的结构示意图.

如果想更详细地了解该装置, 可参阅仪器使用说明书.

注意: 正常使用情况下仪器是相当安全的, 但也要避免在安全防护失效时出现 X 射线泄漏. 关键之处是: 保证在铅玻璃窗关闭时才开 X 光管的高压. 实验中 X 光管采用的是风冷散热, 所以要时刻注意风冷是否正常(是否有热风从 X 光管所在的室吹出). 实验中所用到的晶体都易潮解, 不能直接用手接触, 使用时要戴手套. G－M 管的实验寿命是由工作时受照射的总剂量决定的, 所以要避免长时间的强 X 光照射.

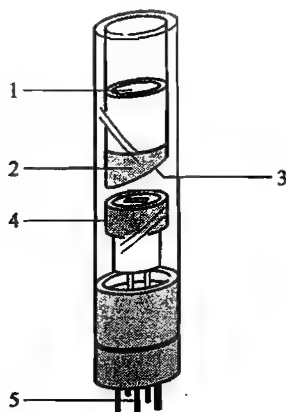


图 59－8 实验中采用的 X 光管

1. 热沉 2. Cu 块 3. Mo 靶 4. 热阴极 5. 插座

阳极材料：钼(molybdenum)

$K_α$：17.4 keV(71.1 pm) $K_β$：19.6 keV(63.1 pm)

最大阳极电压：35 kV 最大发射电流：1 mA

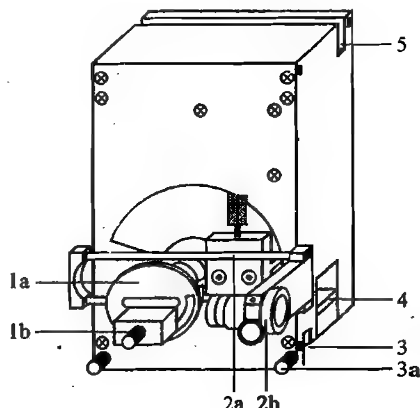


图 59－9 实验中所用的测角仪

1a. 靶(样品)座 1b. 靶(样品)台 2a. 探测器臂

2b. 探测器座 3. 底导槽 3a. 固定螺丝

4. 引线端口 5. 上导槽

角分辨：0.1° 靶台角范围：不限

探测器角范围：－10°～170° 探测器缝宽：1 mm

【实验内容】

1. 熟习装置

莱宝公司生产的 X 射线实验装置和分光计实验中的装置非常相似，只不过那里的可见光光源变成了这里的 X 光光源．此装置中的 X 光管完全透明，可以清楚看到内部结构．在开电源前要对照图 59－8 仔细观察 X 射线管结构：搞清 X 光管阴极、阳极的位置、冷却方式，估计 X 光管的功耗．在开电源和高压后要注意观察 X 光管有何变化．和可见光不同，在所有物质中 X 光的折射率都近似为 1，不能用透镜成像．所以，并不存在与分光计实验中平行光管对应的装置，而只有准直光阑，在实验前要注意了解它们的用途．测角仪的结构和分光计中的基本一致，但样品台和探测器的角位置由步进电机控制，样品台与探测器位置可联动．实验前要对照图 59－9 了解测角仪各部分的结构和所有功能．本实验采用 M－G 探测器来探测 X 射线，它安装在测角仪的探测器座上(图 59－9 中 2b)．当对装置的结构和功用基本了解后，就可以开始熟习控制面板的使用，直到对所需要用到的功能有充分了解．

2. 测角仪零点校正

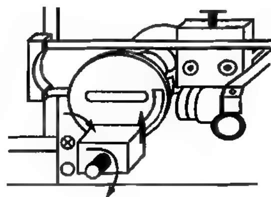


图 59－10 样品安放示意图

如图 59－10 所示，将 NaCl 单晶安放到样品台上．按下 Zero 键，让靶台和探测器的角位置复位到零，用肉眼判断一下晶体表面及探测器是否水平．如两者或其中之一明显的偏离水平，可用 Adjust 旋钮分别将其手动调至水平位置，再同时按下 Target、Coupled 和 β Limits 键，使当前位置作为零点位置．根据 Mo 的最强标识谱线为 $K_α$(波长为 71.1 pm)和 NaCl 的晶面间距为 282 pm 计算出对应的衍射峰出现的位置 $θ$，并与教师核实．然后，在控制面板上将各参数设定到表 59－1 值．

表 59－1

X 光管阳极电压 U	35 kV
X 光管发射电流 I	1.00 mA
取样时间 Δt	5 s
步进角 $\Delta\beta$	0.1°
起始角 $\beta\downarrow$	4°
终止角 $\beta\uparrow$	15°
扫描方式	Coupled

按下 Scan 键，开始自动扫描，注意观察计数率最高时对应的角位置.

扫描结束后，按下 Replay 键，调节 Adjust 旋钮应该能在计算得到的角度附近找到衍射峰.

如果衍射峰的位置与计算结果完全一致，且计数率达到 2 000/s 以上，说明角度零点是正确的.否则，需要调整零点.其方法是：在计数率最高的角位置附近，反复分别调整靶和探测器的位置，使计数率达到最大，此时靶台位置应是 θ，探测器位置应是 2θ.然后，用 Coupled 模式，将测角仪逆转 θ 角，达到真实零点.再同时按下 Target、Coupled 和 β Limits 键，仪器将会自动将当前位置作为零点.

3. Mo 管的 X 光谱分析

在控制面板上将各参数设定到表 59－2 值，采集一条 Mo 靶 X 光管的波谱曲线，将采集到的谱与图 59－2 比较.然后，分别仅改变发射电流(0.5 mA)和阳极电压(25 kV)，再采两个谱，看看结果有什么不同.在实验报告中需根据各谱的截止波长 λ_{min} 计算普朗克常数，并对所采集到的 3 个谱进行说明(指出各峰的来源)，找出它们的差异并解释出现差异的原因.

表 59－2

X 光管阳极电压 U	35 kV
X 光管发射电流 I	1.00 mA
取样时间 Δt	2 s
步进角 $\Delta\beta$	0.1°
起始角 $\beta\downarrow$	2.5°
终止角 $\beta\uparrow$	25.0°
扫描方式	Coupled

4. Al 的线吸收系数测量

在上一环节中，NaCl 晶体实际起了分光光栅的作用，通过改变晶体和探测器的角位置可获得不同波长的 X 射线.将放置吸收片的架子插到 X 射线出射光闸上，用 Coupled 模式依次将测角仪转到 4.9°、6.4°和 7.2°，分别用“曝光定时”模式测量 Al 吸收膜为 0、2、4、6、8 和 10 层时的计数.数据采集时间应该充分大，以使 Al 膜厚度为零时的计数大于 4 万.根据测角仪的角位置算出

相应的波长值；作 $\ln(I(x)/I_0)-x$ 图(其中，I_0、$I(x)$ 和 x 分别为不加吸收片时的计数、吸收片厚度为 x 时的计数和吸收片的厚度)，验证实验结果是否与(59.3)式相符(若有不符，请作讨论)．根据 $\ln(I(x)/I_0)-x$ 图或用线性拟合的方法求出三种波长下的质量吸收系数 τ_m（Al 的密度为 2.70 g/cm^3，膜厚度由实验室给出）．考察 τ_m 对波长的依赖情况，并与(59.5)式比较．

5．利用 X 射线吸收测量厚度和密度(选做)

如图 59－11 所示，将样品台取下，换上 Al 吸收架．将 U 调到 25 kV，发射电流 I 调到 0.1 mA，探测器位置移到零点，设定 $\Delta t=5$ s，$\Delta\beta=2°$，Target 方式，扫描范围从 $-6.0°\sim50.0°$，用 SCAN 方式扫描，用微机记录或用 REPLAY 读出不同靶座角位置时透射 X 射线的计数．根据不同角位置的相对计数率可以估计出不同位置的 Al 片的相对厚度．如果换上另一个放有厚度相同但材料不同的吸收片的吸收架，不同角位置的相对计数率会反映材料的线吸收系数的差异．如果扫描的范围达到 180°，且扫描点足够多，就可以利用(59.3)式求出物体的空间各点的密度(与线吸收系数密切相关)分布，这就是计算机断层扫描(CT)的基本原理．

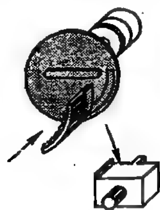


图 59－11 吸收片架安放示意图

【思考题】

(1) 光电效应与康普顿效应都可以将电子从固体中打出，如何区分这两种效应呢？

(2) 图 59－12 是去掉样品台后，探测器在不同角位置时实际测到的计数率，对此该如何解释？根据此图你认为在实验过程中还应该注意些什么？

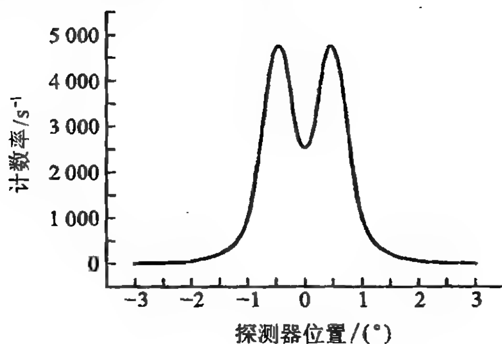


图 59－12 计数率与探测器位置的关系

(3) 如图 59－13 所示，入射 X 射线经散射体散射后用探测器检测其计数率．当在入射线光路上放置一吸收片后探测到的计数率为 N_1，当将吸收片放在散射光路上时，探测到的计数率为 N_2．请问 N_1 与 N_2 是否相等？为什么？

(4) 在进行 Al 的线吸收系数测量时，如果将测角仪位置置于 14.5°，结果会怎样？有什么需要特别考虑的？如有可能，粗略测一下，看看 τ_m 对波长的依赖情况与实验中得到的规律是否相符．

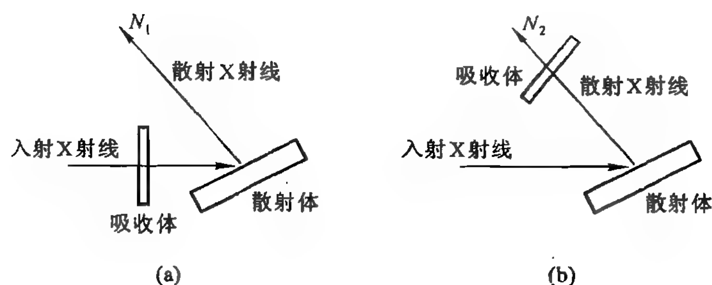


图 59－13　吸收片架安放示意图

【参考文献】

1　吴思诚,王祖铨.近代物理实验.第二版.北京:北京大学出版社,1995
2　北京大学、复旦大学主编.核物理实验.北京:原子能出版社,1984
3　郭奕玲.大学物理中的著名实验.北京:科学出版社,1994
4　许顺生.金属 X 射线学.上海:上海科学技术出版社,1962
5　许顺生.X 射线衍射学进展.北京:科学出版社,1986
6　马礼敦,杨福家.同步辐射应用概论.上海:复旦大学出版社,2001
7　克劳塞梅尔 G E.应用 γ 射线能谱学.高物,伍实译.北京:原子能出版社,1977

实验六十

X 射线衍射

【实验目的】

(1) 了解 X 射线的基本性质；

(2) 理解 X 射线衍射的原理和实验技术；

(3) 测量 X 射线通过单晶的布拉格衍射曲线.

【仪器用具】

X 射线实验装置，NaCl 晶体，LiF 晶体.

【实验原理】

X 射线的基本原理、用途、X 射线源、探测器、X 射线与物质的相互作用等参见实验五十九“X 射线的吸收”.

X 射线入射晶体时晶体中产生周期变化的电磁场，原子中的电子和原子核受迫振动，振动着的电子成为次生 X 线的波源，其波长、周相与入射光相同. 由于结构的周期性，晶体中各个电子的散射波可相互干涉相互叠加，称之为相干散射或 Bragg 散射，也称衍射. 晶体衍射是研究晶体结构一种有效的方法.

晶体的 X 射线衍射有两个要素：

(1) 衍射方向：散射波位相一致相互加强的方向称衍射方向. 衍射方向决定于晶体微观结构的类型(晶胞类型)及其基本尺寸(晶面间距，晶胞参数等).

(2) 衍射强度：衍射强度决定于晶体中各组成原子的元素种类及其分布排列的坐标.

严格的三维周期结构的晶体对 X 射线的散射皆为 Bragg 散射. 在其 X 射线衍射谱中，每个衍射都表现为一个尖锐的衍射峰.

晶体的空间点阵可划分为一族平行且等间距的平面点阵(hkl)，或者称晶面. 同一晶体不同指标的晶面在空间的取向不同，晶面间距 $d_{(hkl)}$ 也不同，$d_{(hkl)}=\dfrac{a}{\sqrt{(h^2+k^2+l^2)}}$，$a$ 为晶格常数. 晶面的定义可参见实验五十八“微波的布拉格衍射”.

图 60－1 给出了 X 射线在晶体上的衍射. 入射束与晶面的夹角为 θ，当衍射束方向与晶面夹角亦为 θ 时(衍射束相应于晶面对于入射束的镜面反射方向)，同一晶面上各个原子发出的散射波在该方向相干加强，衍射角为 2θ. 现在考虑相邻晶面产生衍射的条件. 如图 60－1 所示的晶面，其间距为 $d_{(hkl)}$，相邻两个晶面上的入射线和散射线的光程差为 $2d_{(hkl)}\sin\theta$，当光程差为波长 λ 的整数倍时，相干散射波就能互相加强从而产生衍射. 由此得晶面族产生衍射的条件为

$$2d_{(hkl)}\sin\theta=n\lambda \tag{60.1}$$

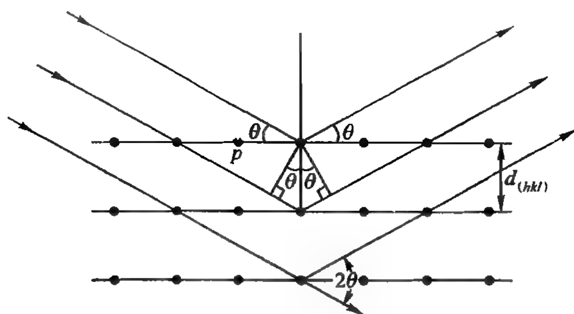


图 60－1　X 射线在晶体上的衍射

式中：$d_{(hkl)}$ 为晶面间距；θ 为衍射线与晶面的夹角；n 为 1,2,3,…称为衍射级数.

式(60.1)称为布拉格方程，是晶体学中最基本的方程之一.

根据布拉格公式，可以利用已知晶体的晶面间距，通过测量衍射角来确定 X 射线的波长；也可以利用已知 X 射线的波长，来测量晶体的晶面间距.

【实验装置】

本实验使用德国莱宝教具公司生产的 X 射线实验装置. 图 60－2 为该装置的示意图.

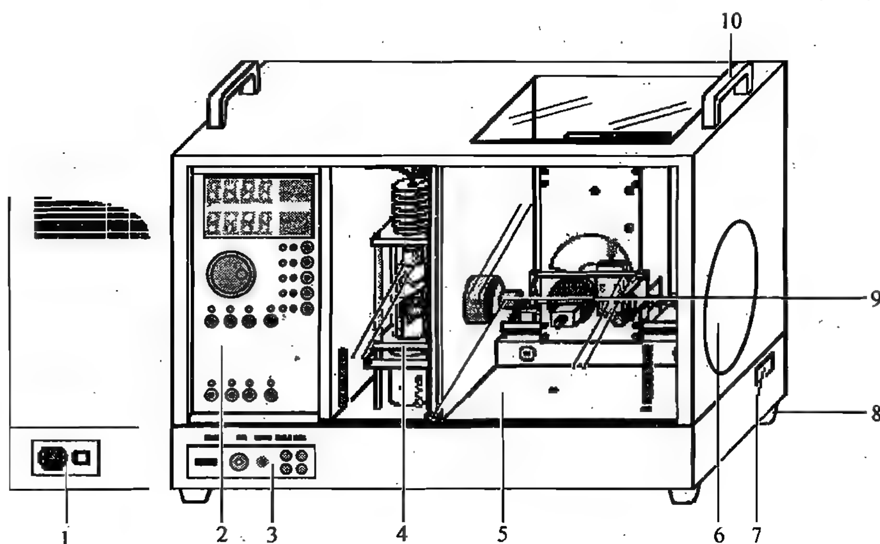


图 60－2　X 射线实验装置示意图

1. 电源插座　2. 控制面板　3. 接线端口　4. X 射线管　5. 实验区域
6. 荧光屏　7. 备用通道　8. 支脚　9. 安全锁　10. 搬运把手

在 X 射线装置中，左侧是控制面板. 中间是 X 光管室，装有 Mo 阳极的 X 光管. X 光管示意

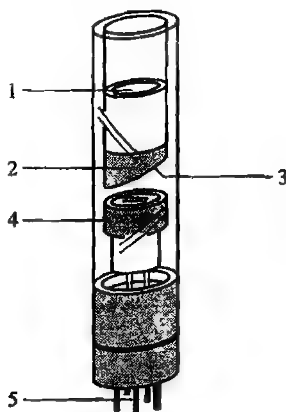


图 60-3 X 光管示意图

1. 热沉 2. Cu块 3. Mo靶 4. 热阴极 5. 插座

图如图 60-3 所示，Mo 的 K_α 为 17.4 keV(71.1 pm)，K_β 为 19.6 keV(63.1 pm)．右面是实验区域，其中左边装有准直器和锆滤片(作用为去除 K_β 线)；中间是靶台，单晶样品就安装在靶台上；右边是测角器，松开锁定杆可调整测角器的位置，G-M 计数管也安装在测角器上．X 射线装置的左侧面是主电源开关，右侧面有一圆形的荧光屏，它是一种表面涂有荧光物质的铅玻璃平板，用于在"透照法"实验中观察 X 光线．该 X 射线仪在正常使用的条件下是非常安全的，应该注意：必须在铅玻璃关闭时才可以开启 X 光管的高压！

图 60-4 是控制面板的示意图．其中，1 为显示区域．2 是调节旋钮，转动调节旋钮 2 可改变所显示的参数，所有的参数设置均通过它来调节．3 是参数选择区域，它们是：U——管压，I——管流，Δt——采样时间，$\Delta\beta$——测角器转动的步长，β Limits——测角器的转动范围，即扫描区间．在显示区域 1 顶部显示当前计数率，底部显示所用键的设置参数，根据参数调节选择键 3 的 U、I、Δt、$\Delta\beta$、β Limits，分别显示所设置的管压、管流、采样时间、测角器转动的步长、测角器转动范围等参数值．4 是扫描模式区域，共有 Sensor(仅传感器转动)、Target(仅靶台转动)和 Coupled(耦合，即传感器和靶以 2:1的方式联动，请考虑为什么要 2:1)三种模式，Zero 按钮用于复位到系统的零位置．5 是操作键区域，主要有：Reset(复位到系统的缺省值)、Replay(将最后的测量数据传送至 XY 记录仪或 PC 机)、Scan On/Off(开启/关闭自动扫描)、X(开启声音脉冲)、HV On/Off(开启/关闭高压)，当开启高压时，其上方的指示灯将发出闪烁的红光，表示正在发射 X 射线．

实验中使用的 NaCl、LiF 晶体都易潮解，故安放晶体时要戴手套，不可直接用手接触．图 60-5为样品安装方式的示意图．

本实验的计算机采集软件为"X-ray Apparatus"．它具有标题栏、菜单栏和工作区域．在菜单栏中，自左至右分别是：Delete Measurement or Settings(删除测量或设置)、Open Measurement(调用测量文件)、Save Measurement As(存储测量结果)、Print Diagram(打印)、Settings(设置)、Large Display &Status Line (状态行信息以大字显示)、显示 X 射线装置参数设置信息、Help(帮助信息)、About(显示版本信息)。工作区域的左侧是所采集数据列表，右侧是与这些数据相应的图．

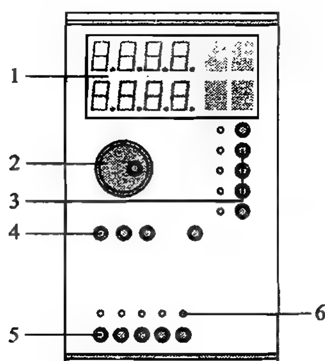


图 60-4　X 射线装置的控制面板

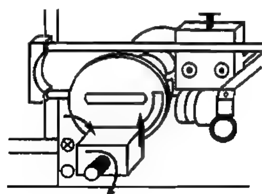


图 60-5　样品安装示意图

实验时，先开启“X-ray Apparatus”程序.数据采集是自动的，当在 X 射线装置中按下 Scan 键进行自动扫描时，软件将自动采集数据，并同时在工作区域左右侧分别显示数据和画出相应图.若需对参数进行设置，可单击“Settings”按钮，这时将显示“Settings”对话框.

【实验内容】

1. 了解 NaCl 的晶体结构

(1) 图 60-6 所示为 NaCl 的晶体结构. d 为 NaCl 晶体的晶面间距，$d=282$ pm，a_0 为晶格常数.

(2) LiF 与 NaCl 具有相同的晶体结构.

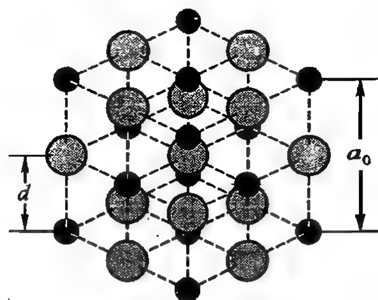


图 60-6　NaCl 的晶体结构

2. 熟悉实验仪器

(1) 对照讲义及仪器使用说明书，熟悉 X 射线装置.了解仪器各部分结构和功能，熟悉操作面板的使用.

(2) 根据实验内容调整，对 X 射线仪的布局进行调整.对于 X 射线衍射实验，实验区域的布局如图 60-7 所示.

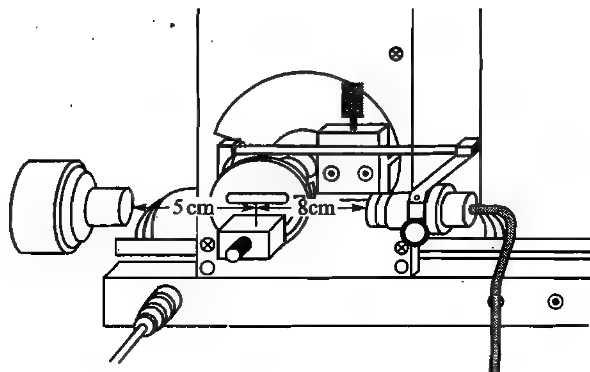


图 60-7　用于布拉格衍射的实验配置

3. 测角器零点校正

(1) 根据 Mo 的 K_α 能量 17.4 keV(71.1 pm)以及 NaCl 的晶面间距,算出对应的衍射峰的 θ 值.

(2) 按 ZERO 键,将测角器归零.

(3) 戴手套将 NaCl 单晶小心固定在靶台上.

(4) 设置 X 光管的高压 $U=35$ kV,发射电流为 $I=1.0$ mA;采样时间 $\Delta t=5$ s,测角器步长 $\Delta\beta=0.1°$,起始角 $\beta=6°$,终止角 $\beta=8°$;按下 Scan 键开始自动扫描,注意观察计数率最高时对应的角位置.如果衍射峰位置和计算值一致且计数率大于 2 000/s,说明测角器零点是正确的.若不一致,则进行以下操作:

(5) 在计数率最大角位置处,分别用 Sensor 和 Target 模式,反复手动调节靶台和传感器的位置,使计数率达到最大.

(6) 用 Coupled 模式,将测角仪逆转 θ 度,此时为真正的零点.

(7) 经教师检查后,同时按下 Target、Couple 和 β Limits 键,仪器会取消原来的零点而确认目前位置为新的零点.

4. 测量 LiF 单晶的衍射曲线,测定 LiF 晶体的晶面间距

(1) 从靶台上取下 NaCl 单晶,安装 LiF 单晶,同样 LiF 单晶也是易潮、易碎的,安装要小心,轻拿轻放,戴手套.

(2) 关闭铅玻璃门后开启 X 射线装置,启动软件“X－ray Apparatus”.

(3) 设置 X 光管的高压 $U=35.0$ kV,设置发射电流 $I=1.0$ mA,设置采样时间 $\Delta t=3\sim10$ s,设置角步长 $\Delta\beta=0.1°$,设置起始角 $\beta=3°$,终止角 $\beta=30°$.

(4) 按 Coupled 键.

(5) 按 Scan 键进行自动扫描.

(6) 曲线测量完毕后,根据曲线测出 LiF 的晶面间距.

(7) 小心取出 LiF 单晶.

【思考题】

(1) 说明确定测角器零点的方法的原理.

(2) 为了测量晶体的晶面间距,准备样品时,对晶体的切割方向有什么要求?晶体的平行度对测量结果有何影响?

(3) 如果样品不是单晶,会有什么样的结果?

【参考文献】

1 吴思诚,王祖铨.近代物理实验.第二版.北京:北京大学出版社,1995

2 莱宝教具公司.X 射线实验装置说明书

3 杨于兴,漆王睿.X 射线衍射分析.上海:上海交通大学出版社,1994

实验六十一

核磁共振

【目的要求】

(1) 了解核磁共振的基本原理；

(2) 学习利用核磁共振校准磁场和测量 g 因子的方法.

【仪器用具】

永久磁铁(含扫场线圈),可调变压器,探头两个(样品分别为水和聚四氟乙烯),数字频率计,示波器.

【实验原理】

核磁共振是重要的物理现象.核磁共振实验技术在物理、化学、生物、临床诊断、计量科学和石油分析与勘探等许多领域得到重要应用.1945 年发现核磁共振现象的美国科学家珀塞耳(Purcell)和布洛赫(Bloch)1952 年获得诺贝尔物理学奖.在改进核磁共振技术方面作出重要贡献的瑞士科学家恩斯特(Ernst)1991 年获得诺贝尔化学奖.

大家知道,氢原子中电子的能量不能连续变化,只能取离散的数值.在微观世界中物理量只能取离散数值的现象很普遍.本实验涉及的原子核自旋角动量也不能连续变化,只能取离散值 $p=\sqrt{I(I+1)}\hbar$,其中 I 称为自旋量子数,只能取 0,1,2,3,…整数值或 1/2,3/2,5/2,…半整数值.公式中的 $\hbar=h/2\pi$,而 h 为普朗克常数.对不同的核素,I 分别有不同的确定数值.本实验涉及的质子和氟核 ^{19}F 的自旋量子数 I 都等于 1/2.类似地,原子核的自旋角动量在空间某一方向,例如 z 方向的分量也不能连续变化,只能取离散的数值 $p_z=m\hbar$,其中量子数 m 只能取 $I, I-1,\cdots,-I+1,-I$ 共 $(2I+1)$ 个数值.

自旋角动量不为零的原子核具有与之相联系的核自旋磁矩,简称核磁矩,其大小为

$$\mu=g\frac{e}{2m_p}p \tag{61.1}$$

式中:e 为质子的电荷;m_p 为质子的质量;g 是一个由原子核结构决定的因子.对不同种类的原子核,g 的数值不同,称为原子核的 g 因子.值得注意的是 g 可能是正数,也可能是负数.因此,核磁矩的方向可能与核自旋角动量方向相同,也可能相反.

由于核自旋角动量在任意给定的 z 方向只能取 $(2I+1)$ 个离散的数值,因此核磁矩在 z 方向也只能取 $(2I+1)$ 个离散的数值

$$\mu_z=g\frac{e}{2m_p}p_z=gm\frac{e\hbar}{2m_p} \tag{61.2}$$

原子核的磁矩通常用 $\mu_N=e\hbar/2m_p$ 作为单位,μ_N 称为核磁子.采用 μ_N 作为核磁矩的单位

以后，μ_z 可记为 $\mu_z = gm\mu_N$. 与角动量本身的大小为 $\sqrt{I(I+1)}\hbar$ 相对应，核磁矩本身的大小为 $g\sqrt{I(I+1)}\mu_N$. 除了用 g 因子表征核的磁性质外，通常引入另一个可以由实验测量的物理量 γ，γ 定义为原子核的磁矩与自旋角动量之比：

$$\gamma = \frac{\mu}{p} = \frac{ge}{2m_p} \tag{61.3}$$

可写成 $\mu = \gamma p$，相应地有 $\mu_z = \gamma p_z$.

当不存在外磁场时，每一个原子核的能量都相同，所有原子核处在同一能级. 但是，当施加一个外磁场 B 后，情况发生变化. 为了方便起见，通常把 B 的方向规定为 z 方向，由于外磁场 B 与磁矩的相互作用能为

$$E = -\mu\cdot\boldsymbol{B} = -\mu_z B = -\gamma p_z B = -\gamma m\hbar B \tag{61.4}$$

因此量子数 m 取值不同，核磁矩的能量也就不同，从而原来简并的同一能级分裂为 $(2I+1)$ 个子能级. 由于在外磁场中各个子能级的能量与量子数 m 有关，因此量子数 m 又称为磁量子数. 这些不同子能级的能量虽然不同，但相邻能级之间的能量间隔 $\Delta E = \gamma\hbar B$ 却是一样的. 而且，对于质子而言，$I = 1/2$，因此，m 只能取 $m = 1/2$ 和 $m = -1/2$ 两个数值，施加磁场前后的能级分别如图 61 - 1 中的(a)和(b)所示.

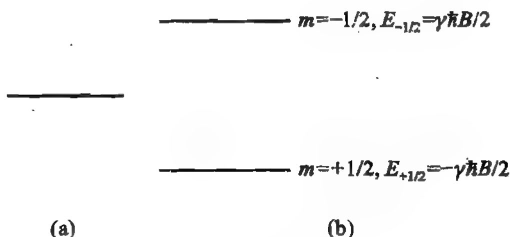


图 61 - 1　核能级的分裂

(a) $B_0 = 0$；(b) $B_0 \neq 0$

当施加外磁场 B 以后，原子核在不同能级上的分布服从玻尔兹曼分布，显然处在下能级的粒子数要比上能级的多，其差数由 ΔE 大小、系统的温度和系统的总粒子数决定. 这时，若在与 B 垂直的方向上再施加一个高频电磁场，通常为射频场，当射频场的频率满足 $h\nu = \Delta E$ 时会引起原子核在上下能级之间跃迁，但由于一开始处在下能级的核比在上能级的要多，因此净效果是往上跃迁的比往下跃迁的多，从而使系统的总能量增加，这相当于系统从射频场中吸收了能量.

$h\nu = \Delta E$ 时，引起的上述跃迁称为共振跃迁，简称为共振. 显然共振时要求 $h\nu = \Delta E = \gamma\hbar B$，从而要求射频场的频率满足共振条件

$$\nu = \frac{\gamma}{2\pi}B \tag{61.5}$$

如果用角频率 $\omega = 2\pi\nu$ 表示，共振条件可写成

$$\omega = \gamma B \tag{61.6}$$

如果频率的单位用 Hz，磁场的单位用 T(特斯拉)，对裸露的质子而言，经过大量测量得到 $\gamma/2\pi =$ 42.577 469 MHz/T. 但是对于原子或分子中处于不同基团的质子，由于不同质子所处的化学环境不同，受到周围电子屏蔽的情况不同，$\gamma/2\pi$ 的数值将略有差别，这种差别称为化学位移. 对于

温度为 25℃ 球形容器中水样品的质子，$\gamma/2\pi = 42.576\ 375\ \mathrm{MHz/T}$，本实验可采用这个数值作为很好的近似值．通过测量质子在磁场 B 中的共振频率 ν_H 可实现对磁场的校准，即

$$B = \frac{\nu_H}{\gamma/2\pi} \tag{61.7}$$

反之，若 B 已经校准，通过测量未知原子核的共振频率 ν 便可求出待测原子核的 γ 值（通常用 $\gamma/2\pi$ 值表征）或 g 因子：

$$\frac{\gamma}{2\pi} = \frac{\nu}{B} \tag{61.8}$$

$$g = \frac{\nu/B}{\mu_N/h} \tag{61.9}$$

其中 $\mu_N/h = 7.622\ 591\ 4\ \mathrm{MHz/T}$．

通过上述讨论，要发生共振必须满足 $\nu = (\gamma/2\pi)B$．为了观察到共振现象通常有两种方法：一种是固定 B，连续改变射频场的频率，这种方法称为扫频方法；另一种方法，也就是本实验采用的方法，即固定射频场的频率，连续改变磁场的大小，这种方法称为扫场方法．如果磁场的变化不是太快，而是缓慢通过与频率 ν 对应的磁场时，用一定的方法可以检测到系统对射频场的吸收信号，如图 61－2(a)所示，称为吸收曲线，这种曲线具有洛伦兹型曲线的特征．但是，如果扫场变化太快，得到的将是如图 61－2(b)所示的带有尾波的衰减振荡曲线．然而，扫场变化的快慢是相对具体样品而言的．例如，本实验采用的扫场为频率 50 Hz、幅度在 $10^{-5} \sim 10^{-3}$ T 的交变磁场，对固态的聚四氟乙烯样品而言是变化十分缓慢的磁场，其吸收信号将如图 61－2(a)所示．而对液态的水样品而言却是变化太快的磁场，其吸收信号将如图 61－2(b)所示，而且磁场越均匀，尾波中振荡的次数越多．

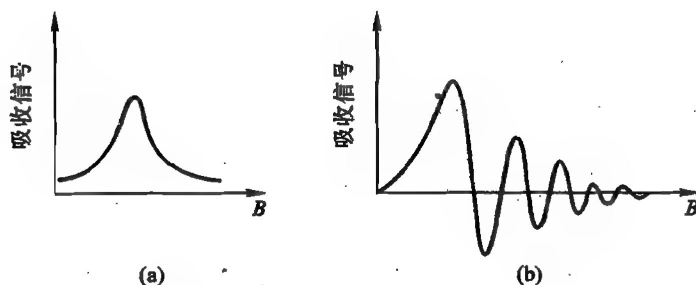


图 61－2　核磁共振吸收信号

【实验装置】

实验装置的方框图如图 61－3 所示，它由永久磁铁、扫场线圈、探头（包括电路盒和样品盒）、数字频率计、示波器、可调变压器和 220 V/6 V 小变压器组成．

永久磁铁：对永久磁铁的要求是有较强的磁场、足够大的均匀区和均匀性好．本实验所用的磁铁中心磁场 $B_0 \geqslant 0.5$ T，在磁场中心 $(5\ \mathrm{mm})^3$ 范围内，均匀性优于 10^{-5}．

扫场线圈：用来产生一个幅度在 $10^{-5} \sim 10^{-3}$ T 的可调交变磁场用于观察共振信号．扫场线

圈的电流由可调变压器的输出再经 220 V/6 V 小变压器降压后提供. 扫场的幅度可通过可调变压器调节.

探头：本实验提供两个探头，其中一个的样品为水(掺有三氯化铁)，另一个为固态的聚四氟乙烯.

探头由电路盒和样品盒组成，在样品盒中液态样品装在玻璃管中，固态样品做成棍状. 在玻璃管或棍状固态样品上绕有线圈，这个线圈就是一个电感 L，将这个线圈插入磁场中，线圈的取向与 B_0 垂直. 线圈两端的引线与电路盒中处于反向接法的变容二极管(充当可变电容)并联构成 LC 电路并与晶体管等非线性元件组成振荡电路. 当电路振荡时，线圈中即有射频场产生并作用于样品上. 改变二极管两端反向电压的大小可改变二极管两个电极之间的电容 C，达到调节频率的目的. 这个线圈可兼作探测共振信号的线圈，其探测原理如下：

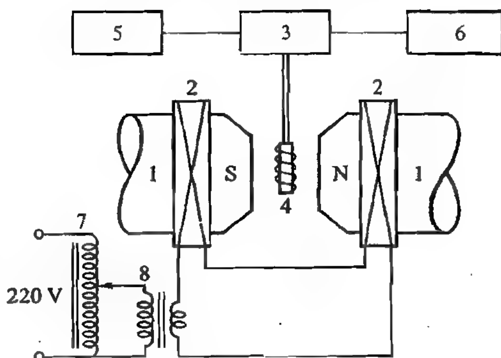


图 61－3 核磁共振实验装置示意图

1. 永久磁铁 2. 扫场线圈 3. 电路盒 4. 振荡线圈及样品 5. 数字频率计 6. 示波器 7. 可调变压器 8. 小变压器

电路盒中的振荡器不是工作在振幅稳定的状态，而是工作在刚刚起振的边际状态(边限振荡器由此得名)，这时电路参数的任何改变都会引起工作状态的变化. 当共振发生时，样品要吸收射频场的能量，使振荡线圈的品质因数 Q 值下降，Q 值的下降将引起工作状态的改变，表现为振荡波形包络线发生变化，这种变化就是共振信号，经过检波、放大、经由“检波输出”端与示波器连接，即可从示波器上观察到共振信号. 振荡器未经检波的高频信号经由“频率输出”端直接输出到数字频率计，从而可直接读出射频场的频率.

电路盒正面面板除了电源开关外(做完实验一定要关好电源，以免机内电源耗电)，有一个由十圈电位器做成的频率调节旋钮. 此外，还有一个幅度调节旋钮，适当调节这个旋钮可以使共振吸收的信号最大，但由于调节幅度旋钮时会改变振荡管的极间电容，从而对频率也有一定影响. 电路盒背面的“频率输出”与数字频率计连接，“检波输出”与示波器连接.

【实验内容】

1. 校准永久磁铁中心的磁场 B_0

把样品为水(掺有三氯化铁)的探头下端的样品盒插入到磁铁中心，并使电路盒水平放置在磁铁上方的木座上，左右移动电路盒使它大致处于木座的中间位置. 将电路盒背面的“频率输出”和“检波输出”分别与频率计和示波器连接. 把示波器的扫描速度旋钮放在 5 ms/格位置，纵向放大旋钮放在 0.1 V/格或 0.2 V/格位置. 打开频率计、示波器和电路盒的电源开关，这时频率计应有读数. 接通可调变压器电源并把输出调节在较大数值(100 V 左右)，缓慢调节电路盒频率旋钮，改变振荡频率(由小到大或由大到小)同时监视示波器，搜索共振信号.

什么情况下才会出现共振信号？共振信号又是什么样呢？

如今磁场是永久磁铁的磁场 B_0 和一个 50 Hz 的交变磁场叠加的结果，总磁场为

$$B = B_0 + B'\cos\omega' t \tag{61.10}$$

式中：B'是交变磁场的幅度；ω'是市电的角频率.

总磁场在$(B_0-B')\sim(B_0+B')$的范围内按图 61－4 的正弦曲线随时间变化. 由(44.6)式可知，只有 ω/γ 落在这个范围内才能发生共振. 为了容易找到共振信号，要加大 B'(即把可调变压器的输出调到较大数值)，使可能发生共振的磁场变化范围增大；另一方面要调节射频场的频率，使 ω/γ 落在这个范围. 一旦 ω/γ 落在这个范围就能观察到共振信号，如图 61－4 所示，共振发生在 $B=\omega/\gamma$ 的水平虚线与代表总磁场变化的正弦曲线交点对应的时刻. 如前所述，水的共振信号将如图 61－2(b)所示，而且磁场越均匀尾波中的振荡次数越多，因此一旦观察到共振信号以后，应进一步仔细调节电路盒在木座上的左右位置，使尾波中振荡的次数最多，亦即使探头处在磁铁中磁场最均匀的位置，并利用木座上的标尺记下此时电路盒边缘的位置.

由图 61－4 可知，只要 ω/γ 落在$(B_0-B')\sim(B_0+B')$范围内就能观察到共振信号，但这时 ω/γ 未必正好等于 B_0，从图上可以看出：当 $\omega/\gamma\neq B_0$ 时，各个共振信号发生的时间间隔并不相等，共振信号在示波器上的排列不均匀. 只有当 $\omega/\gamma=B_0$ 时，它们才均匀排列，这时共振发生在交变磁场过零时刻，而且从示波器的时间标尺可测出它们的时间间隔为 10 ms. 当然，当 $\omega/\gamma=B_0-B'$或 $\omega/\gamma=B_0+B'$时，在示波器上也能观察到均匀排列的共振信号，但它们的时间间隔不是 10 ms，而是 20 ms. 因此，只有当共振信号均匀排列而且间隔为 10 ms 时才有 $\omega/\gamma=B_0$，这时频率计的读数才是与 B_0 对应的质子的共振频率.

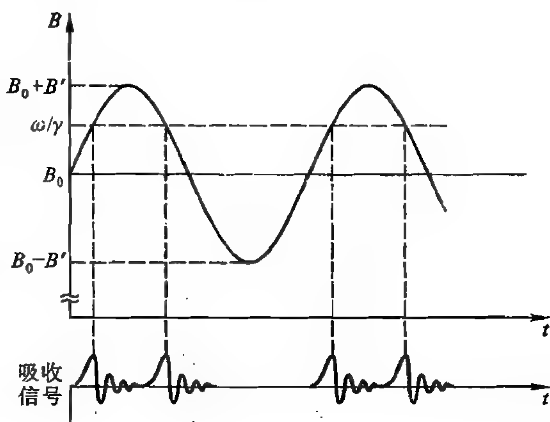


图 61－4　捕捉共振信号的原理

作为定量测量，我们除了要求出待测量的数值外，还关心如何减小测量误差并力图对误差的大小作出定量估计从而确定测量结果的有效数字. 从图 61－4 可以看出，一旦观察到共振信号，B_0 的误差不会超过扫场的幅度 B'. 因此，为了减小估计误差，在找到共振信号之后应逐渐减小扫场的幅度 B'，并相应地调节射频场的频率，使共振信号保持间隔为 10 ms 的均匀排列. 在能观察到和分辨出共振信号的前提下，力图把 B'减小到最小程度，记下 B'达到最小而且共振信号保持间隔为 10 ms 均匀排列时的频率 ν_H，利用水中质子的 $\gamma/2\pi$ 值和公式(61.7)求出磁场中待测区域的 B_0 值. 顺便指出，当 B'很小时，由于扫场变化范围小，尾波中振荡的次数也少，这是正常的，并不是磁场变得不均匀.

为了定量估计 B_0 的测量误差 ΔB_0，首先必须测出 B'的大小. 可采用以下步骤：保持这时扫场的幅度不变，调节射频场的频率，使共振先后发生在(B_0+B')与(B_0-B')处，这时图 44－4 中与 ω/γ 对应的水平虚线将分别与正弦波的峰顶和谷底相切，即共振分别发生在正弦波的峰顶和谷底附近. 这时从示波器看到的共振信号均匀排列，但时间间隔为 20 ms，记下这两次的共振频率 ν'_H 和 ν''_H，利用公式

$$B'=\frac{(\nu'_{\mathrm{H}}-\nu''_{\mathrm{H}})/2}{\gamma/2\pi} \tag{61.11}$$

可求出扫场的幅度.

实际上 B_0 的估计误差比 B' 还要小，这是由于借助示波器上网格的帮助，共振信号排列均匀程度的判断误差通常不超过10%，由于扫场大小是时间的正弦函数，容易算出相应的 B_0 的估计误差是扫场幅度 B' 的8%左右，考虑到 B' 的测量本身也有误差，可取 B' 的1/10作为 B_0 的估计误差，即取

$$\Delta B_0=\frac{B'}{10}=\frac{(\nu'_{\mathrm{H}}-\nu''_{\mathrm{H}})/20}{\gamma/2\pi} \tag{61.12}$$

式(61.12)表明，由峰顶与谷底共振频率差值的1/20，利用 $\gamma/2\pi$ 数值可求出 B_0 的估计误差 ΔB_0，本实验 ΔB_0 只要求保留一位有效数字，进而可以确定 B_0 的有效数字，并要求给出测量结果的完整表达式，即

$$B_0=\text{测量值}\pm\text{估计误差}$$

现象观察：适当增大 B'，观察到尽可能多的尾波振荡，然后向左(或向右)逐渐移动电路盒在木座上的左右位置，使下端的样品盒从磁铁中心逐渐移动到边缘，同时观察移动过程中共振信号波形的变化并加以解释.

选做实验：利用样品为水的探头，把电路盒移到木座的最左(或最右)边，测量磁场边缘的磁场大小.

2. 测量^{19}F的 g 因子

把样品为水的探头换为样品为聚四氟乙烯的探头，并把电路盒放在相同的位置.示波器的纵向放大旋钮调节到50 mV/格或20 mV/格，用与校准磁场过程相同的方法和步骤测量聚四氟乙烯中^{19}F与 B_0 对应的共振频率 ν_{F} 以及在峰顶及谷底附近的共振频率 ν'_{F} 及 ν''_{F}，利用 ν_{F} 和公式(61.9)求出^{19}F的 g 因子.根据公式(61.9)，g 因子的相对误差为

$$\frac{\Delta g}{g}=\sqrt{\left(\frac{\Delta\nu_{\mathrm{F}}}{\nu_{\mathrm{F}}}\right)^2+\left(\frac{\Delta B_0}{B_0}\right)^2} \tag{61.13}$$

式中：B_0 和 ΔB_0 为校准磁场得到的结果.

与上述估计 ΔB_0 的方法类似，可取 $\Delta\nu_{\mathrm{F}}=(\nu'_{\mathrm{F}}-\nu''_{\mathrm{F}})/20$ 作为 ν_{F} 的估计误差.

求出 $\Delta g/g$ 之后，可利用已算出的 g 因子求出绝对误差 Δg，Δg 也只保留一位有效数字并由它确定 g 的有效数字，最后给出 g 因子测量结果的完整表达式.

观测聚四氟乙烯中氟的共振信号时，比较它与掺有三氯化铁的水样品中质子的共振信号波形的差别.

实验六十二

核磁共振成像

一、用自旋回波法测弛豫时间

【目的要求】

(1) 了解脉冲核磁共振的基本原理；
(2) 观察自由感应衰减 FID 信号和 FID 的傅里叶变换；
(3) 用自旋回波法测横向弛豫时间，$T_2(\frac{\pi}{2}-\tau-\pi$ 脉冲系列)；
(4) 用 $\pi-\tau-\frac{\pi}{2}$ 系列脉冲法测纵向弛豫时间 T_1.

【实验仪器】

小型核磁共振成像仪，样品若干(水、油等).

【实验原理】

核磁共振(nuclear magnetic resonance, NMR)现象是1946年由F. Bloch和M. Purcell同时独立发现的，它是核磁矩在静磁场中被磁化后与特定频率的射频场产生共振吸收的现象．吸收能量后的自旋核与周围物质相互作用并以相同频率的射频辐射形式退激，共振频率和退激的时间特性(弛豫时间)与物质的种类、物质的结构和物质的环境有关，从而可以测定物质的结构．核磁共振已广泛地用于物理、化学、生物、医学、石油勘探等领域，形成了一门核磁共振波谱学.

在“核磁共振”实验中已介绍了核磁共振的基本概念，在该实验中射频场是始终存在的当扫描磁场达到共振频率 $\nu=\gamma\frac{B}{2\pi}$ 时才能观察到核磁共振信号，这种方法称为稳态核磁共振．另一种方法是用脉冲射频场作用到核系统上，观察核系统对脉冲的响应，并利用快速傅里叶变换(FFT)技术将时域信号变换成频域信号，这种方法称为脉冲核磁共振．目前绝大部分核磁共振谱仪采用脉冲法，而核磁共振成像仪则清一色地采用脉冲法.

(一) 核磁共振

原子核具有自旋角动量 p，根据量子力学 p 的取值为

$$p=\hbar\sqrt{I(I+1)} \tag{62.1}$$

式中：$\hbar=h/2\pi$，h 为普朗克常数；I 为自旋量子数，其取值为整数或半整数即 $0,1,2,\cdots$ 或 $\frac{1}{2},\frac{3}{2},\cdots$.

若原子质量数 A 为奇数，则自旋量子数 I 为半整数，如 $^{1}H(1/2)$，$^{15}N(1/2)$，$^{17}O(5/2)$，$^{19}F(1/2)$ 等；如 A 为偶数，原子序数 Z 为奇数，I 取值为整数，如 $^{2}_{1}H(1)$，$^{14}_{7}N(1)$，$^{10}_{5}B(3)$ 等；当 A、Z

均为偶数时 I 则为零，如${}^{12}_{6}C$，${}^{16}_{8}O$ 等.

原子核自旋角动量 $\boldsymbol{p}$ 在空间任一方向的分量(如 z 方向)的取值为：

$$p_z = m\hbar \tag{62.2}$$

m 的取值范围为 $-I, -(I-1), \cdots, (I-1), I$.

原子核的自旋运动必然产生一微观磁场称为原子核的自旋磁矩 $\boldsymbol{\mu}$，它与自旋角动量 $\boldsymbol{p}$ 的关系为

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \boldsymbol{p} \tag{62.3}$$

γ 称为旋磁比，γ 与原子核本身性能有关，它的数值可正可负.

与自旋角动量一样自旋磁矩在外加磁场方向的分量值也是量子化的

$$\mu_z = \gamma \hbar m \tag{62.4}$$

与 p 一样的取值范围一样，m 的取值范围也是 $-I, \cdots, I$. 对质子${}^1H$，$I=\frac{1}{2}$，m 的取值为 $-\frac{1}{2}$和$\frac{1}{2}$.

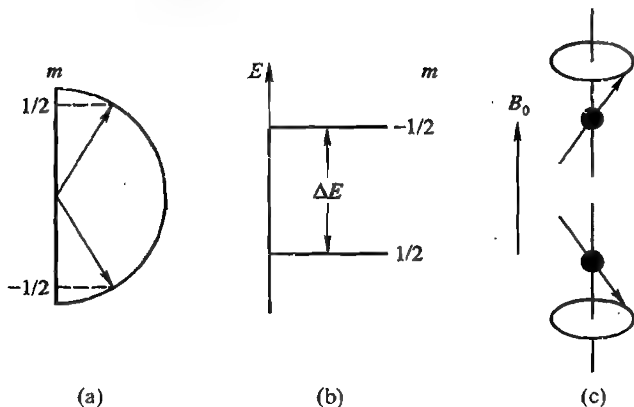


图 62-1 核磁共振

(a) 空间量子化；(b) 能级分裂；(c) 核旋进

原子核磁矩在外磁场 B_0 中将获得附加能量

$$E_m = -\mu_z B_0 = -\gamma \hbar m B_0 \tag{62.5}$$

以质子为例的 m 取值为$\frac{1}{2}$与 $-\frac{1}{2}$，从而在外磁场作用下核能级分裂成两个能级，其能级差 ΔE 为

$$\Delta E = \gamma \hbar B_0 \tag{62.6}$$

如果此时在与 B_0 垂直方向再加上一个频率为 ν 的交变磁场 B_1，此交变磁场的能量量子为 $h\nu$，当 $h\nu = \Delta E$ 时就会引起核能态在两个分裂能级间的跃迁，即产生共振现象. 此共振频率 ν_0 为

$$\nu_0 = \gamma \frac{B_0}{2\pi} \tag{62.7}$$

即共振频率 ν_0 与外磁场强度 B_0 成正比. $\frac{\gamma}{2\pi}$是个重要的实用参数，某些应用类的参考书中将$\frac{\gamma}{2\pi}$

也称为旋磁比. ^{1}H 的 $\frac{\gamma}{2\pi}=42.58$ MHz/T(兆赫/特斯拉), ^{2}H 为 6.53 MHz/T, 将此数乘以外磁场 B_0 的值就得到核磁共振的频率 ν_0, 此频率处于无线电波段的射频范围故常称为射频场.

从运动学的角度看核磁矩 $\boldsymbol{\mu}$ 并不与外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 的方向一致, 因而受到外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 引起的力矩 $\boldsymbol{\mu}\times\boldsymbol{B}_0$ 的作用, 因而有

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{\mu}\times\boldsymbol{B}_0 \tag{62.8}$$

即

$$\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}t}=\gamma(\boldsymbol{\mu}\times\boldsymbol{B}_0) \tag{62.9}$$

由式(62.9)可知核除自旋外还要以角频率 $\omega_0=2\pi\nu_0$ 绕磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 进动, 如图 62－1(c)所示, 进动的角频率为

$$\omega_0=-\gamma B_0 \tag{62.10}$$

此式与用能量关系所得到的式(62.7)是完全一致的. 此圆频率 ω_0 也称为拉莫尔(Larmor)频率, 此进动称为拉莫尔进动. 只有外加交变磁场 B_1 的频率与拉莫尔频率一致时才能产生共振吸收.

(二) 宏观磁矩与弛豫过程

单个原子核磁矩的强度很弱不可能在实验中观察到, 我们能测量到的是由大量原子核组成的宏观物体的磁矩. 在宏观物体内每个核磁矩的空间取向是随机的, 不表现出宏观磁性. 只有将物体放在外磁场内才出现空间量子化, 表现出宏观磁性. 我们用磁化强度矢量 $\boldsymbol{M}$ 表示单位体积的宏观磁矩, 其取向与外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 一致。每个核磁矩均绕着 $\boldsymbol{B}_0$ 方向旋进, 它们彼此间的相位是随机的如图 62－2(a)所示. 总的宏观磁矩 $\boldsymbol{M}_0$ 与 $\boldsymbol{B}_0$ 的方向即 z 方向一致, 在 x、y 方向的分量为零. 若因某种因素(如加射频场 $\boldsymbol{B}_1$)使 $\boldsymbol{M}$ 偏离 z 轴如图 62－2(b)所示, $\boldsymbol{M}$ 除了有 z 分量外还有位于 $x-y$ 平面内的分量 $\boldsymbol{M}_{xy}$, 总磁矩 $\boldsymbol{M}$ 将绕 z 轴以拉莫尔频率 ω_0 旋转, 并逐渐恢复到平衡态, 这个过程称为弛豫过程如图 62－2(c)所示.

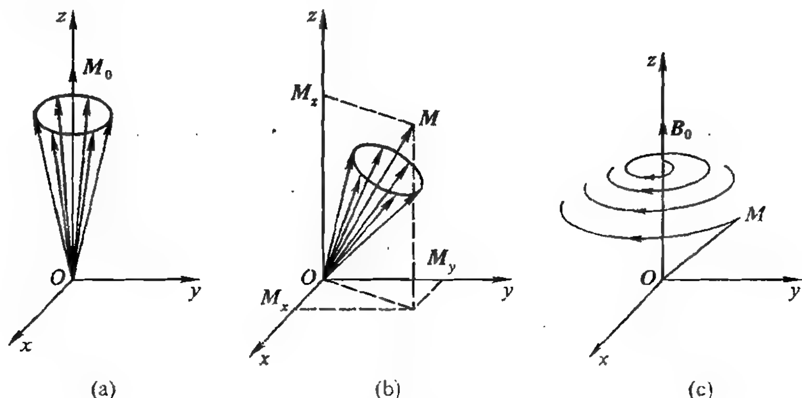


图 62－2　宏观磁化

(a) 平衡态; (b) 非平衡态; (c) 空间坐标系中的弛豫过程

从微观角度看，弛豫过程的机理可分为两类：一种是由于自旋磁矩与周围介质（晶格）的相互作用使 M_z 逐渐恢复到 M_0，称为自旋－晶格弛豫，也称为纵向弛豫，以弛豫时间 T_1 来表征；另一种称为自旋－自旋弛豫，它导致 $\boldsymbol{M}$ 的横向分量 $\boldsymbol{M}_{xy}$ 逐渐趋于零，也称为横向弛豫，以弛豫时间 T_2 表征．在平衡态下 $\boldsymbol{M}_{xy}=0$，各核磁矩在 x、y 平面上的取向是无规的，即各核磁矩旋进的相位是随机无序的．当 $\boldsymbol{M}_{xy}\neq 0$，就意味各核磁矩的相位有了一定的一致性，如图 62－3(a)所示．这种非平衡态通过核磁矩间的相互作用使相位逐渐趋于无序，即 $\boldsymbol{M}_{xy}\to 0$．由于 $\boldsymbol{M}_z=\boldsymbol{M}_0$ 时，$\boldsymbol{M}_{xy}$ 必然为零，相反的情况是不可能出现的，因而 T_2 一定小于 T_1，即先是 $\boldsymbol{M}_{xy}\to 0$ 才会有 $\boldsymbol{M}_z\to\boldsymbol{M}_0$，弛豫过程如图 62－3 所示．

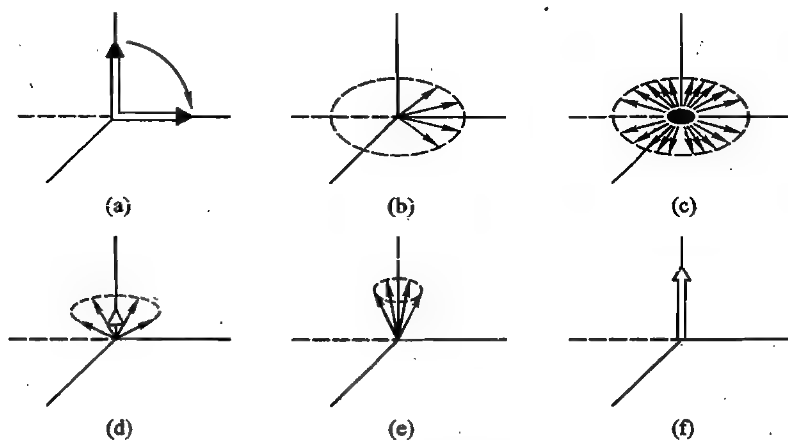


图 62－3　弛豫过程

纵向弛豫过程的数学表达式为

$$\frac{\mathrm{d}M_z}{\mathrm{d}t}=\frac{-(M_z-M_0)}{T_1} \tag{62.11}$$

其解是

$$M_z=M_0+(M_z^0-M_0)\mathrm{e}^{-\frac{t}{T_1}} \tag{62.12}$$

其中 M_z^0 为 $t=0$ 时 M_z 的值．若 $t=0$ 时 $M_z^0=0$（相当于$\frac{\pi}{2}$脉冲的作用），则

$$M_z=M_0(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{T_1}}) \tag{62.13}$$

若 $t=0$ 时 $M_z^0=-M_0$（相当于 π 脉冲的作用），则

$$M_z=M_0(1-2\mathrm{e}^{-\frac{t}{T_1}}) \tag{62.14}$$

横向弛豫过程的数学表达式为

$$\frac{\mathrm{d}M_x}{\mathrm{d}t}=-\frac{M_x}{T_2} \tag{62.15}$$

$$\frac{\mathrm{d}M_y}{\mathrm{d}t}=-\frac{M_y}{T_2} \tag{62.16}$$

M_x 和 M_y 的解是相同的

$$M_x = M_x^0 e^{-\frac{t}{T_2}} \tag{62.17}$$

式中：M_x^0 为 $t=0$ 时 M_x 的值. M_y 也符合此规律.

（三）弛豫时间的测量

1．自由感应衰减(FID)信号及其频谱

为测量 T_1、T_2，在与外磁场 $\boldsymbol{B}_0$(z 轴)垂直的平面内加一脉冲旋转磁场 B_1(其 $\omega_1=\omega_0=\gamma B_0$，$B_1 \ll B_0$)，从与 B_1 转速相同的坐标系 x'，y'，z'(其中 z' 与 z 方向一致)中看，M 在 B_1 的作用下以角速度 γB_1 向 y' 的方向旋转.如此脉冲的作用时间为 T，则 $\boldsymbol{M}$ 的倾角 θ 为

$$\theta = \gamma B_1 T \tag{62.18}$$

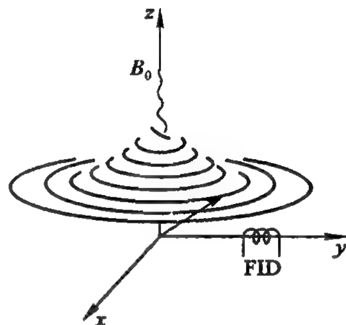


图 62－4　信号的获得

当 B_1 一定时，改变脉冲宽度 T 可使 $\theta=\frac{\pi}{2}$.即 M 从 z' 方向倒向 y' 方向.如果在 y 方向放一电感线圈就可检测到横向弛豫引起的指数衰减信号

$$S(t) = A e^{-\frac{t}{T_2}} \tag{62.19}$$

此信号称为自由感应衰减(free inductive decay，FID)信号.图 62－5(a)显示的是使磁矩转 $\frac{\pi}{2}$ 的射频脉冲，其频率为 ν，脉宽为 T.当 ν 与核的共振频率 $\nu_0=\frac{\gamma}{2\pi}B_0$ 相同时，FID信号严格按式

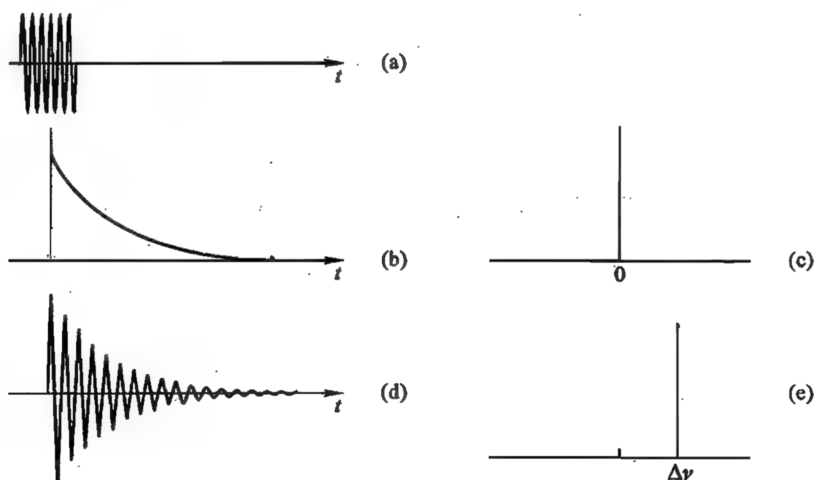


图 62－5　FID 信号及其频谱

(a) $\frac{\pi}{2}$射频脉冲；(b) $\nu=\nu_0$ 时的 FID 信号；(c) (b)的频谱；

(d) $\nu=\nu_0+\Delta\nu$ 时的 FID 信号；(e) (d)的频谱

(62.19)变化如图 62 - 5(b)所示，其傅里叶变换后的频谱($\frac{1}{t}$)如图 62 - 5(c)所示，它的峰位在 $\nu=0$ 处，此时射频频率 ν 与 ν_0 一致，它的峰高与信号强度有关，即与共振核的数量有关. 当射频频率 ν 与 ν_0 有一差异 $\Delta\nu$ 时，FID 信号如图 62 - 5(d)所示，其衰减规律可表达成

$$S(t)=A\cos(2\pi\Delta\nu t)e^{-\frac{t}{T_2}} \tag{62.20}$$

其频谱如图 62 - 5(e)所示，与图 62 - 5(c)相比两者的差异仅在于峰位移动了 $\Delta\nu$. 因而可根据频谱图来改变射频脉冲的频率使其达到严格的共振 $\nu=\nu_0$，同时也可以改变射频脉冲的宽度 T 或脉冲幅度 B_1 来准确判断是否达到了 $\frac{\pi}{2}$ 的要求. 信号经过傅里叶所得到的频谱在做结构分析时是非常有用的，化学家将 $\Delta\nu$ 称为化学位移，这是由于化学结构不同使核所处的环境有所变化使其共振频率有微小的位移.

2. 用自旋回波信号测 T_2

由 FID 的包络线测出的 T_2^* 往往要小于核自旋 - 自旋弛豫时间 T_2，这是由于外加磁场 B_0 的不均匀所引起的，它等效于有一个弛豫时间为 T_2' 的弛豫，一般小于 T_2，它们之间的关系为

$$\frac{1}{T_2^*}=\frac{1}{T_2}+\frac{1}{T_2'} \tag{62.21}$$

为消除 T_2' 的影响，在实验中常用自旋回波的方法. 其工作过程如图 62 - 6 所示，先加一个 $\frac{\pi}{2}$ 的射频脉冲场，使 M 从 z' 方向倒向 y' 方向如图 62 - 6(a)所示. 由于横向弛豫的作用经过一段时间 τ 后，各核磁矩的相位离散 M_{xy}' 减小如图 62 - 6(b)所示，为便于说明图上仅画两个核磁矩，一个旋进角速度高于 ω_0(右旋)，另一个低于 ω_0(左旋)，此时再加一个 π 射频脉冲，由于此磁场对 x' 方向分量 M_x 不起作用，仅使 y' 方向分量 M_y 反转 π，其旋转方向不变，如图 62 - 6(c)所示. 再经过时间 τ，M 在 $-y'$ 方向会聚形成极大，如同出现一个回波，其过程如图 62 - 6(d)、(e)所示. 实际的自旋回波信号如图 62 - 7 所示，从图中明显可知脉冲间隔的时间 τ 要大于 $3T_2'\sim5T_2'$，使磁场不均匀的影响在测量中可忽略不计，自旋回波的峰值仅由 T_2 决定. 改变 τ，测出一系列 τ 和回波信号的峰值用式(62.19)就可求出自旋 - 自旋弛豫时间 T_2. T_2 也可用 $\frac{\pi}{2}-\tau-\pi-2\tau-\pi-2\tau-\pi-\cdots$ 系列脉冲来测量，这种方法称为 Carr-Purcell(CP)系列脉冲法.

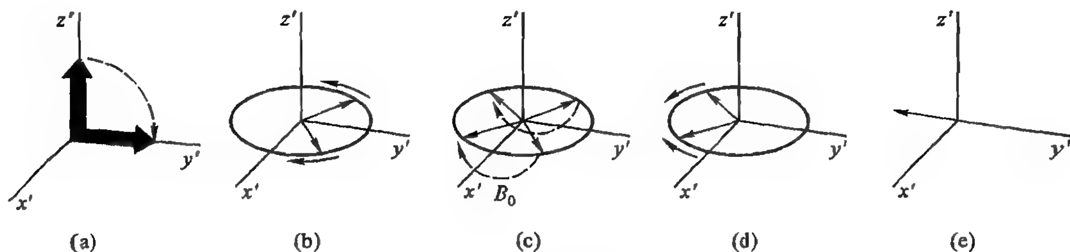


图 62 - 6 自旋回波原理图

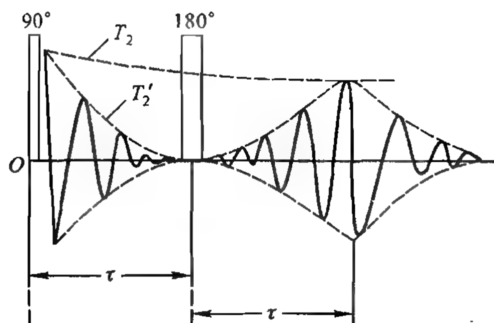


图 62－7　自旋回波信号示意图

3．T_1 的测量

如图 62－8 所示，T_1 的测量可采用 $\pi-\tau-\frac{\pi}{2}$脉冲序列，首先加一个 π 脉冲使 M_0 从 z 方向反转到 $-z$ 方向，这时由于自旋－晶格弛豫，M_z 将从 $-M_0$ 逐渐增加最后趋于 M_0．$M_z(t)$的变化规律见式(62.14)．如在 τ 时刻加一个$\frac{\pi}{2}$脉冲，使 M_z 转到 $-y'$方向，则在接收线圈中就能测到 FID 信号，其幅度正比于此刻的 $M_z(\tau)$．改变 τ，测出一系列的 $M_z(\tau)$即可由式(62.14)得出 T_1，也可用 $M_z(\tau_0)=0$ 时所对应的 τ_0，用 $\tau_0=T_1\ln 2$ 来测 T_1．

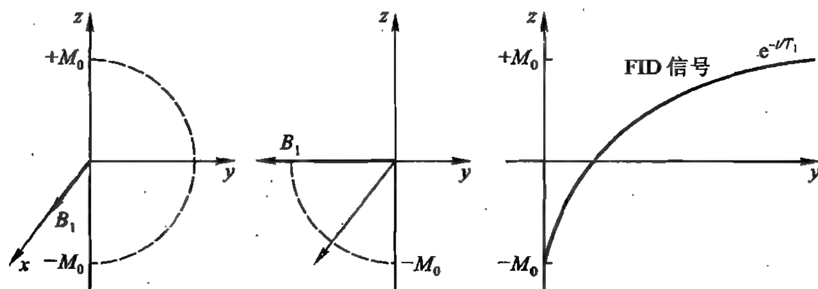


图 62－8　T_1 的测量原理

【实验装置】

本实验只用了核磁共振成像仪中部分功能，图 62－9 只画了与本实验有关的脉冲核磁共振谱仪框图部分，整体系统框图见图 62－15．装置由主磁体系统、电路系统和以计算机为核心的控制、采集、处理及显示系统三部分组成．

主磁体系统由主磁体和射频线圈两部分组成．主磁体的作用是产生静磁场 $\boldsymbol{B}_0$，其磁场强度大小直接决定核磁共振频率 ν_0，频率越高信号的信噪比越高，成像的质量也越好；磁场的均匀性影响图像的空间分辨率和图像的畸变；其稳定也直接影响仪器的使用．主磁体有永磁体、电磁体

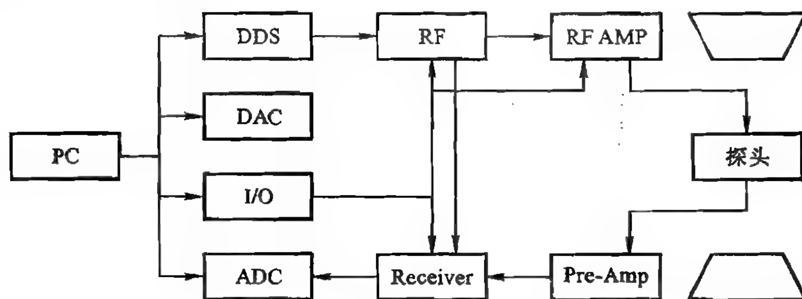


图 62-9 脉冲核磁共振谱仪框图

和超导磁体三种.电磁体能达到一般要求,但能耗大、场强值、均匀性和稳定性很难进一步提高.超导磁体的磁场强度可达到 9.4 T,均匀性、稳定性极佳,是理想的磁体,但价格昂贵.永磁体是用铝镍钴、稀土类永磁材料制成,成本低、维护简单,但磁场强度较低,强度不可调,适合用于要求不高的场合,本实验装置用的就是永磁体,磁场强度 B_0 在 0.4 T 左右.为提高主磁体的均匀性,主磁体上还装了几组均场线圈,调节均场电流可提高主磁体的均匀性,本装置在工作区域内的均匀性可达到 10^{-5} 量级.射频线圈也称探头,用来产生激励磁场和接收核磁共振信号,探头可以采用两个线圈分别用于发射和接收,也可以一个线圈在两种状态间切换.射频线圈最简单的结构为一螺旋管线圈,其中心轴与 B_0 垂直,位于 $x-y$ 平面.探头发射的射频场的均匀性和接收的灵敏度是评价其性能的主要指标.本实验采用的是螺旋管式结构.

电路系统由发射单元和接收单元两部分组成.RF 为数字信号发生器,其频率与脉冲的包络形状由计算机内的直接数字频率合成源(DDS)控制,再经过功率放大器(RF AMP)放大加到探头上.接收到的核磁共振信号先进入预放大器(Pre-Amp)使输入和输出信号间达到阻抗匹配.由于核磁共振信号很弱信噪比差,通常的接收器(Receiver)均采用相干探测技术,如锁相放大器,它可以在强噪声背景中测出某一待测信号的幅值与相位,因而接收器的输出端可得到相位差为90°的两个输出信号(称为实部和虚部),也可以通过计算机的处理直接显示它们的模值.本实验中采用的是更为先进的数字正交检测技术,其测量的思路和结果与相干探测技术是一致的.

计算机内插有将输入的模拟信号转换为数字信号的模-数变换器(ADC)、控制外部模拟信号的数-模变换器(DAC)和控制输入/输出(I/O)工作状态的 A/D 卡;以及控制射频频率与脉冲的包络形状的直接数字频率合成源 DDS 卡.它们的工作均受软件指挥.软件有仪器工作参数设定、数据采集、数据处理和图像显示等功能.工作参数设定中包括射频脉冲波形的设计和各脉冲间时序的设计,界面上有相关的图示及参考数据,使用者只需依据界面上的提示就能修改这些参数.数据采集前要确定采样的点数、累加次数等与采集有关的参数,采集的数据实时显示在屏幕上,一般实部(红色)和虚部(绿色)同时显示,也可选择只显示模值.根据测量数据可计算弛豫时间 T_1 和 T_2.数据处理中最重要的功能是快速傅里叶变换 FFT,从自由感应衰减信号 FID 经 FFT 所得的频谱图上可精确地测出共振频率,并据此调整射频脉冲的频率使其满足共振条件;也可以据此频谱图来测量化学位移.

【实验内容】

(1) 熟悉软件的功能，观察、采集 FID 信号及与信号采集有关的知识，如如何选择采样的点数，如何提高信噪比等．

(2) 用添加 $CuSO_4$ 的水作为样品放入磁场，测量其 FID 信号，并分析 FID 信号的频谱，测量并调准共振频率．

(3) 准确地获得 $\frac{\pi}{2}$ 和 π 射频脉冲．

(4) 用 $\frac{\pi}{2}-\tau-\pi$ 自旋回波法(改变 τ)测量几种样品(如 $CuSO_4$ 浓度不同的水溶液，浓度越高弛豫时间越小)的 T_2．

(5) 用 CP 序列脉冲法测量 T_2．

(6) 用 $\pi-\tau-\frac{\pi}{2}$ 系列脉冲法测量几种样品的 T_1(选做)．

(7) 观察化学位移现象(选做)．

【思考题】

(1) 弛豫时间 T_1 和 T_2 的物理意义，以及两者之间数值的关系．

(2) 如何从测到的 FID 信号来准确判断发射的射频信号频率与共振频率是否一致?

(3) 如何从 FID 信号来测量 T_2^*?

(4) 为什么自旋回波法可以消除磁场不均匀的影响?

(5) 用什么方法可以测量 T_1?

(6) 实验中改变什么参数来改变 $\boldsymbol{M}$ 的倾角 θ? 如何在实验中判断 $\boldsymbol{M}$ 已转了 $\frac{\pi}{2}$ 或 π?

【参考文献】

1　马丹 M L，马丹 G J，戴尔布什 J J．实用核磁共振波谱学．北京：科学出版社，1987

2　吴思诚，王祖铨．近代物理实验．第二版．北京：北京大学出版社，1995

二、核磁共振成像

【实验目的】

(1) 了解核磁共振成像原理；

(2) 空间编码的原理：z 方向的层面选择方法；x 方向的频率编码；y 方向的相位编码；

(3) 在选定层面上获得一维剖面图；

(4) 二维图像的获得；

(5) 二维图像的空间分辨率与密度分辨率的测量；

(6) 实际生物样品的核磁共振图像．

【实验仪器】

小型核磁共振成像仪,各种图形的样品及生物样品.

【实验原理】

1970年美国化学家P.C. Lauterbur提出了核磁共振成像(nuclear magnetic resonance imaging, NMRI)的思路和方法,1978年英国EMI制造出第一台NMRI仪,并成功地获得了第一张人体头部NMR的断层图像.NMRI的关键是需要对核磁共振信号进行空间编码,解译经过编码的NMR信号就可得到实空间的NMR图像,编码方式是NMRI技术的核心.NMR成像的过程包括自旋核的激发、核磁共振信号的采集与编码、图像重建和显示等步骤.NMRI在成像过程中对人体没有电离辐射损伤,与其他的成像方法如X-CT、超声成像和核医学成像相比,还具有空间分辨率高、对比度大的优点,从而受到广泛重视和大力发展.

核磁共振成像就是将核磁共振信号所反映的核密度或弛豫时间 T_1, T_2 加权的核密度空间分布显示成图像.为此必须对核磁共振信号进行空间编码.在一均匀的外加磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 内所有同类核磁共振频率均相同无法区分它们的空间位置,为此必须在均匀外磁场 $\boldsymbol{B}_0$ 上叠加一非均匀场 $\boldsymbol{B}(x,y,z)$,其磁场的方向与均匀场 $\boldsymbol{B}_0$ 的方向一致,其数值与坐标 (x,y,z) 相关,这样共振频率 $\nu_0(x,y,z)$ 就是空间位置的函数,因而只要将测出的FID信号或自旋回波信号进行傅里叶变换所得到的频谱图 $F\{\nu_0(x,y,z)\}$ 就反映了核密度的空间分布,即我们常说的核磁共振图.这就是核磁共振成像的空间编码和图像重建的基本思路.由于核磁共振成像的技术发展太快,各种编码的方法有几十种,我们这里只能介绍一种基本的方法.

三维图像可由一系列 $x-y$ 平面图像在 z 方向叠加而成,所以二维成像的方法是三维成像的基础.下面首先讨论如何在 z 方向选定一特定的横断面,然后讨论如何在此横断面上得到二维图像.

z 方向的横断面选择较为简单,只需在 z 方向加一个与 $\boldsymbol{B}_0$ 方向相同的线性梯度场 $\boldsymbol{G}_z$ 即可,总磁场强度 $\boldsymbol{B}(z)$ 为

$$\boldsymbol{B}(z)=\boldsymbol{B}_0+G_z\cdot z \tag{62.22}$$

式中:G_z 为一常数,单位为T/m或Gs/cm.

这时若选择射频脉冲的圆频率 ω 为

$$\omega(z_1)=\gamma B(z_1)=\gamma(B_0+G_z\cdot z_1) \tag{62.23}$$

则 $z=z_1$ 横断面附近的核将产生共振,其他各层的核均处于非共振状态,对NMR信号无贡献,如图62-10所示.由图可见如梯度 G_z 越大,射频脉冲圆频率 ω 的带宽 $\Delta\omega$ 越窄,则 z 方向的空间分辨率 Δz 越高,但薄层内所含的核数量也减少使信号的信噪比下降.

一对特殊设计的线圈产生梯度场 G_z,它们分别贴在两个磁极的表面,梯度的大小与线圈中的电流 I 成正比,改变电流即可改变 G_z 的值,本装置中 G/I 为1.6 Gs/(A·cm).

在 z 方向的梯度场 G_z 和 $\frac{\pi}{2}$ 射频脉冲的共同作用下,选定了 $z=z_1$ 的横断面后,即可撤掉梯度场 G_z(见图62-11),此时该横断面内所有的核均以同一角速度绕 z 轴旋转.然后在 x 方向加

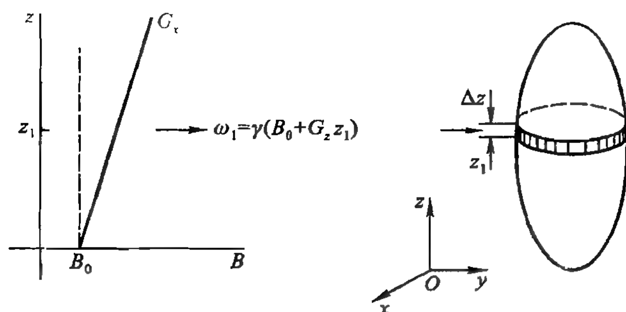


图 62－10 z 方向的梯度场和选层

一梯度为 G_x 的梯度场(见图 62－11),其磁场方向仍与 B_0 相同,这时只要 x 值相同这些核均以相同的角速度运动

$$\begin{aligned}\omega(x,z_1)=\gamma B(x,z_1)=\gamma\{B(z_1)+G_x x\}=\omega(z_1)+\gamma G_x x\\=\omega(z_1)+\omega(x)\end{aligned}\tag{62.24}$$

从而实现了 x 方向的频率编码,测到的 NMR 信号 $S(t)$是这些不同频率信号的总和.对测出的 NMR 信号 $S(t)$进行傅里叶变换所得到的频谱 $F\{\omega(x)\}$即是核密度在 x 方向的剖面图,因为 $\omega(x)$是与 x 成正比的.

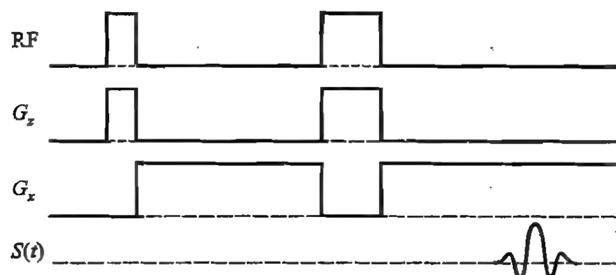


图 62－11 x 方向的频率编码

为实现 y 方向的编码,在射频脉冲撤销之后,加 x 方向梯度场之前,加一个 y 方向的梯度场 G_y,持续时间为 t_y.由于 G_y 的作用,使与 y 轴平行的所有核以相同的角频率 $\omega(y)$运动

$$\begin{aligned}\omega(y,z_1)=\gamma B(y,z_1)=\gamma\{B(z_1)+G_y y\}=\omega(z_1)+\gamma G_y y\\=\omega(z_1)+\omega(y)\end{aligned}\tag{62.25}$$

经过 t_y 时间后所有核附加了一个与 y 有关的初相位 $\varphi(y)$

$$\varphi(y)=\omega(y)t_y \tag{62.26}$$

撤走梯度场 G_y 后,初相位 $\varphi(y)$则与 y 成正比实现了 y 方向的编码,从而横断面上每一空间位置(x,y)可由其对应的 $\varphi(y)$相位和频率 $\omega(x)$来确定.

但对一组确定的$\{G_x,G_y\}$值测到的只能一条 FID 或回波信号 $S(t)$,对此 $S(t)$信号只能进

行一维傅里叶变换 $F\{\omega(x)\}$ 得到的仅反映核密度在 x 投影方向的分布 $\rho(x)$. 每一个 x 坐标得到的 $\rho(x)$ 值是由 x 坐标上具有不同初位相 $\omega(y)t_y$ 而频率 $\omega(x)$ 相同的信号叠加所得. 为了获得 y 方向的分布，需在 y 方向施加不同幅度的梯度场 $g_y=nG_y$（如从 $G_y, 2G_y, 3G_y, \cdots, (N-1)G_y, NG_y$），这样就可得到 N 条 FID 或回波信号 $S(t,g_{y1}), S(t,g_{y2}), \cdots S(t,g_{yN})$，从而可得到 N 组一维傅里叶变换函数 $F\{\omega(x),g_{y1}\}, F\{\omega(x),g_{y2}\}, \cdots, F\{\omega(x),g_{yN}\}$. 由于 $g_y=nG_y$ 的作用，每一条不同梯度场 g_y 所测出的信号中 $S(t,g_{yn})$ 的初相位 $n\omega(x)t_y$ 不同，而且初相位 $n\omega(x)t_y$ 还与 y 值成正比. 对得到的 N 个 $F\{\omega(x),g_y\}$ 数据矩阵，再做一次傅里叶变换就得到 $\rho(x,y)$ 二维分布函数. 图 62 - 12 是二维傅里叶变换的示意图.

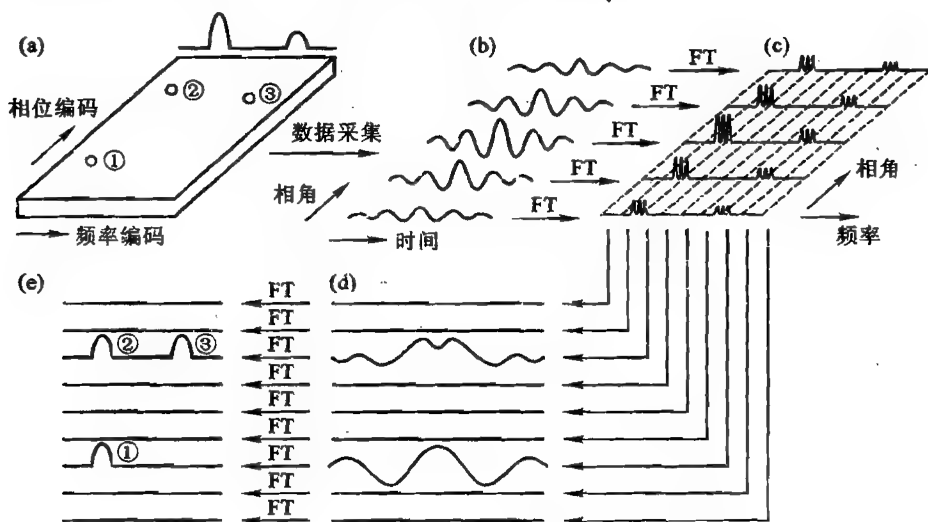


图 62 - 12　二维傅里叶变换示意图

(a) 表示选定的成像层面；(b) g_y 不同时测出的一系列回波信号；(c) 第一次傅里叶变换所得到的数据阵；(d) 从(c)的傅里叶矩阵中抽出一新的数据阵；(e) 对(d)进行第二次傅里叶变换后获得的图像

图 62 - 13 是自旋回波成像所采用的射频脉冲和梯度场脉冲之间的时序关系，也是我们实验中所采用的. 它有以下几个特点：

(1) 射频脉冲包络在时域按 $\sin\alpha/\alpha$ 规律变化简称软脉冲，由图 62 - 14 可知，它的傅里叶变换是个矩形脉冲，也就是说在频域看，射频脉冲带宽内各频率的强度相同，即存在梯度场时梯度场内各处的作用力是一致的，以减小成像中的密度测量误差.

(2) 此处 $\frac{\pi}{2}$ 和 π 射频脉冲之间的差异是改变脉冲的幅度，脉冲的宽度是相同的.

(3) 在选层梯度场脉冲结束后加了一个反向脉冲，时间为正向脉冲的一半，其作用是补偿由于该薄层内各子层间共振频率的微小差异造成的像散作用，以提高测量的灵敏度.

(4) 在加相位编码的梯度场时，同时也加了频率编码的梯度场以提高效率.

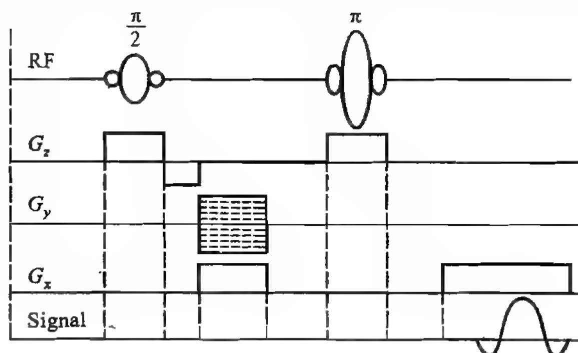


图 62-13 自旋回波成像所采用的射频脉冲和梯度场脉冲之间的时序关系

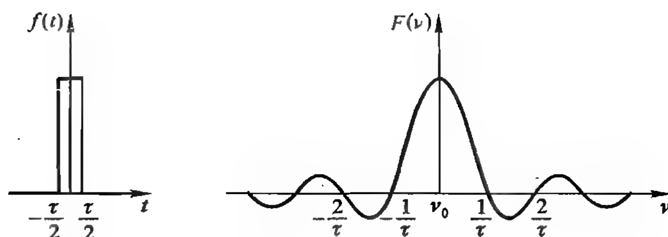


图 62-14 矩形脉冲的傅里叶变换

在 τ 时间内加一幅度恒定的矩形脉冲，它对应于中心频率为 ν_0 的频域函数是 $F(\nu)=A\tau\sin\pi\nu\tau/\pi\nu\tau$. 反之时域为 $\sin\alpha/\alpha$ 函数，在频域就是矩形函数

【实验装置】

小型核磁共振仪的框图如图 62-15 所示. 仪器的详细操作步骤见仪器说明书.

本实验装置与前面图 62-9 所示装置相比，磁体部分增加了三组梯度线圈，电路部分增加了梯度单元(Grad)，以及相应的软件，与前面相同的部分这里不再重复. 实验中用三组梯度线圈来实现信号的空间编码. 三组线圈分别产生 x、y、z 三个轴相互正交的梯度场 G_x、G_y、G_z，它们的磁场方向与 B_0 相同. 由于梯度线圈用于核磁共振信号的空间编码，其梯度场的线性度是至关重要的，它直接影响图像的失真度；梯度场的斜率在一定程度上影响空间分辨率，斜率太小分辨率下降；梯度场从零上升至稳定值所需时间称为响应时间，在高速成像时应特别注意；梯度线圈工作于脉冲状态，上升或下降时的脉冲电流在周围导体上将感应出涡流，增加屏蔽装置减小涡流影响是设计时必须考虑的问题. 梯度单元由三组独立的电源组成，它们要有在瞬间输出大电流的能力，矩形脉冲的上升时间要小. 梯度脉冲的波形和彼此间的时序关系由计算机控制. 频率编码的 FID 曲线，经过 FFT 后的频谱即为物体的一维剖面图. 经过频率编码和相位编码的核磁共振数据，经二维 FFT 后即可得到物体在实空间的平面图. 软件还有一些常用的图像处理功能，如放

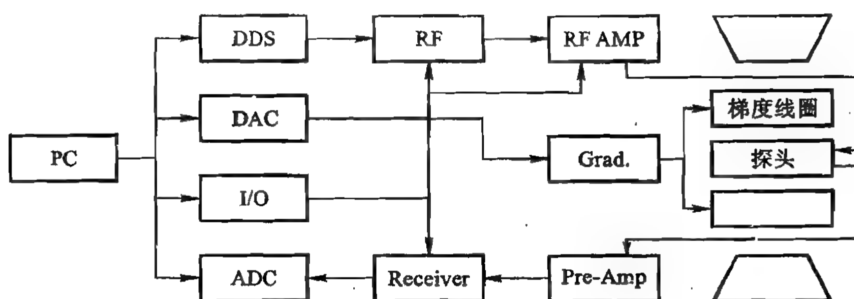


图 62－15　核磁共振成像仪框图

大、缩小、灰度调节、假彩色编码、剖面曲线等可供选用.

实验磁场与样品的空间坐标如图 62－16 所示.如果我们仍以磁场 $\boldsymbol{B}$ 的方向为 z，则样品管的插入方向为 x，管子的横截面则为 $y-z$ 平面.选层时需用 x 方向的梯度场，相位编码时用 y 方向的梯度场，频率编码时用 z 方向的梯度场.

【实验内容】

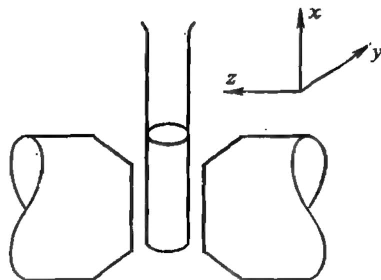


图 62－16　磁场与样品的空间坐标系

(1) 在圆形试管内放入 $CuSO_4$ 水溶液，用软脉冲观察 FID 和自旋回波信号.

(2) 用改变脉冲幅度的办法获得软脉冲的 $\frac{\pi}{2}$ 和 π 脉冲.

(3) 选择 $x=0$ 的横截面，用自旋回波法实现频率编码，获取一维剖面图.

(4) 改变 x 的位置确定静磁场在 x 方向的成像区域.

(5) 选择 $x=0$ 的横截面，用自旋回波法实现频率编码和相位编码，获取二维剖面图.

(6) 改变 x 的位置，获取不同截面的剖面图.

(7) 在圆形试管内放入 $CuSO_4$ 水溶液，再放入不同形状的样品，测定核磁共振图像的几何分辨率和密度分辨率.

(8) 选择一生物样品，获取其核磁共振图像.

【思考题】

(1) z 方向编码的原理是什么？如何选定 z 方向的位置和选层的厚度？

(2) x 方向频率编码的原理是什么？为什么在射频脉冲发射期间只加 z 方向的选层梯度场而不加 x 方向的频率编码梯度场？而射频脉冲结束后却只加 x 方向梯度场而不加 z 方向的梯度场？

(3) y 方向的编码原理是什么？为什么要改变 y 方向梯度场的强度？其改变的次数与什么因素有关？

(4) 如何从测出的 n 组 $S(t, g_{yn})$ 信号反演出实空间的图像？

(5) 为什么选用软脉冲来激发而不用矩形脉冲？

(6) 圆形试管的一维剖面图应该是什么样子的曲线？

(7) 实空间图像的空间分辨率由什么因素决定？

【附录】

二维成像的数学表达

只有在 xy 平面内的磁化强度矢量 $\boldsymbol{M}_{xy}$ 才能感应核磁共振信号，如用复数表示 $\boldsymbol{M}_{xy}$ 可写成：

$$\boldsymbol{M}_{xy} = \boldsymbol{M}_x + \mathrm{i}\boldsymbol{M}_y \tag{62.27}$$

考虑 T_2 的弛豫作用，结合式(62.17)，上式可写成

$$\boldsymbol{M}_{xy}(t) = \boldsymbol{M}_{xy}^0 \mathrm{e}^{-\frac{t}{T_2}} \tag{62.28}$$

式中：

$$\boldsymbol{M}_{xy}^0 = \boldsymbol{M}_x^0 + \mathrm{i}\boldsymbol{M}_y^0 \tag{62.29}$$

再考虑到 $\boldsymbol{M}$ 围绕着 $\boldsymbol{B}$ 以角速度 ω 进动，则式(62.28)应为

$$\boldsymbol{M}_{xy}(t) = (\boldsymbol{M}_{xy}^0 \mathrm{e}^{-\frac{t}{T_2}})\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \tag{62.30}$$

我们测到的信号 $S(t)$ 与 $M_{xy}(t)$ 成正比，即

$$S(t) \propto M_{xy}(t) \tag{62.31}$$

而磁化强度 $M_{xy}(t)$ 又与自旋原子核的数目 N 成正比，令 $\rho(x, y)$ 为自旋核的密度，则

$$N = \iint \rho(x, y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{62.32}$$

故式(62.31)可写成

$$S(t) = k\iint \rho(x, y)\mathrm{e}^{-\frac{t}{T_2}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{62.33}$$

如果计及 z 方向的频率编码，此时 ω 应为 $\omega(z_1) + \omega(x)$. 这里我们将 $\omega(x)$ 改写成 ω_x 以区别于相位编码时的 ω_y，同时也考虑到公式的对称性，上式应为

$$S(t) = k\iint \rho(x, y)\mathrm{e}^{-\frac{t}{T_2}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(z_1)t}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_x t_x}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{62.34}$$

再考虑到相位编码的作用 $\phi(y) = \omega(y)t_y$，式(62.34)成为

$$S(t) = k\iint \rho(x, y)\mathrm{e}^{-\frac{t}{T_2}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(z_1)t}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_x t_x}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega_y t_y}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{62.35}$$

由于 e^{-t/T_2} 和 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(z_1)t}$ 对积分无贡献，可提到积分号前，并忽略这两项的作用，这样 $S(t)$ 就是 t_x 和 t_y 的函数，$S(t)$ 最终可写成

$$S(t_x, t_y) = k\iint \rho(x, y)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega_x t_x + \omega_y t_y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{62.36}$$

注意：式中的 t_y 并非常数，它像 t_x 一样也是个变量，这是由于 y 方向的梯度场是可变的 $g_y = nG_y$，所以同一值的初位相为 $\omega(y)nt_y$，本式中 t_y 的含义是 nt_y，所以也是个变量.

对 $S(t_x, t_y)$进行二维傅里叶变换就得核磁共振图像 $\rho(x, y)$

$$\rho(x, y) = h\iint S(t_x, t_y)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\omega_x t_x + \omega_y t_y)}\mathrm{d}t_x\mathrm{d}t_y \tag{62.37}$$

式中:h 为一常数.

【参考文献】

1 俎栋林.核磁共振成像学.北京:高等教育出版社,2004
2 黄继英,梁星原.磁共振成像原理.西安:陕西科学技术出版社,1998
3 臧充之,彭培芝,张洁天,吕斯骅.核磁共振成像教学实验.物理实验,2004,24(8):3～7

设 计 实 验

设计实验一

测定速度和加速度

一、用极限法测定瞬时速度

【实验要求】

将气轨调成倾斜，令滑块从某一位置如 A 点开始下滑，用极限法测出滑块通过 P 点（距 A 50.0 cm 处）的瞬时速度 v_P.

(1) 列出实验原理公式；

(2) 写出实验主要设计思想及步骤；

(3) 用作图法（外推）和最小二乘法处理数据；

(4) 比较滑块从不同位置开始下滑通过 P 点的瞬时速度 v_P，分析在气轨上做其他与测定速度有关的实验（如“气轨上弹簧振子的简谐振动”）时，由于瞬时速度测量的近似性所带来的误差对实验结果的影响；

(5) 实验中用作图外推的方法求滑块通过气轨上某一点的瞬时速度，其依据是什么？作了什么假定？请考虑这种方法在什么情况下不会得出正确结果.

【仪器用具】

气轨装置一套，滑块一只，垫块一只，光电门一只，光电计时器一台，至少五种不同挡光距离的 U 形挡光片，游标尺.

二、测定瞬时速度和加速度

【实验要求】

在给定倾斜度的气轨上，用平板形挡光片测量滑块自静止开始自由下滑 50.0 cm 时的瞬时速度.

(1) 写出实验原理公式；

(2) 写出实验的主要设计思想；

(3) 用合适的数据处理方法求结果；

(4) 试分析实验误差的主要来源，并估计其总不确定度.

【仪器用具】

气轨装置，垫块，滑块，平板形挡光片，光电门两个，光电计时器一台.

三、测定重力加速度

【实验要求】

(1) 利用摆长固定的两个单摆测定当地的重力加速度；
(2) 已知两单摆从悬点到摆球最低点长度之和.

【仪器用具】

单摆装置两套,电子秒表,游标卡尺.

设计实验二

测量质量和密度

一、测量质量

【实验要求】

用合适的实验方法测定物理天平横梁上游码的质量(不得将游码从天平上取下)及其不确定度.

【仪器用具】

物理天平一台,钢板尺一把.

二、测定密度

【实验要求】

测定一只给定的金属小球的密度及估计结果的不确定度.

【仪器用具】

金属小球(其质量大于 8 g,小于 9 g),物理天平(规格 500 g/0.05 g),砝码(不提供 1 g 的砝码,只有 2 g 和 5 g 的砝码),螺旋测径器.

设计实验三

测定角速度和角加速度

【实验要求】

对给定的绕固定轴转动的刚体，用实验方法检验在某一恒定外力矩作用下，该刚体做匀角加速转动，并给出这一恒定外力矩的数值.

(1) 列出实验原理公式；

(2) 列出主要实验步骤和计算步骤；

(3) 请你设计一套装置，直接测量一个金属圆环绕其几何中心转动的角速度、角加速度以及圆环对中心轴的转动惯量.

【仪器用具】

刚体转动装置(北京大学仪器厂制)，砝码(8×5.0 g)，电子停表.

设计实验四

用应变片研究碰撞过程

一、瞬时力的微机实时测量

【实验要求】

(1) 设计并组装一套实验装置，测量气轨上滑块作弹性碰撞过程中，滑块所受弹性作用力随时间的变化.

① 写出总体设计思路.

② 画出实验装置框图，并说明每一部分的具体功能，电路参数设计的方案.

③ 设计对冲力大小进行标定的方案，找出力和放大电路输出信号(电压)的对应关系.

④ 设计用微机采集实验数据的程序要求：实时采集数据，每两个数据的采集间隔 0.1 ms(由≥100 个数据进行平均)，整个过程的完成时间约十至几十毫秒；用窗口直接显示物理过程(冲力 F 随时间 t 的变化)；实验参数可由实验者自行选定.

(2) 设计在气轨上滑块作非弹性碰撞过程中，滑块所受非弹性力随时间变化的实验装置.

【仪器用具】

气轨、滑块(带有弹簧片)，电阻应变片一片(250 Ω)，μA741 集成运算放大器两块，DC－DC 转换器(5～15 V、5～12 V 各一个)，精密可调电阻 6 只，5 V 直流稳压电源一台，PC－1 216 K A/D 卡一块，微机一台.

【提示】

(1) 电阻应变片的特性和粘贴知识请参阅航天部 701 所的有关资料.

(2) 关于非平衡桥及线性直流放大器的一般实验基础知识参阅本书“实验十九　非平衡桥测铂电阻的温度系数”和“实验四十五　运算放大器的应用”.

(3) A/D(模/数)转换原理及应用可参阅本书设计“实验二十七　智能检测”及查阅有关资料.

二、冲量的测量和直接检验动量定理

【实验要求】

(1) 测量任一时间间隔内作用在滑块上的冲量；

(2) 测量滑块在某一时刻的瞬时速度，写出实验设计方案并实施；

(3) 用实验方法直接检验动量定理，写出设计方案并实施.

【仪器用具】

自行设计的测瞬时速度装置一套，其他仪器同本实验(一)“瞬时力的微机实时测量”实验中的仪器用具.

【提示】

对作用力 F 随时间 t 变化的 $F-t$ 曲线作多项式拟合，并作积分运算处理.

设计实验五

用霍尔传感器研究碰撞过程

【实验要求】

利用气轨装置,请用霍尔传感器自行设计并组装一套实验装置测定弹性作用力的大小,从而研究弹性碰撞过程.

【仪器用具】

参照设计实验四,请自行选择.

设计实验六

用传感器测弯曲应变并测定材料的杨氏模量

【实验要求】

利用电阻应变片用梁的弯曲法测定金属梁的杨氏模量.

【仪器用具】

电阻应变片(约 250 Ω),金属梁,梁的支架,精密电阻 6～7 只(2 只可调),AD620 仪用放大器 1 块,DC－DC 转换器一台,15 V 直流稳压电源一台,$4\frac{1}{2}$数字电压表一块.

【提示】

(1) 应变片粘贴位置适当偏离梁的中部;
(2) 电路设计参阅实验十九和实验四十五的内容.

设计实验七

自组光路用伸长法测定金属丝的杨氏模量

【实验要求】

自组光路用光杠杆装置测定金属丝的杨氏模量.

【仪器用具】

He－Ne激光器一台,透镜两块(焦距分别为 1 cm 和 27 cm),本实验室所用金属丝支架,光杠杆,尺及其支架,砝码若干.

设计实验八

冷却规律的研究

【实验要求】

一个表面温度为 T 的物体放置于温度为 θ 的环境中冷却时,其冷却规律可表述为

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}=K(T-\theta)^n$$

式中:$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t}$为冷却速率;$K$ 和 n 为与温度无关的常数.

试用实验方法测定在有循环水装置的环境中,某一确定系统在冷却时 n 和 K 的数值.

【仪器用具】

"实验十七　用冷却法测定液体的比热容"中的实验装置一套,自来水,热水,温度计两支①,停表.

① 可换用温度传感器(AD590 集成块),设计电路,A/D 转换卡,微机.要处理好 AD590 温度传感器浸入液体中的电绝缘及导热问题.

设计实验九

温差电偶和P－N结温度计在77～300 K温区的标定

【实验要求】

(1) 用铂电阻温度计标定铜－康铜温差电偶(77～300 K)；

(2) 用铂电阻温度计标定硅P－N结温度计(77～300 K).

【仪器用具】

低温恒温器,杜瓦瓶,数字电压表,液氮等.

【提示】

(1) 有关原理可参考实验三十五；

(2) 灌液氮时要注意安全.

设计实验十

简易万用电表的设计及校准

【实验要求】

(1) 测微安表头内阻 R_g(约数千欧)及满度电流 I_g(约 100 μA).

(2) 将表头改装成 0－1 mA－10 mA 电流表,要求用闭路抽头转换电路.对 10 mA 量程要求逐点校准,并画校准曲线.对 1 mA 量程只要求校准满量程点.

(3) 将表头改装成 1 kΩ/V,量程 0－2 V－5 V 电压表,并校准其满量程点.

(4) 设计一个 $R_中$ = 1 200 Ω 的欧姆表,要求 E 在 1.3～1.5 V 范围内欧姆表能调零.用电阻箱校准欧姆表,画校准曲线.用组装好的欧姆表测一未知电阻.

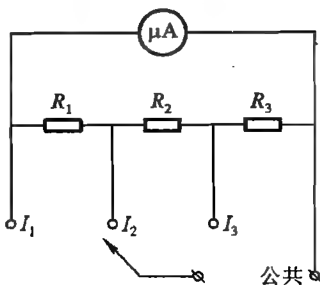
【仪器用具】

微安表头,电阻箱一个,数字万用表,电流表(0.5 级,0～10 mA),电压表(0.5 级,0－2 V－5 V),变阻器,直流电源,干电池一节,电位器,电阻若干.

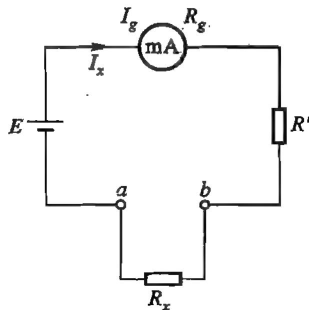
【提示】

(1) 设计万用电表时,为了兼顾电压和电阻的测量,首先将微安表头改装成电流、电压和电阻共用的电流表,通常采用如图设 10－1 所示的闭路抽头转换分流电路.用最小电流挡作为万用电表公用挡,如本实验的 0～1 mA 电流挡.

(2) 欧姆表原理.欧姆表原理性电路如图设 10－2 所示,当待测电阻 R_x 接入测试端 a 和 b 时,流过电流表的电流为



图设 10－1　多量程电流表



图设 10－2　欧姆表原理

$$I_x = \frac{E}{R_g + R' + R_x} \tag{设 10.1}$$

式中：E 为干电池电动势；R_g 为电流表内阻；R'为限流电阻. E,R_g,R'给定后，I_x 仅由 R_x 决定.

当 $R_x=0$，选择 R'数值使电流表满偏，即

$$I_g=\frac{E}{R_g+R'} \tag{设 10.2}$$

当 $R_x=R_g+R'$，$I_x=\frac{I_g}{2}$，电流表指针指刻度线的中点，习惯上用 $R_中$ 表示R_g+R'，即 $R_中=R_g+R'$，称之为欧姆表的中值电阻式，式(设 10.2)可写为

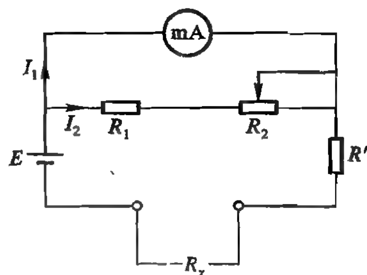
$$I_g=\frac{E}{R_中} \tag{设 10.3}$$

由式(设 10.1)可以看出 I_x 和 R_x 不是线性比例关系，所以欧姆表的刻度是不均匀的. 在使用欧姆表时一般用其中间一段刻度，比如 $R_中/5\sim5R_中$ 这段范围，以减小测量误差.

式(设 10.3)是设计欧姆表的基本公式，E 一般选 1.5 V 干电池，根据对 $R_中$ 的要求，由式(设 10.3)可求出 I_g，由此可选合适的电流表作表头以及限流电阻 R'数值. 例如设计一个 $R_中=1\ 500\ \Omega$的欧姆表，则 $I_g=1.5\ \text{V}/1\ 500\ \Omega=1\ \text{mA}$. 因此可选用量程为 1 mA 的电流表作为欧姆表的表头. 若此表头内阻 $R_g=2\ 700\ \Omega$，则

$$R'=R_中-R_g=1\ 500\ \Omega-270\ \Omega=1\ 230\ \Omega$$

以上设计的欧姆表要求电源 E 保持 1.5 V 不变. 但实际上电源用干电池，其电动势并非恒定，这将给测量带来很大误差，因此需要有"零欧姆调整器"，就是将测试端 a 和 b 短路，通过调节零欧姆调整器使电流表指满刻度. 实际欧姆表通常采用的电路如图设 10－3 所示，R_1 和 R_2 是电流表的分流电阻，可变电阻 R_2(以电位器代之)可用作零欧姆调整器. 设计欧姆表时，当 $R_x=0$ 时可让回路总电流 I 略大于电流表满度电流 I_g(1 mA). 比如选 $R_中=1\ 200\ \Omega$，则 $I=\frac{1.5\ \text{V}}{1\ 200\ \Omega}=1.25\ \text{mA}$. 选择合适的 R_1 和 R_2，使得 $E=1.5$ V 时 R_1 和 R_2 支路的分流电流 $I_2=0.25$ mA，因此流过电流表的电流 $I_1=1$ mA. 当 E 下降低于设计值时，增大 R_2 使 I_2 减小，以保持 I_1 仍为 1 mA. 同理，若更换新电池时 E 高于设计值，则可减小 R_2，使 I_2 增大，仍可保持 I_1 为 1 mA. 这就是 R_2 可用作零欧姆调整器的原理.



图设 10－3 欧姆表调零电路

【附录】

1. 电流表和电压表的校准

(1) 选择标准表的级别要比被校表高 2 级. 例如被校表为 1.5 级，则应选 0.5 级电表作为标准表.

(2) 校表前应先校正被校表及标准表的机械零点.

(3) 校准满量程点，即标准表指扩程表量程数值看扩程表是否指满度，若不指满度则应调分流电阻(对电流表)或降压电阻(对电压表)，直到扩程表指满度.

(4) 校准分度值，被校表例如 I_s 选整刻度，读标准表数值 I_x. 画校准曲线如图设 10－4 所示的 $\Delta I - I_x$ 曲线，其中 $\Delta I = I_s - I_x$.

2. 欧姆表的校准

用电阻箱作为标准电阻.

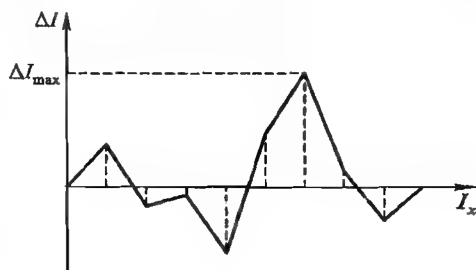
(1) a 和 b 两端短路($R_x = 0$)，调 R_2 使得表头满偏.

(2) a 和 b 两端接入电阻箱，调电阻箱数值使表头指针指在表盘中间刻度，记下电阻数值，和设计要求的中值电阻数相比较.

(3) 校准其他刻度值.

(4) 画校准曲线($I - R_x$ 曲线).

(5) 计算 $R_中$ 值的相对误差.



图设 10－4　电表校正曲线

【思考题】

(1) 设计 $R_中 = 1\ 200\ \Omega$ 的欧姆表，现有两块量程 1 mA 的电流表，其内阻分别是 250 Ω 和 70 Ω，你认为选哪块表作为表头较好？为什么？

(2) 设计一个 $R_中 = 120\ \Omega$ 的欧姆表.

(3) 试画出你所设计的万用电表的总电路图，可用波段开关(相当于单刀多掷开关)改变测量对象及量程.

设计实验十一

测定光电二极管特性

【实验要求】

(1) 测定光电二极管在给定光强下的开路电压、短路电流以及可能输出的量大功率；

(2) 测定开路电压及短路电流随光强变化的规律.

【仪器用具】

6 V 小灯泡及电源，1.5 V 电源，变阻器，电阻箱，数字万用表(只可用电压挡，准确度为±(0.8%读数+1个字)，内阻为 10 MΩ)，直尺，坐标纸，开关.

【提示】

(1) 光电二极管除具有一般二极管的特性外，在光照下，构成二极管的半导体 PN 结能产生电动势，叫光生伏特效应. 这一电压可从二极管的两个电极测量到. 将它与外电路连通，只要有光照，电路中就会有电流流过，从而可向外电路输出一定的功率. 若加在二极管上电压为 U，通过二极管的电流为

$$I = I_s(e^{qU/kT} - 1) - I_L$$

式中：第一项为一般二极管的正向电流；第二项 I_L 为光生电流.

对一个光电二极管，当两电极开路时，其光生电压称为开路电压 U_{oc}；当两电极短路时，光生电流叫短路电流 I_{sc}，它们是光电二极管的两个重要参数.

(2) 可参考朱世嘉等编写的《奥林匹克物理设计实验题解荟萃》中的题 2-5，本书由北京大学出版社于 1999 年出版.

设计实验十二

研究 P－N 结的温度特性

【实验要求】

(1) 测量 P－N 结温度传感器的正向伏安特性与温度的关系；

(2) 在恒定小电流条件下，测量 P－N 结温度传感器的正向电压和温度的关系，并测量硅材料的温度系数和禁带宽度(温度为 0 K)；

(3) 用自组测温电路测量人体体温.

【仪器用具】

直流电源，恒流源，电位器，电阻箱，数字万用表(两块)，数字温度计，P－N 结温度传感器，电热杯，保温杯，导线，开关.

【实验原理】

P－N 结构成的二极管和三极管的伏安特性对温度有很大的依赖性，利用这一点制成了 P－N 结温度传感器(温敏二极管)和晶体管温度传感器. 这类传感器灵敏度高，响应快，在科研生产中广泛应用.

二极管的正向电流、电压满足下式：

$$I = I_s(e^{qU/mkT} - 1)$$

在常温条件，$U>0.1$ V 时，上式可近似为

$$I = I_s e^{qU/mkT}$$

$$q = 1.602\times 10^{-19}\,\text{C}, \qquad k = 1.381\times 10^{-23}\,\text{J/K}$$

式中：q 为电子电量；k 为玻尔兹曼常数；T 为绝对温度；I_s 为反向饱和电流；m 为理想二极管参数，理论值为 1. 因管子特性、使用条件不同，m 值稍有变化，在实验中 $m\approx 2$.

由上式可知，当 T 为某一温度时，二极管正向电流、电压满足指数关系；如果温度升高，伏安特性曲线随之移动. 反向饱和电流 I_s 与温度有关

$$I_s = A e^{E_g/kT}$$

代人上式并取一恒定小电流(通常 $I_0 = 100\ \mu$A)，可以得到 U 和 T 近似满足线性关系

$$U \approx KT + U_{g0}$$

式中 $K = -2.3$ mV/℃. 即每升高 1 ℃，U 减小约 2.3 mV，这正是 P－N 结温度传感器的测温原理，由 U_{g0} 可以求出温度为 0 K 时半导体材料的禁带宽度 $E_{g0} = qU_{g0}$. 硅材料的 E_{g0} 约为 1.20 eV.

实验用 P－N 结温度传感器采用 SN2204 数字温度计所用配套传感器. 其最大反向工作电压为 100 V；反向电流为 25 nA；最大正向工作电流为 10 mA；最大正向工作电压为 1.0 V.

设计实验十三

热敏电阻温度开关

【实验要求】

(1) 测量热敏电阻阻值与温度的关系,测量温度常数 B;

(2) 制作一个 40 ℃的温度开关,用发光二极管作为开关状态显示.

【仪器用具】

热敏电阻,运算放大器,±15 V 直流电源,恒流源(最大输出电压 18 V),数字万用表两块,电阻箱,多圈电位器,数字温度计,保温杯,电热杯,玻璃管.

【提示】

热敏电阻是常用温度传感器之一,它具有体积小、响应快等优点,被广泛用于室温范围的测温或控温,可制成无触点温度开关、电子仪器的过热保护以及电暖炉等恒温发热器.

(1) 本实验采用半导体硅材料制成的热敏电阻,它具有负温度系数,其阻值随温度变化关系近似满足下式:

$$R = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)}$$

式中:R_0 为 T_0 时的电阻(初值);R 是温度为 T 时的电阻;T 为绝对温度;B 为温度常数.

硅热敏电阻的主要参数如下:

室温下电阻值:在 25 ℃时,20 kΩ

温度常数 B:3 900 K±5%(在 25~50 ℃时)

使用温度:−40~+300 ℃

响应时间:10~25 s,在无对流空气中

耗散常数:2.0 mW/℃,在无对流空气中

最大功率:200 mW,在 25 ℃时

(2) 有关比较器的原理参见实验四十五“集成运算放大器的应用”.

本实验采用的运算放大器为 μA741,其工作电压为±15 V.在不加负反馈时输出电压 $\pm U_{max}$ 约为±13 V.

(3) 实验中恒流源输出电流 $I=1$ mA.

(4) 发光二极管的正常工作电压 2 V,工作电流为 10 mA.本实验提供的发光管已串接了限流电阻.

设计实验十四

制作数字温度计

【实验要求】

(1) 设计制作铂电阻(Pt100 型)数字温度计.测温范围为 0～100 ℃;通过铂电阻的电流为 1 mA;输出电压为 0～100 mV(用数字万用表的 200 mV 挡).

(2) 设计制作 P－N 结数字温度计.测温范围:0～100 ℃;通过 P－N 结温度传感器的电流 $I_0=100\ \mu A$,输出电压为 0～100 mV(用数字万用表的 200 mV 挡).

【仪器用具】

铂电阻温度传感器,P－N 结温度传感器,直流电源,恒流源,数字万用表(两块),数字温度计,电阻箱,电阻,电热杯,保温杯.

设计实验十五

制作数字频率计

【实验要求】

制作一数字频率计，频率测量范围0.1～100 kHz，精度三位半.

【仪器用具】

直流稳压电源，数字万用表，555集成片，电子元件若干.

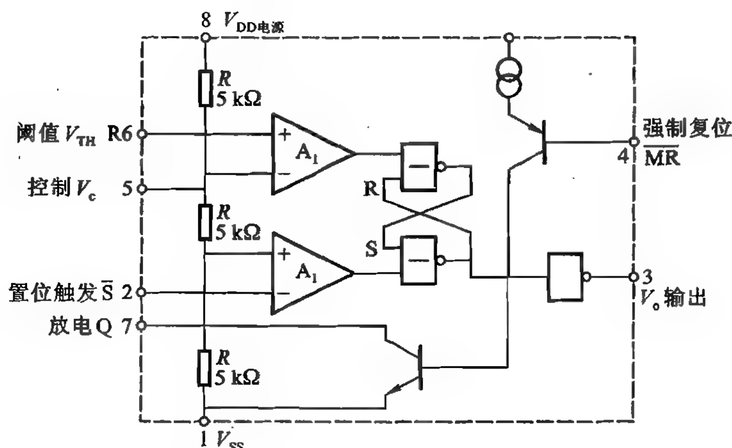
【附录】

555时基电路的工作原理和应用

555时基电路是由模拟电路和数字电路组合而成，它将模拟功能与逻辑功能合为一体，能够产生精确的时间延迟和振荡，拓宽了模拟集成电路的应用范围. 它可用作振荡器、脉冲发生器、延时发生器、定时器、方波发生器、单稳态触发器、双稳态多谐振荡器、自由多谐振荡器、锯齿波发生器和脉宽调制器等，广泛应用于工业自动控制、电子检测、仪器仪表、家用电器、防盗报警和电子玩具等.

（一）555时基电路结构及其工作原理

555时基电路是多功能的定时电路，它结构较复杂. 图设15－1为其等效功能框图，其中包括：分压电阻，由3个误差极小的5 kΩ组成（故有555电路之称），电压比较器A_1、A_2，RS触发器，输出极.



图设15－1　555时基电路功能框图

分压电阻将电源电压分压成$\frac{2}{3}V_{DD}$和$\frac{1}{3}V_{DD}$. 使比较器 A_1 的反相端"－"电位为$\frac{2}{3}V_{DD}$，A_2 的同相端"＋"电位为$\frac{1}{3}V_{DD}$. RS 触发器当 S 为高电平、R 为低电平时触发器"置位"输出低电平，经倒相器使 555 输出端为高电平"1"状态；当 S 为低电平，R 为高电平，触发器"复位"，从而使 555 输出低电平"0"状态，见表 1.

表 1　555 输出端功能表

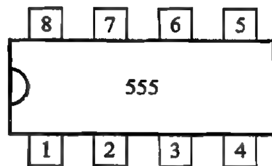
引脚号码	2($\bar{S}$)	6(R)	4($\overline{MR}$)	3(V_o)	7(Q)
电平	$\leqslant\frac{1}{3}V_{DD}$	*	>1.4 V	高电平	悬空状态
电平	$>\frac{1}{3}V_{DD}$	$\geqslant\frac{2}{3}V_{DD}$	>1.4 V	低电平	低电平
电平	$>\frac{1}{3}V_{DD}$	$<\frac{2}{3}V_{DD}$	>1.4 V	保持原电平	保持
电平	*	*	<0.3 V	低电平	低电平

注：* 表示任意电平.

555 时基电路外引脚(见图设 15－2)功能：

(1) 脚 V_{SS}(或 GND)电源负极或接地.

(2) 脚 V_S 触发端或置位端，当 $V_S<\frac{1}{3}V_{DD}$(电源电压 V_{DD})，触发器"置位"，输出端 V_o为高电位"1"态. V_S范围 0～V_{DD}.



图设 15－2　555 集成电路引脚图

(3) 脚输出端 V_o.

(4) 脚强制复位$\overline{MR}$，当 $V_{\overline{MR}}<0.4$ V 时，定时过程中断，不论 R 或 S 处于何种电位，电路都"复位"输出端 V_o为"0"态. 若不需要强制复位功能时，为避免任何可能的误触发，应将脚 4 和脚 8 与电源端 V_{DD}相连.

(5) 脚控制端 V_c，加入外部电压可以改变 A_1，A_2 两比较器的基准电压，从而控制电路的翻转门限以改变脉冲宽度或频率. 不用时加一电容 0.01 μF 接地.

(6) 脚阈值电位端或高触发端 R. 当 $V_{TH}>\frac{2}{3}V_{DD}$时触发器"复位"，输出端 V_o为低电位"0"态. V_{TH}范围 0～V_{DD}.

(7) 脚放电端 Q，它与放电管 T_1 相通，用作定时电容的放电.

(8) 脚正电源 V_{DD}端. 双极型 V_{DD}＝4.5～16 V，CMOS 型 V_{DD}:3～18 V.

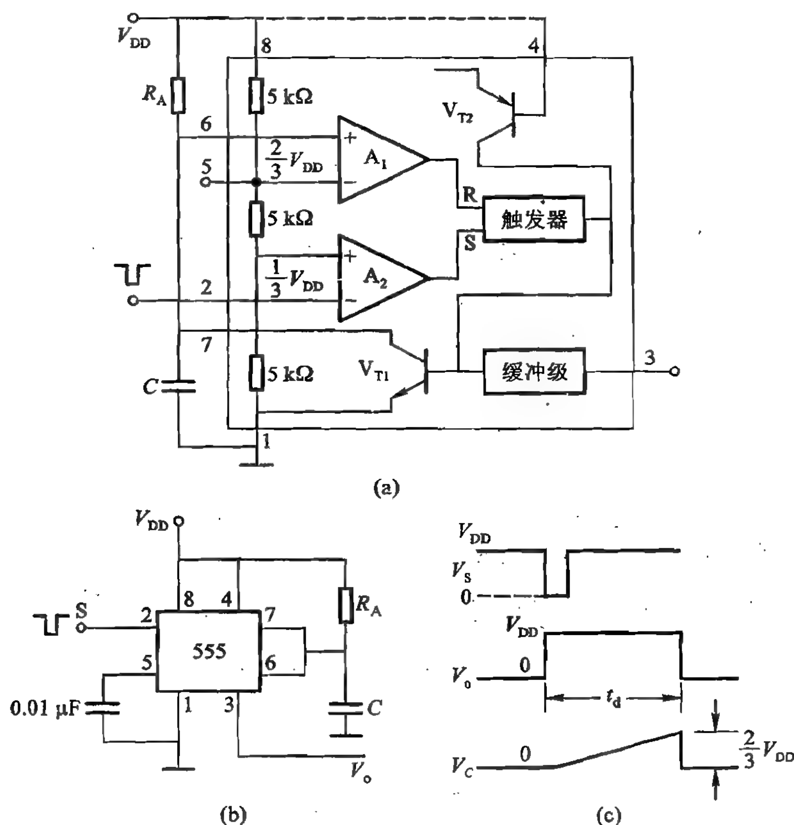
(二) 555 时基电路的应用

1. 单稳态触发器

555 单稳态电路及波形图见图设 15－3. 脚 2 输入负脉冲，触发器"置位"，输出端脚 3 V_o为高电位"1"态. 电路进入暂稳态，脉冲消失后触发器仍保持不变，电源 V_{DD}通过 R 对 C 充电. t_d 时刻

电容 C 两端电压上升到$\frac{2}{3}V_{DD}$时，电压比较器 A_1 的输出端R为高电位，则RS触发器被"复位"，电路输出端 V_o 变低电位"0"态，电路又回到稳态，充电

$$V_C(t)=V_{DD}(1-e^{-t/R_AC})$$



图设15－3　555单稳态电路及波形图

电容 C 两端电压上升到$\frac{2}{3}V_{DD}$时电路处于暂稳态：

$$\frac{2}{3}V_{DD}=V_{DD}(1-e^{-t/R_AC})$$

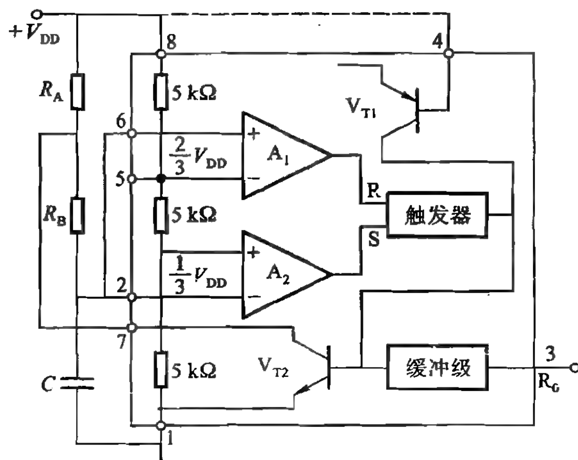
$$t_d=R_AC\ln\frac{1}{3}=1.1\ R_AC$$

由上式可见，单稳态触发器的延迟时间 t_d(单位取秒)与外加电压 V_{DD}无关，而取决于定时网络的时间常数.

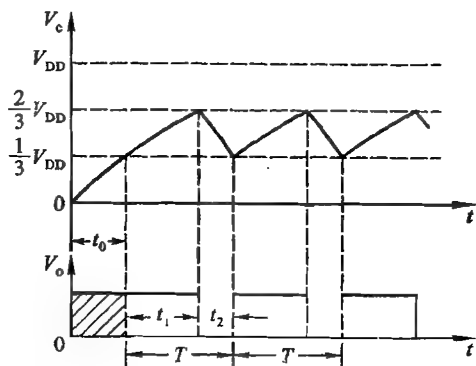
2. 多谐振荡器

图设15－4为多谐振荡器电路，接通电源 V_{DD}通过 R_A，R_B 对电容 C 充电. 当 C 两端电压升高到$\frac{2}{3}V_{DD}$以上时，电压比较器 A_1 的同相端"＋"的电压超过"－"端，比较器 A_1 输出高电位，使

RS 触发器"置位",经倒级(缓冲级)使电路输出低电平,V_o为"0"状态.放电管 T_1 导通,C 上的电荷经 R_B 和 T_1 管放电. C 两端电压由$\frac{2}{3}V_{DD}$降到$\frac{1}{3}V_{DD}$以下时,比较器 A_2 翻转,RS 触发器"复位",经倒相反输出 V_o为高电平"1".以上过程周而复始,形成多谐振荡器.



(a)



(b)

图设 15-4　多谐振荡器

(a) 电路图;(b) 波形图

电容 C 上电压从$\frac{1}{3}V_{DD}$充电到$\frac{2}{3}V_{DD}$所需时间为 t_1,则

$$V_C(t_1)=\frac{2}{3}V_{DD}=V_{DD}[1-e^{-t_1/(R_A+R_B)C}]+\frac{1}{3}V_{DD}[1-e^{-t_1(R_A+R_B)C}]$$

$$t_1=-(R_A+R_B)C\ln\frac{1}{2}=0.693(R_A+R_B)C$$

电容 C 上电压从$\frac{2}{3}V_{DD}$放电到$\frac{1}{3}V_{DD}$所需时间为 t_2,则

$$\frac{1}{3}V_{DD}=\frac{2}{3}V_{DD}e^{-t_2/R_BC},\qquad t_2=0.693R_BC$$

脉冲周期:　$$T=t_1+t_2=0.693(R_A+2R_B)C$$

振荡频率:　$$f=\frac{1.443}{(R_A+2R_B)C}$$

占空比:　$$D=\frac{t_1}{T}=\frac{R_A+R_B}{R_A-2R_B}$$

由上面公式的推导,可以看出:

(1) 振荡周期与电源电压 V_{DD}无关,而取决于充电和放电的时间常数,即仅与 R_A,R_B 和 C 值有关;

(2) 振荡波的占空比 D 与 C 的大小无关,仅与 R_A,R_B 的大小比值有关.

3．施密特触发器

施密特触发器用于波形变换和整形有极广泛应用．它可将正弦波、锯齿波和其他周期性不规则波形变换成整齐的矩形波．

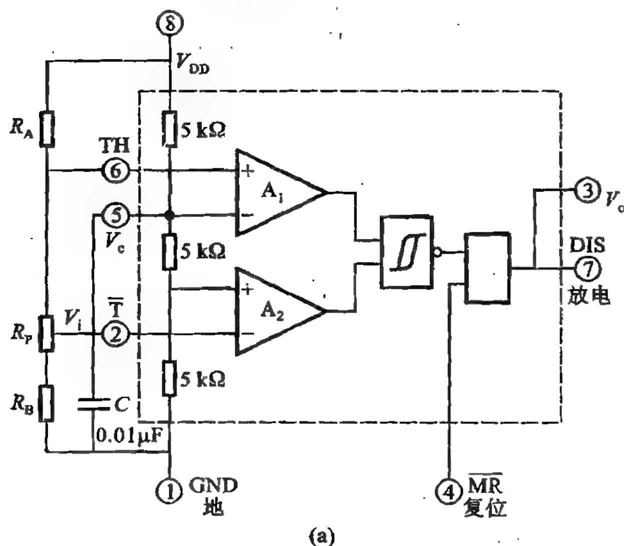
当输入信号 $V_i < V_A$ 时触发器处于“置位”状态，输出端 V_o 高电平“1”．当 $V_A < V_i < V_B$ 时输出端 V_o 仍为高电平．$V_i > V_B$ 时触发器呈“复位”状态，输出为低电平“0”．

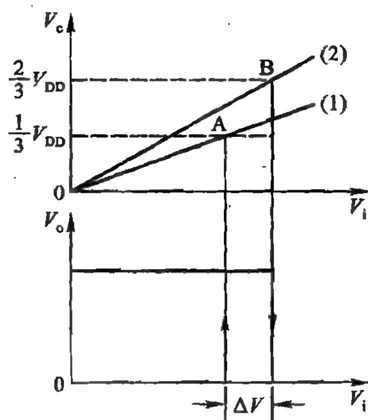
由图设 15－5(b)可见 555 电路的触发和传输特性，其信号的上升特性和下降特性不重叠，而存在回差电压 ΔV，故这种触发电路称为施密特电路．回差电压 ΔV 大小为

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{2}{3}V_{DD}\cdot\frac{R_A+R_P+R_B}{R_P+R_B} - \frac{1}{3}V_{DD}\cdot\frac{R_A+R_P+R_B}{R_B}$$

$$= \frac{1}{3}V_{DD}\cdot\frac{(R_B-R_P)(R_A+R_P+R_B)}{R_B(R_P+R_B)}$$

改变 R_P 和 R_B 的数值，可改变电路的回差电压 ΔV．





图设 15－5　施密特触发电路及其特性

(三) 实验内容

1．单稳态触发器

(1) 按图设 15－3(a)连接线路，电流 V_{DD} 为＋5 V．

(2) 555 的脚 2 接信号源，V_i 为 1 kHz 的方波信号．

(3) 用示波器分别观察输入信号 V_i，电容 C 上电压 V_c 及输出端 V_o 波形．测出波形幅度以及 V_o 的方波宽度 t_d．

2．多谐振荡器

(1) 按图设 15－4(a)连接线路，电源 V_{DD} 为 5 V．

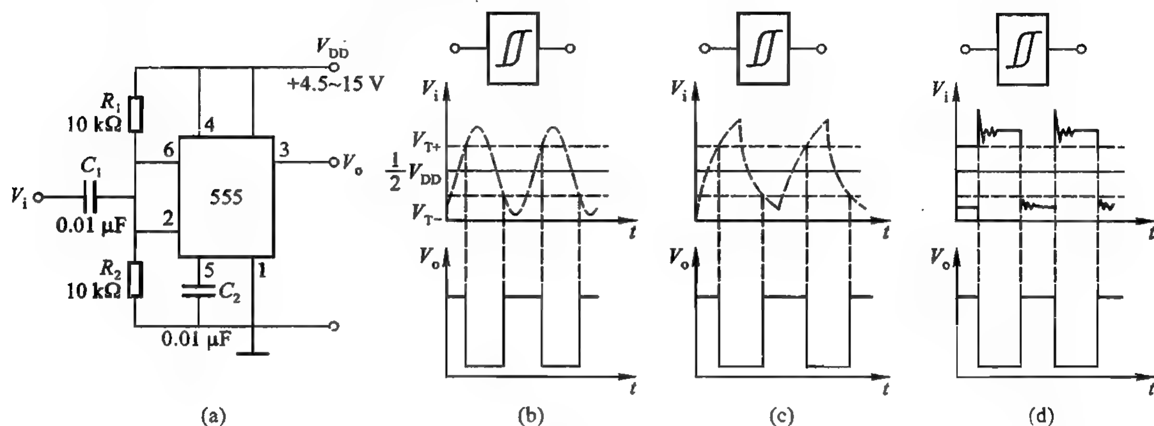
(2) 用示波器分别观察电容 C 两端电压 V_c 和输出电压 V_o 的波形，测出波形幅度及 t_1，t_2

和周期 T,并算出占空比 D.

(3) 调节电位器 W 改变控制端(脚 5)的电压 V_c,从示波器上观察 t_1,t_2,T 和 D 的变化.

3. 施密特触发器

(1) 按图设 15－6(a)连接线路,电源 V_{DD}为＋5 V.



图设 15－6　施密特触发器用于整形变换电路

(2) 信号发生器分别输出 1 kHz 的正弦波和三角波信号接 V_i处.

(3) 用示波器观察和测量输入波形 V_i及输出波形 V_o的幅度及回差电压 ΔV.

在实验报告中画出波形图,标出测量值,讨论和比较理论值和测量值,并解释.

设计实验十六

用电流场模拟静电场

【实验要求】

(1) 描绘同轴电缆的静电场分布;

(2) 描绘聚焦电极的电场分布.

要求写出用电流场模拟静电场的实验原理、条件、公式、步骤、每隔 1 V 测一条等位线,每组八条.画出电力线、标出电场强度方向.同轴电缆作 U_r/U_a 与 $\ln r$ 曲线(U_a 为中心电压),其结果与理论值比较.

【仪器用具】

直流稳压电源(10 V,1 A),数字万用表,EQL 型双层静电场测绘仪一套,导线,开关.

设计实验十七

测量地磁场强度的水平分量

【实验要求】

(1) 利用亥姆霍兹线圈和罗盘针等仪器,用两种方法测量地磁场强度水平分量 B_h;

(2) 写出测量原理,包括:磁场矢量合成图、计算公式及实验电路图,并写清测量步骤.

【仪器用具】

亥姆霍兹线圈,罗盘针,直流电源,电流表,滑线变阻器,反向开关.

【提示】

1. 亥姆霍兹线圈

亥姆霍兹线圈由相互平行、同轴放置的两个相同的薄圆线圈同向(即相同电流方向)串联构成.其线圈半径等于 R,两线圈间距 a 也等于 R.由单圆形线圈的轴向磁场公式可推出,一对圆形线圈沿轴向(在两线圈圆心 O_1 和 O_2 之间)磁场公式为

$$B_0 = \frac{8}{5\sqrt{5}}\frac{\mu_0 nI}{R}$$

式中:n 为每个线圈的圈数;I 为流过线圈的电流;$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\mathrm{N/A^2}$.

计算表明,从线圈中心轴长为 $0.2R$、半径为 $0.1R$ 的圆柱空间内,磁场均匀度可达 3×10^{-4};而在轴长为 $0.4R$、半径为$0.2R$ 的圆柱空间内,磁场均匀度达 5×10^{-3}.由于亥姆霍兹线圈能在较大空间产生匀强磁场,因此常用它产生较弱的均匀磁场,以抵消地磁场对测量的影响;或用来产生均匀低磁场,在其中放置仪器进行各种实验.此外,由于各种因素对其磁场的影响可以精确计算出来,因此它产生的磁场也可用来作为标准磁场.

2. 罗盘针

通常罗盘针所指方向即为地磁场水平分量 B_h 方向.如果外加一磁场 B_0 与 B_h 相互垂直,罗盘针指向合磁场方向 B.

【注意事项】

(1) 线圈 $R=10$ cm,$n=10$ 匝.电流 I 取值范围:0.1~0.8 A;

(2) 使罗盘针处于水平面内;

(3) B_h 约为几万纳特[斯拉](nT),为避免周围杂散磁场影响,应尽量远离铁磁体进行实验.

设计实验十八

测量磁场分布

【实验要求】

(1) 分别测量两个单圆线圈通电时沿轴线方向的磁场分布，并测出轴外某点 M 的磁感应强度大小和方向；

(2) 将两个圆线圈串接起来，通以同样电流，测量沿轴线方向各点磁场分布，并测出轴外 M 点的磁场大小和方向，其结果与上比较，以验证磁场叠加原理；

(3) 测量亥姆霍兹线圈轴附近的磁场分布.

要求写出电磁感应法测磁场的原理、计算公式和实验步骤，并对实验结果进行分析讨论.

【仪器用具】

交流信号发生器，数字万用电表，亥姆霍兹线圈磁场测试仪，开关，导线.

设计实验十九

测定互感器的互感系数

【实验要求】

(1) 用开路电压法测量互感系数 M;

(2) 用交流伏安法测量互感器原、副线圈的自感 $L_1, L_2, L_{顺}, L_{反}$ 及互感系数 M;

(3) 用交流电桥测量互感系数 M.

【仪器用具】

交流电源,数字万用表,标准可调电容箱,电阻箱,待测互感器.

【提示】

1. 互感器原理

互感器由原、副线圈组成.在原线圈通入交变电流,磁通变化在副线圈会产生感应电动势.利用互感原理制成的变压器,在科研生产中有广泛应用.

互感器的主要规格有:互感系数 M(单位:H),额定电流 I,线圈直流电阻 R_{L_1}, R_{L_2}.

设互感器两个线圈的自感分别为 L_1 和 L_2,两个线圈顺接串联时总自感为

$$L_{顺} = L_1 + L_2 + 2M$$

两个线圈反接串联的总自感为

$$L_{反} = L_1 + L_2 - 2M$$

因此 $$M = (L_{顺} - L_{反})/4, \qquad M = K\sqrt{L_1 L_2}$$

在无漏磁条件下 $K=1$,一般情况下 $K<1$.

2. 开路电压法

测出 L_1 支路的空载电流 I_{10} 及测出开路电压 U_{20},即可得到 M

$$U_{20} = \omega M I_{10}$$

设计实验二十

用霍尔传感器测量电机转速

【实验要求】

用霍尔传感器测量电风扇转速，要求精度达3位有效数字.

【仪器用具】

直流稳压电源，555等集成电路，数字万用表，电子元件.

设计实验二十一

RC 移相电路及测量相位差

【实验要求】

(1) 用电阻、电容组成移相电路，要求输出电压 U_o 的相位较输入电压 U_i 的相位落后 $\pi/4$. 试用三种方法测量相位差；

(2) 组成一个移相电路，要求输入、输出电压间的相位差 $\Delta\varphi$ 在 0～180°间可调. 用示波器观察相位差的变化.

【仪器用具】

正弦波信号源，双踪示波器，电容箱 1 个，电感箱 1 个，电阻箱 3 个.

设计实验二十二

研究 F－H 实验中栅极电位和温度的影响

【实验要求】

(1) 研究管温对 F－H 管伏安特性的影响，并总结其规律；
(2) 研究第一栅极电压对 F－H 管伏安特性的影响，并总结其规律；
(3) 研究减速电压对 F－H 管伏安特性的影响，并总结其规律.

【仪器用具】

F－H 实验装置.

设计实验二十三

用 F－H 实验装置研究 Hg 的高激发态

【实验要求】

(1) 用 F－H 管测量 Hg 的高激发态；
(2) 从实验中找出最佳的测试条件(管温、灯丝电压、减速电压等)；
(3) 将测出的高激发电位与 Hg 原子能级图对比，找出其对应的能级.

【仪器用具】

F－H 实验装置.

【提示】

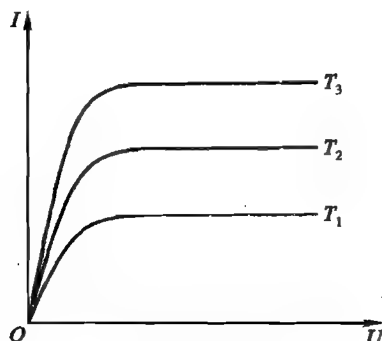
(1) 原理可参考实验二十三的【附录】；
(2) 加速电压不要太高(小于 30 V)，一旦发现电离现象(电流突然增大)，应马上将加速电压降到 0.

设计实验二十四

测定真空二极管阴极材料的逸出功

【实验要求】

(1) 在不同阴极温度下测定饱和电流.为改变阴极温度,可用不同电阻(<1 Ω)去控制阴极的加热电流(参见图设 24－1).



图设 24－1　真空二极管的 $U-I$ 曲线

(2) 测定阴极材料的逸出功.要求用作图法或回归法处理数据.

【仪器用具】

真空二极管,电阻箱 1 个,500 Ω 及 3 000 Ω 电阻各 1 个,阴极材料的电阻率和温度的关系曲线图,数字万用表 1 个(仅可用电压挡,准确度为 ±(0.8 % × 读数 ±1 个字)),直流电源两个,温度计,坐标纸,1 Ω 电阻.

【提示】

真空二极管的阴极(灯丝)被加热后要发射电子.若同时在阳极和阴极之间加一较高电压,即可在阳极－阴极回路中形成饱和的阳极电流 I_s. I_s 满足以下关系式:

$$I_s = CT^2 e^{-W/kT}$$

式中:C 是常数;T 是绝对温度;k 是玻尔兹曼常数;W 是逸出功.

同一阴极材料,在不同的温度下饱和电流不同,如图设 24－1 所示.

设计实验二十五

红外传感探测器

【实验要求】

利用红外传感器,制作探测人体活动的报警器.

【仪器用具】

红外传感器,555 集成电路,直流稳压电源,万用电表.

设计实验二十六

超声测距

【实验要求】

利用超声波发送脉冲与反射回波脉冲传播时间差和距离成比例的原理,制作超声测距仪.

【仪器用具】

555 集成电路,LM1812 集成块,T/R40 超声换能器,示波器,万用电表.

设计实验二十七

智 能 检 测

【目的要求】

(1) 了解模/数(A/D)转换原理和使用方法;

(2) 学习使用计算机智能检测系统采集直流电压信号,并了解智能检测的特点;

(3) 用智能检测系统测量未知电容;

(4) 配合温度传感器电路组成智能测温系统,观测分析此系统的动态阶跃特性.

【仪器用具】

计算机,A/D(D/A)接口卡,接口实验装置,直流电源,数字万用表,电阻,电容,数字温度计,电热杯,保温杯.

【实验原理】

智能检测是近年出现的新型测量方法,它以微处理器为核心,采用计算机技术设计制作,配合不同的传感器组成智能检测系统,可用来测量温度、湿度、流量等参数,在科研生产中普遍使用.智能检测系统对物理量进行实时跟踪测量及显示;利用计算机强大的计算功能,可对数据进行计算分析;测量结果可储存或打印输出;也可以将测量值传送给检测中心进行网络管理;利用多通道检测可实现多路巡检及上下限报警.从测量精度、速度、自动化程度以及使用安全、方便上都是以往测试手段无法比拟的.

实验中,用计算机、与计算机联机的A/D接口卡及专用软件组成智能检测系统.

(一) 智能检测系统的硬件

传感器智能检测系统的硬件组成如图设27－1所示.



图设27－1　智能检测系统框图

经常遇到的物理量大多随时间连续变化,通常称为模拟量;在计算机里则采用二进制数字量,即用高或低电平定义为数字量“1”或“0”.如果被检测的物理量为非电量,如:温度、压力等,则首先需要通过传感器将外界物理量变为模拟电压(或脉冲信号);再经过信号调理电路放大、滤波,使模拟信号适合A/D转换的要求;然后经过与计算机联机的A/D转换器变换成计算机能够识别的二进制数字量进行计算,进行各种计算及数据处理.因此,A/D转换是智能检测系统的重要部分.

（二）A/D 转换

A/D 转换能将十进制模拟电压转换成二进制数字量，而 D/A 转换则相反，能实现数字量到模拟电压的转换. A/D, D/A 接口是智能检测中的重要接口，作为现代测量技术的基础，A/D 转换应用十分普遍，它提供了新的物理测量方法.

1. A/D 转换接口电路

A/D 转换接口电路由三部分组成：

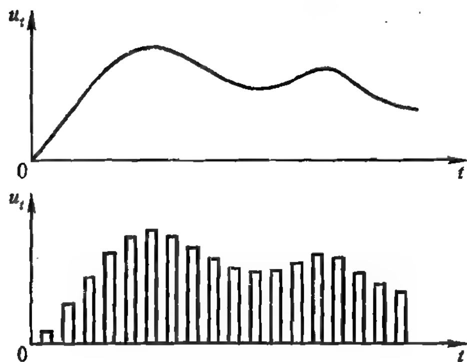
(1) 多路开关：由计算机控制多路电子开关，分时选取其中一路送到 A/D 转换电路，这使得智能检测系统能够采集多路信号.

(2) 采样保持：数据采集就是将连续信号变成离散的数字量序列，序列中的每一数字量对应连续信号某一时间点上的状态. 采样就是按一定频率抽取连续信号的数值，使连续信号在时间上被离散化，如图设 27－2 所示.

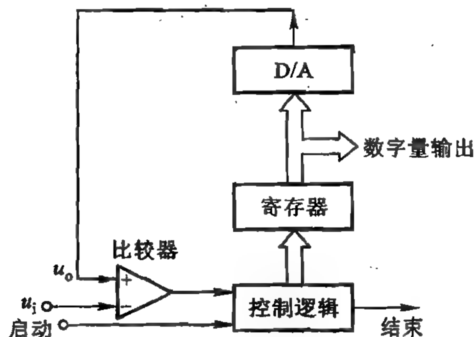
根据采样定理，若信号中最高频率成分为 f_c，则采样频率 $f_s \geqslant 2f_c$，才可以获取信号的全部特征. 实际中这一系数要大到 3～10.

采样保持电路的作用就是在较短的时间内进行采样，并保持采样电压值在下一次采样之前保持不变，供给 A/D 转换电路.

(3) A/D 转换电路：A/D 转换电路将采样获得的连续电压（从时间上已离散化的被测信号）转换成数字量，实现数值上的离散化. A/D 转换电路类型很多，应用最广的是逐次比较型. 逐次比较型 A/D 转换的原理如图设 27－3 所示，其原理简述如下.



图设 27－2　数据采样

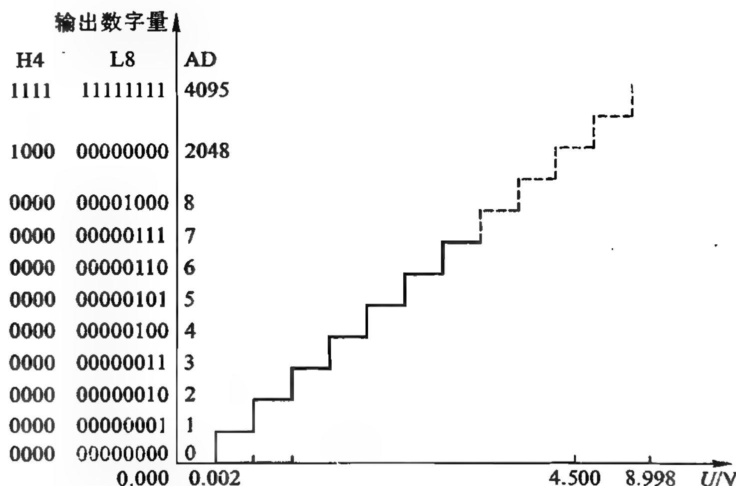


图设 27－3　逐次比较型 A/D 转换原理框图

寄存器的数字量经过数模转换（简称 D/A）电路产生对应的模拟电压 u_o 和输入待转换的模拟电压 u_i 送到比较器，根据 u_o 和 u_i 的大小，比较器输出通过控制逻辑修改寄存器的数值，于是 D/A 输出 u_o 也跟着变化，和 u_i 再次比较，根据比较的结果再次修改寄存器的值，这样一次次比较，使 u_o 趋近 u_i，最终寄存器的数值就是 u_i 所对应的数字量. 如果是 8 位 A/D 转换器则需要经过 8 次比较.

经过 A/D 转换后的信号呈阶梯状，一个 12 位 A/D 转换器输出数字量和输入模拟电压之间

的关系如图设 27－4 所示．图中横坐标为输入模拟量 U，纵坐标为输出数字量，由图可知，模拟电压 U 的转换范围是：0～9 V；输出数字量为 12 位二进制数字，其高 4 位称为 H4，低 8 位称为 L8；AD 是中间计算量，十进制．



图设 27－4　A/D 的输出（数字）与输入（电压）的关系

2．A/D 转换器的主要性能参数

（1）量程：A/D 转换器允许转换电压的范围，即称作量程．可以是单极性的，如 0～9 V；也可以是双极性的．如 －5～＋5 V．根据需要可自己确定极性及量程，量程小有利于提高转换精度．

（2）分辨率：A/D 转换器转换成数字量的最小电压 ΔU，即称作分辨率，也称作量化阶梯．如图设 27－4 中 A/D 转换器的分辨率为

$$\Delta U=\frac{9\ \mathrm{V}}{2^{12}-1}\approx 2.2\ \mathrm{mV}$$

有时也用 A/D 转换器的位数来表示分辨率，如 8 位、12 位．

（3）转换时间：从输入启动转换信号到转换完成所需要的时间．要注意这并不是通常所说的采样时间，后者要略大于前者．

（4）误差：A/D 转换器的静态误差包括：量化误差（一般用数字量的最低有效位来度量，如 $\frac{1}{2}$LSB），原点误差，增益误差，线性误差等．

3．A/D 转换程序

成品的 A/D 接口卡都附有 A/D 转换程序．尽管 A/D 接口卡的种类不同，查询方式不一样，但其转换程序的主要步骤是类似的，大致包括以下步骤：

（1）输入转换通道．

（2）清寄存器．

（3）启动转换．

(4) 将转换后的数字量存入指定存储单元.如果是 12 位 A/D 转换器,一般将其数字量分高 4 位(H4)和低 8 位(L8)分别存入两个不同单元.

(5) 复原,到指定单元取出数字量,经计算还原为模拟电压值.

实验用 A/D(D/A)接口卡为 12 位,有 16 路 A/D 输入通道和 1 路 D/A 输出通道.转换方式为逐次逼近,采用查询方式.单极性最大量程为 0～9 V;双极性为 −5～+5 V.转换时间为 60 μs,非线性误差约为 0.2%.

(三) 智能检测系统的软件

智能检测系统软件一般由以下几部分组成:

(1) 硬件驱动程序:这是整个程序的底层部分.通过对硬件的控制,实现数据采集及相关控制.

(2) 控制软件:这是连接硬件驱动和用户接口的中间环节,用于实现对检测数据的处理、计算和管理.

(3) 图形用户接口:这是系统和用户的交互模块,用来实现测试结果的表达和显示,通过有关按钮及交互式菜单,可提供帮助和提示信息.

(四) 智能多路采集系统的使用

智能检测系统从组成到形式都与传统测量仪器大不相同,因此在使用、测量方法上也有许多新的特点.用此系统完成物理实验,涉及两个系统的联机和接轨,使用时应注意以下几点:

(1) 实验前一定要仔细阅读有关资料和注意事项.使用中留意提示信息,利用程序的帮助信息,会给初学者带来方便.

(2) 注意安全操作,切不可带电插拔接口卡.要用数字电压表或示波器监测,调整待测信号在 A/D 转换范围之内,再联机输入信号.

(3) 联机前要做模拟实验.一方面要连接外部实验电路,弄清待测物理量规律;另一方面对智能系统也要安排实验步骤,由简到繁,逐步熟悉软件功能.在此基础上联机,才能有把握地进行实验.

(4) 智能检测最大的特点是软件化,检测条件及有关参数都可以根据需要来设置.在这个功能丰富的系统平台上,只要细心体会,充分发挥系统的优点,随时调整,一定会摸索出好的实验方案来.

下面结合几种不同的检测对象,简单介绍自制智能多路采集系统的使用方法,从中可以体会智能检测的特点.

1. 快速采集瞬态信号

瞬态现象是物理研究中经常遇到的,使用普通示波器及一般仪器无法进行观测,而智能检测的基本功能就是可以快速采集瞬态信号.在设定采集通道及作图的有关参数时,应注意以下几点:

(1) 选择合适的采样频率和采样时间:对于采集记录完整的瞬态过程十分重要.希望能记录波形细节而将采样频率取得过高,不仅会使曲线变粗,还会导致数据文件过长,影响处理及存取速度.

(2) 取平均:这是测量静态信号时常用的数字滤波方法之一,它可以有效地减小随机误差.但在采集动态信号时,取平均的点数过多可能反而会导致波形失真.

(3) 选取合适的采样方式:可设定由某一电压值开始采集;也可以对某一数值范围进行采集,采集瞬态过程一般作单次采集,也可以循环检测、滚动显示.

(4) 作图方式:可显示1路或多路信号的 $U-t$ 图,也可以对两检测信号作 $x-y$ 合成,还可以对某一选定区域进行局部放大,以观察其细节.

(5) 文件存取:测量结果可形成文件并存盘.因显示图形不仅与采集数据有关,还与采集时的有关参数相关,因此存盘时会生成两个文件:一个包括了采集的全部信息,以后在此系统中可调用;另一个则是纯数据文件,可供调入其他数据软件时使用.

(6) 函数运算:对检测数据可进行多种函数运算及微分、积分处理,这使得智能检测不仅可以实时显示被测物理量的变化,还可以显示相关物理量的变化,这对于分析物理规律十分有利.

2. 采集多路信号

能同时采集多路信号,是智能检测的又一重要功能,这可用于对某一个物理场进行检测.例如,对某一仓库进行多路巡回检测,超常报警.需要注意的是:

(1) 多路检测实际是对各输入通道的切换采集,采样时间是关键参数.通道数和采样频率均受其制约,否则会影响各路采集的“同时性”,在检测动态信号时尤其要注意.

(2) 检测多路信号时,应注意“共地”.

(3) 各路信号的设置可以不同.

3. 与传感器配合使用

将一温度传感器的输出电压送至信号调理电路,调整后使其在A/D转换量程之内,即可与智能检测系统联机,成为智能测温系统.

首先要校正传感器的输入物理量和输出电压之间的函数关系.自制智能检测系统没有两种标准功能.一是为了修正A/D转换的线性误差.通过硬件调节可将A/D接口卡的0点误差和增益误差减到最小,再通过线性校准,将拟合结果写入程序,通过软件修正,即可进一步减小线性误差.

第二种校准功能是为传感器设置的.将静态校准数据输入计算机,可得到拟合结果,将其写入程序,即可直接显示待测物理量随时间的变化曲线.

然后可对系统的检测灵敏度、分辨率等静态特征进行检测分析.传感器检测系统的动态特性也是值得重视的特性参数之一.

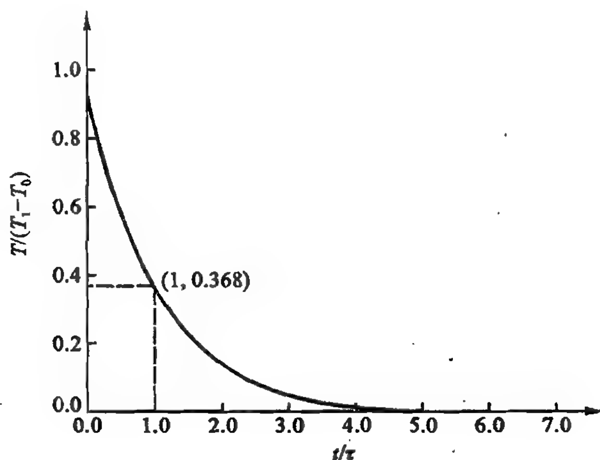
(五) 传感器的动态阶跃响应

当被测物理量随时间变化时,如果传感器的输出量不能很好地追随输入量快速变化,将会引起动态误差.实验中,在温差不大的条件下将温度传感器由一个高温环境(T_1)迅速拿到室温环境(T_0),如果设 $T_0=0$, $T_1=1.0$,其降温曲线如图设27-5所示.由图可知,传感器通过散热逐步降温,如果传感器热容量较小,不会引起环境温度的太大变化,最后驱于热平衡温度.

响应过程的温度变化近似满足指数关系

$$(T-T_0)=(T_1-T_0)e^{-t/\tau}$$

式中:τ 为时间常数.当 $t=\tau$ 时,$T-T_0=0.368(T_1-T_0)$.τ 越小,响应越快,因此时间常数 τ 是反映传感器响应性能好坏的重要参数.



图设 27－5 降温曲线

【实验内容】

1. 了解 A/D 转换原理

运行 A/D 转换的原理程序，将一直流电压接到实验装置的 A/D 转换电路的输入端，调节电压，观察采集数据的变化.

2. 学习使用智能多路采集系统

(1) 预置采集通道参数和绘图参数.

(2) 输入一直流电压，运行软件进行采集. 手动调节改变电压大小，观察被检测量曲线的相应变化.

(3) 校正 A/D 接口卡的线性.

3. 测量未知电容

自己设计实验方案，使用智能检测系统测量电容.

4. 智能测温系统

实验中使用 SN2204－V 型数字温度计，其传感器为 P－N 结温度传感器. 在恒定小电流条件下，二极管两端电压 U_D 与温度 T 之间有线性关系. 数字温度计将 U_D 放大后输出 0～5 V 电压 U_T. 将 U_T 送至 A/D 转换电路的输入端子，运行专用软件就可以对温度进行自动检测.

测量前需对传感器的温度特性进行检测，拟合得到

$$T = K_T U_T + T_D$$

将上述关系写入程序即可.

(1) 校正输入电压 U 和温度 T 的关系，并将拟合结果输入程序.

(2) 观测温度传感器的动态阶跃特性，估算传感器拿到空气中和水中的时间常数.

(3) 分析此测温系统的灵敏度和分辨率.

(4) 组成恒温巡检系统，检测范围：38～40 ℃，超常报警.

【思考题】

设计实验方案,使用智能检测系统完成一个物理实验.

设计实验二十八

虚拟频谱分析仪

【实验要求】

(1) 进一步学习 LabVIEW 在物理实验中的应用；
(2) 学习周期信号(正弦波与方波)和非周期信号(指数衰减信号)的频域分析方法；
(3) 掌握 FFT 算法的要点.

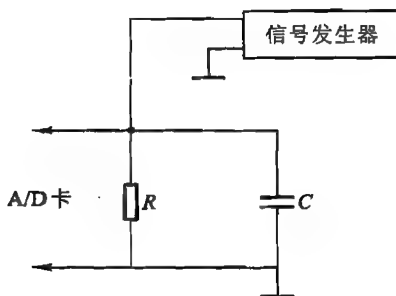
【仪器用具】

计算机，LabVIEW 软件，数据采集卡，标准电阻(电阻箱)，标准电容，信号发生器.

【提示】

(1) 讲述信号傅里叶变换原理和快速傅里叶变换(FFT)算法的参考书很多，同学可自行选择.

(2) 信号发生器可提供正弦波与方波信号.指数衰减信号可由 RC 放电曲线获得，其原理如图设 28－1 所示，可用信号发生器的单次方脉冲为 RC 电路充电，从方波的下降沿开始采集其指数曲线.



图设 28－1　RC 充放电电路

(3) FFT 算法要求采样点的总数 N 满足 $N=2^n$；采样频率 ω_s 满足采样定律，即 $\omega_s>2\omega_m$，ω_m 是信号所含的最高圆频率.

(4) 指数衰减信号 $g(t)=A_m e^{-t/\tau}$ 的幅频特性为

$$|G(\omega)|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}$$

设计实验二十九

基于 LabVIEW 的线性刻度的热敏电阻虚拟体温计

【实验要求】

(1) 进一步学习 LabVIEW 的应用；
(2) 学习一种使测量读数线性化的方法.

【仪器用具】

计算机,LabVIEW 软件,数据采集卡,标准数字温度计(用已标定的铂电阻),热敏电阻,电阻箱两个,双路稳压电源或稳流电源,加温装置.

【提示】

(1) 体温计读数范围为 35～42 ℃,并可变换为华氏温度.
(2) 只要温度计显示的刻度是线性的即可,方法不限(如列表法、多项式拟合法等).

设计实验三十

虚拟相关法测量相位差

【实验要求】

(1) 了解相关法测相位的原理；
(2) 了解虚拟仪器的实际应用，进一步熟悉 LabVIEW；
(3) 测量电路上电压与电流的相位差.

【仪器用具】

计算机，LabVIEW 软件，A/D 卡，信号发生器，电阻箱，标准电容.

【实验原理】

假设有两个同频的弱信号 $x(t)$和 $y(t)$，被淹没在噪声中

$$x(t) = A\sin(\omega t + \varphi_0) + N_x(t)$$
$$y(t) = A\sin(\omega t + \varphi_1) + N_y(t)$$

式中：A 和 B 分别是幅值；$N_x(t)$、$N_y(t)$分别是噪声信号.

用相关法求相位差的原理如下：

周期信号互相关的表达式为

$$R_{xy} = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)y(t+\tau)\mathrm{d}t$$

式中：T 为积分时间，越长效果越好.将前两式代入上式可得

$$R_{xy}(t) = \frac{1}{T}\int_0^T [A\sin(\omega t + \varphi_0) + N_x(t)]\{B\sin[(\omega t + \tau) + \varphi_1] + N_y(t + \tau)\}\mathrm{d}t$$

当 $\tau = 0$ 时，有

$$R_{xy}(0) = \frac{1}{T}\int_0^T [A\sin(\omega t + \varphi_0) + N_x(t)][B\sin(\omega t + \varphi_1) + N_y(t)]\mathrm{d}t$$

理想情况下，噪声和信号不相关，噪声之间也不相关，积分后

$$R_{xy}(0) = \frac{AB}{2}\cos(\varphi_0 - \varphi_1)$$

所以相位差为

$$\Delta\varphi = (\varphi_0 - \varphi_1) = \arccos\left(\frac{2R_{xy}(0)}{AB}\right)$$

信号的幅值 A 和 B 可由各自的自相关函数得到

$$A = \sqrt{2R_x(0)}$$

$$B=\sqrt{2R_y(0)}$$

这样通过自相联和互相关可求出相位差 $\Delta\varphi$.

相关法对噪声有很强的抑制能力,是弱信号处理中常用的一种方法.

实际的连续信号经过数据采样后成为离散的点序列,计算相关函数时相应的公式为

$$R_{xy}(0)=\frac{1}{k}\sum_{n=0}^{k-1}x(n)y(n)$$

$$R_x(0)=\frac{1}{k}\sum_{n=0}^{k-1}x^2(n)$$

$$R_y(0)=\frac{1}{k}\sum_{n=0}^{k-1}y^2(n)$$

式中:k 为采样点数.

设计实验三十一

虚拟 *RLC* 测试仪

【目的要求】

(1) 进一步学习 LabVIEW 的应用;

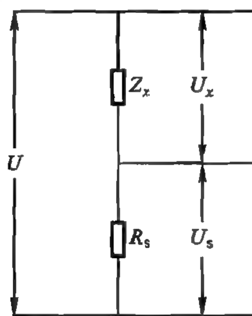
(2) 学习一种测量 *RLC* 的方法.

【仪器用具】

计算机,LabVIEW 软件,数据采集卡,标准电阻(电阻箱),待测电阻(0～10 000 Ω),待测电容(0.001～1 μF),待测电感(≈1 H),示波器(监视用).

【提示】

(1) 测试电路如图设 31－1 所示,图中 R_s 是标准电阻,Z_x 是待测阻抗,它可以是电阻 R_x,也可以是容性阻抗(R_x+C_x)或感性阻抗(R_x+L_x).



图设 31－1　测量原理图

(2) U 为外加交流电压,由计算机的模拟输出口供电,电压不要超过 5 V,电流不要超过 5 mA,频率可选 60 Hz.

(3) 计算公式中的交流电压均为有效值 U_e,根据定义

$$U_e=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)\mathrm{d}t}$$

因而对电压采样时,每次采样时间必须是 T 的整数倍 n,否则计算时误差较大. U_s 和 U_x 可分时采样,先用 nT 时间对 U_s 采样,再用 nT 时间对 U_x 采样.

设计实验三十二

用 M－干涉仪测量物质折射率和物体厚度

【目的要求】

(1) 了解 M－干涉仪测量物质参数原理和方法；
(2) 掌握测定物质折射率的一种方法；
(3) 掌握测定物体厚度或光波波长的一种方法.

【仪器用具】

M－干涉仪，激光光源，扩束透镜，被测物等.

【提示】

1. 用 M－干涉仪测薄玻璃片的折射率 n_x 的原理

调出白光干涉条纹，此时 M_1 镜位置读数为 d_0. 将待测玻璃片插入有 M_1 镜的臂中，再次调出白光干涉条纹，这时 M_1 镜位置读数为 d_0'.

因为 M_1 镜移动引起光程的变化应补偿由于插入玻璃片而引起光程的变化，即

$$2(d_0-d_0')=2(n_x-1)D$$

可得

$$n_x=\frac{d_0-d_0'}{D}+1$$

式中：D 为玻璃片的厚度.

测量要点：

(1) 用白光干涉条纹来测.

(2) 爱护玻璃片，它很薄、易碎. 玻璃片的高度约占视场的一半.

(3) 可找一固定点(如玻璃片上的蓝点)作为读数标记. 当中心条纹对准该固定点时再读数.

(4) 测量 d_0-d_0' 时应注意消除螺距差. 需要指出的是：$d_0'<d_0$，由 $d_0\to d_0'$ 用细调手轮、逆时针转动. 想一想：怎样才能消除螺距差，正确读出 d_0 值？

2. 用 M－干涉仪测长度或波长的原理

调出非定域干涉圆条纹(或等倾圆条纹). 单方向旋转细调手柄，很缓慢地移动 M_1 镜，数出条纹“吞”或“吐”的数目 N，由公式 $2\Delta d=N\lambda$ 可求出 Δd 或 λ. 若 M_1 镜的移动距离 Δd 已知(由 M－干涉仪刻度读出)，则可求出波长 λ. 若波长 λ 已知(He－Ne 激光的波长为 632.8 nm)，则可求出 M_1 镜移动的距离 Δd，利用这个数，可对 M－干涉仪的刻度进行校准. 如果 M_1 镜与一个读数显微镜固连，则可用它校准其他刻度尺.

实验步骤请自行设计.

设计实验三十三

用光栅多色仪测量蓝光发光材料的光吸收特性

【目的要求】

(1) 了解用光栅多色仪测定宽禁带半导体材料如氮化镓薄膜的光透射率谱的方法;

(2) 测定室温下氮化镓薄膜的光吸收谱;

(3) 了解用吸收边确定半导体材料的禁带宽度以及确定材料折射率随能量变化关系的方法.

【仪器用具】

WGD-3 型光栅多色仪,用 MOCVD 生长的六角单晶氮化镓薄膜(蓝宝石衬底),蓝宝石材料等.

【参考文献】

1 王燕辉等.用多功能光栅光谱仪测 GaN 膜的光学参数.大学物理,2001,20(5):36

2 Kawabata T, Matsuda T, Koike S. J. Appl. Phys., 1984,56:2367

3 Lee H G, Gershenzon M, Goldenberg B L. J. Electron. Mater., 1991,20:621

4 Khan M A. Microw. J. ,1993,36:67

5 Amano H, Tanaka T, Kunii Y, et al. Appl. Phys. Lett., 1994,64:1377

设计实验三十四

标定棱镜单色仪波长与鼓轮读数的关系

【目的要求】

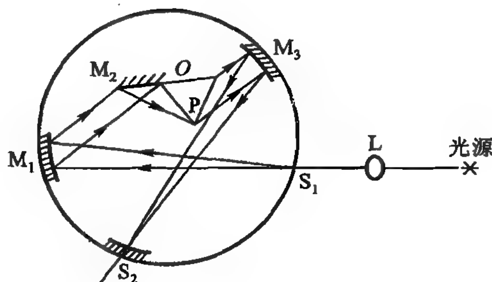
(1) 了解棱镜单色仪的结构和特点；
(2) 掌握单色仪波长定标的方法；
(3) 比较棱镜单色仪与光栅单色仪的优缺点.

【仪器用具】

WDF 型反射式棱镜单色仪,高压汞灯,氦氖激光器,光电接收器.

【提示】

(1) 图设 34－1 为棱镜单色仪的结构示意图.光源聚焦在入射狭缝 S_1 上,S_1 位于凹面反射镜 M_1 焦面,从 M_1 射向 M_2 的是一束平行光.M_2 与三棱镜 P 固定在一起组成色散系统,它们的转轴 O 位于三棱镜底边的中心,这种色散系统称为"瓦茨沃尔脱"系统,它能使只有"以最小偏向角通过棱镜的那种波长的光"才能从狭缝 S_2 射出.转动"瓦茨沃尔脱"系统就会改变出射光的波长.



图设 34－1　棱镜单色仪的结构示意图

仪器底部有读数鼓轮,转动鼓轮时棱镜就转动,鼓轮的读数反映了出射光的波长.本实验就是要标定鼓轮读数与出射波长的关系.

(2) 高压汞灯在可见光区的主要谱线的波长见表 1.

表1 高压汞灯可见光区主要谱线的波长

颜色	λ/nm	相对强度	颜色	λ/nm	相对强度
红	708.19 Δ690.75 Δ671.65	极弱 强 弱	绿	536.51 535.41	弱 弱
			青	Δ496.03 Δ491.60√	弱 强
橙	Δ623.44 Δ612.33 Δ607.26	强度相近	蓝	435.84√ 434.75 433.92	强 弱 弱
黄	588.96 587.20 585.94 Δ579.07√ Δ576.96√	弱 弱 弱 强 强	紫	410.84 Δ407.78√ Δ404.66√	弱 次强 强
绿	567.59 Δ546.07√	弱 强	紫外	498.40 390.64 389.39	几乎看不见

注：√表示低压汞灯中主要光谱线的波长；Δ表示实验中有要求.

设计实验三十五

用极限法测液体折射率

【实验要求】

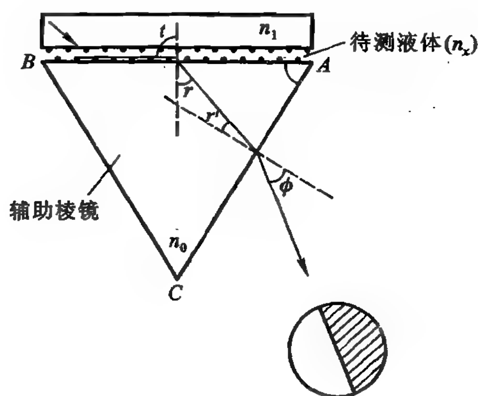
(1) 推导出用极限法测液体折射率的公式；
(2) 测出液体(水)的折射率 n_x.

【仪器用具】

分光计,三棱镜,待测液体(水),厚平板玻璃,毛玻璃,钠光灯.

【提示】

(1) 光路图可参考图设 35－1,厚平板玻璃的折射率为 n_1,待测液体的折射率为 n_x,三棱镜的折射率为 n_0.



图设 35－1　极限法液体折射率原理

(2) 三棱镜的折射率 n_0 和顶角 A 均未知,需在实验中测定.

设计实验三十六

比较 CD 和 VCD 光盘的刻线密度

【实验要求】

(1) 用物理光学方法测量 CD 和 VCD 光盘的刻线密度;
(2) 用物理光学方法测量丝巾中丝线的直径.

【仪器用具】

激光器,米尺,CD 盘,VCD 盘,丝巾,显微镜.

设计实验三十七

测定太阳镜防紫外线的能力

【实验要求】

测定市场上几种防紫外线太阳镜的光谱,对其防紫外线的能力进行评价.

【仪器用具】

光学多道分析器,防紫外镜片、有色镜片和窗玻璃片若干.

设计实验三十八

制作全息光栅

【实验要求】

用全息法制作一块 300 条/mm 的全息光栅.

【仪器用具】

光学平台及平台上的各种附件,He－Ne 激光器,全息底板,显影液,定影液.

【提示】

两束交角为 θ 的相干平行光,在交叠区可产生干涉条纹,其间距 d 为

$$d=\frac{\lambda}{2\sin\frac{\theta}{2}}\approx\frac{\lambda}{\theta}$$

式中:λ 是激光波长,θ 是两束平行光的夹角.

设计实验三十九

像面全息

【实验要求】

(1) 了解像面全息和白光再现的原理;
(2) 在光学平台上调整光路;
(3) 制作像面全息图;
(4) 用白光再现全息像.

【仪器用具】

光学平台及各种带调节架的光学元件,激光器,大口径成像透镜,全息干板,暗室设备,照度计等.

【提示】

与所有的全息照相术一样,像面全息底片上记录的是物光与参考光之间的干涉条纹,只不过像面全息的物光不是物体自身的散射光而是物体通过透镜在底片附近所成的像,就好像物体直接放在底片上,称为像面全息.

像面全息的特点是可以用面光源和白光来再现.

从"实验四十九全息照相"的原理可知,用点光源(平行光)照射全息图时,物与再现像是点-点对应的.当照射光源的线度增长时,再现像的线度也将增加.光源宽度对像的展宽 Δx 为

$$\Delta x=\left(\frac{\Delta r}{L_r}+\frac{\Delta s}{L_s}\right)L_1$$

式中:Δr, Δs 分别为参考光源和照明光源的宽度;L_r, L_s 分别为参考光源和照明光源到全息底片的距离;L_1 为像到底片的距离.

当 $L_1=0$ 时,$\Delta x\equiv 0$,即用扩展的相干光源作为参考光照相,再现时用扩展光照明,都可获得清晰的再现像.

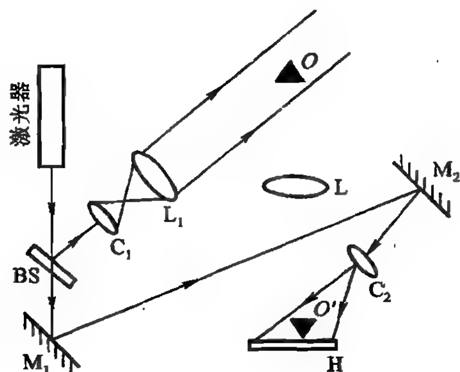
全息图可看成是由不同方向、不同空间频率的光栅组成的.用单色光再现时,可得到清晰的再现像;当用白光照射时,就会有色散,各波长形成的像相互重叠,使再现像模糊不清.由此引起像的展宽 $\Delta x(\lambda)$为

$$\Delta x(\lambda)=L_1\Delta\lambda\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\lambda}$$

式中:L_1 为像到底片的距离;$\Delta\lambda$ 为光源的带宽;$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\lambda}$为色散率.

当 $L_1\to 0$ 时,$\Delta x(\lambda)$也趋于零.即像面全息图用白光再现也可获得清晰的再现像.

实验的光路图如图设 39－1 所示. 图中 L 是成像透镜, O' 是物体 O 的像. 成像时物距 OL 与像距 LO' 相等, 即物像比例为 1:1.



图设 39－1 像面全息光路

综合物理实验

（光盘）

这部分的内容详见光盘.

一、学生已发表的论文

1. 两端固定张紧弦"奇异"共振现象的初步研究
2. 张紧弦振动的频率漂移
3. 对光纤干涉式温度传感器的研究
4. 一种新的椭圆偏振光验证实验的数据处理方法
5. 核磁共振弛豫时间测量数据处理方法的讨论
6. 核磁共振弛豫时间与溶液浓度关系的实验研究
7. 核磁共振成像教学实验
8. 动态法测定良导体热导率的实验研究
9. 闪光法测定不良导体热导率试验的研究与改进
10. 用闪光法测不良导体热导率
11. 用多功能光栅光谱仪测定 GaN 膜的光学参数
12. Study on The Experiment of Dynamic Measurement of Thermal Conductivity
13. Study and Development of the Determination on the Thermal conductivity of Poor Conductors Using the Flash Method
14. 基础物理实验中设计实验的改进
15. 用非平衡电桥测量铂电阻的温度系数
16. 铂电阻传温度感器的自热效应
17. 光谱线性及瑞利判据演示
18. 二维快速 Fourier 变换及模拟 CT
19. 二维快速 Fourier 变换及其在模拟光学现象中的应用
20. Study on the formation of MgB_2 phase
21. Phase formation of polycrystalline MgB_2 at low temperature using nanometer Mg powder
22. In - situ resistance measurement of superconducting MgB_2 in flowing argon atmosphere
23. In - situ resistance measurements and low temperature synthesis of superconducting MgB_2 bulk sample
24. Study of the behavior of the $\rho - T$ curve of $YBa_2Cu_3O_y$ during synthesis in ambient air
25. Resistivity - Temperature Characteristics of Sol Gel $YBa_2Cu_3O_y$ Samples Synthesized in Flowing Oxygen Atmosphere

二、综合物理实验报告(选编)

1. NVE AA005 - 02 型巨磁电阻传感器特性研究与应用
2. GaN 材料退火温度的研究
3. 用虚拟仪器实现扫描隧道显微镜(STM)的控制

4. 程控电路
5. 计算机控制万用表与计算机控制多路转换器
6. 磁悬浮力的测量
7. 各向异性磁阻传感器的应用——从设想到实践
8. 光纤光学与半导体激光器
9. 激光窃听
10. 声致发光
11. 相位干涉型光纤传感器的研制
12. 逾渗模型
13. 心室晚电位的检测
14. 两端固定张紧弦振动的研究
15. LabVIEW 简介
16. 存储示波器与 Wavestar 软件结合的应用
17. 虚拟仪器在电学实验中应用
18. 硅表面人工微结构模板的构建和扫描探针显微术观察
19. 核磁共振成像实验的研究
20. 用核磁共振成像仪测弛豫时间 T_1 和 T_2
21. 分形理论在金融市场分析中的应用
22. 激光散斑照相法——一种测量微小位移的方法
23. MgB_2 高温超导材料的烧制试验
24. 光纤电流传感器
25. 光谱仪在实验教学中的应用
26. 音频信号光纤传输技术实验

郑重声明


B0041IJK5S
(657257)
新编基础物理实验(附光盘1张
)
采用可揭除条码标签
47.20 元